FONDO PIZZOFALCONE

Q1 E15

BIBLIOTECA PROVINCIALE

Armadio XIX

Palchetto 9

Num.° d' ordine 23

30625

NAZIONALE

B. Prov.

2640

NAPOLI

R. BIBLIOTECA VITT. EM. III

B. Prov
I
2640

BIBLIOTECA

008871

# ESSAI
## SUR
# *LES COMÈTES*
## EN GÉNÉRAL,
### ET PARTICULIEREMENT SUR CELLES QUI PEUVENT APPROCHER DE L'ORBITE DE LA TERRE.

*PAR M. DIONIS DU SÉJOUR,*
*de l'Académie Royale des Sciences de Paris ;*
*& Conseiller au Parlement.*

Comètes que l'on craint à l'égal du Tonnerre,
Cessez d'épouvanter les Peuples de la Terre.
Epître de M. de Voltaire à Mad. la Marq. du Chastelet.

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE
NAPOLI

A PARIS,
Chez VALADE, Libraire, rue Saint-Jacques ;
vis-à-vis celle des Mathurins.

M. DCC. LXXV.
*Avec Approbation, & Privilége du Roi.*

# ESSAI
SUR
# *LES COMÈTES.*

# DISCOURS PRELIMINAIRE.

ON diſputoit encore ſur la nature des Comètes vers la fin du dernier ſiecle. Quelques-uns croyoient que les Comètes avoient été créés en même tems que la Terre, qu'elles étoient en dépôt dans les régions les plus éloignées du Firmament, & que la Divinité les faiſoit paroître toutes les fois qu'elle vouloit donner aux hommes des ſignes de ſa colère. Quelques autres prévenus des propriétés du nombre ſept, qu'ils jugeoient eſſentielles au nombre des corps céleſtes, nioient que les Comètes exiſtaſſent réellement. C'étoit ſuivant eux de ſimples illuſions optiques, de fauſſes apparences cauſées par la réflexion ou la réfraction de la lumière. Quelques Philoſophes prétendoient avec Ariſtote, que les Comètes n'étoient que des météores formés dans la moyenne région de l'air, & qui ne ſuivoient aucune loi dans leurs mouvemens. D'autres, en leur donnant la même origine, croyoient avec Képler (*a*) qu'elles ſe mouvoient uniformément en ligne droite, en vertu d'une impulſion primitive qu'elles avoient reçue à l'inſtant de leur formation. D'autres enfin penſoient que les Comètes étoient des corps céleſtes, dont le mouvement devoit être éternel comme celui des autres Planètes, & aſſujetti comme elles à des loix conſtantes.

Telle avoit été parmi les Anciens, l'opinion de l'Ecole de Pythagore, d'Apollonius le Mindien, d'Hi-

(*a*) Képler avoit été conduit à cette opinion par une analogie fort ſinguliere. Il voyoit que dans la nature, la plûpart des êtres ſont doués d'une faculté productive; il trouvoit très-raiſonnable que l'atmoſphère fut doué d'une pareille faculté. La Terre a ſes monſtres, ainſi que la Mer; l'air devoit avoir les ſiens; & ces monſtres étoient les Comètes.

pocrate de Chio, d'Eſchyle, de Diogène, de Favorin, d'Artémidore, de Démocrite & de Séneque.

« On a cru, dit ce Philoſophe, que les Comètes » n'étoient point des Aſtres, parce qu'elles n'ont » pas la rondeur des autres corps céleſtes. Ce dé- » faut de rondeur n'eſt qu'une illuſion ; il eſt dû » uniquement à la lumière qu'elles répandent... Elles » ſont, comme tous les corps céleſtes, des ouvrages » éternels de la Nature. La foudre & les éclairs brillent » & s'éteignent ; les Comètes ont leurs routes preſ- » crites qu'elles parcourent ; elles s'éloignent de nous, » ſans ceſſer d'exiſter... Leur marche n'eſt point vague » comme celle des météores qui ſont le jouet des » vents... Les étoiles qui embelliſſent la nuit, dé- » montrent que le Ciel eſt rempli de Corps céleſtes... » Ne nous étonnons pas que l'on ignore encore la loi » du mouvement des Comètes, dont les apparitions » ſont ſi rares, & qui deſcendent d'une énorme diſ- » tance. Il n'y a pas quinze cents ans que la Grèce » a diviſé le Ciel en conſtellations, & qu'elle connoît » le mouvement des Planètes. Combien de Nations » ignorent encore par quel méchaniſme la Lune » s'éclipſe à leurs yeux. Un jour viendra que la poſ- » térité s'étonnera que nous ayons ignoré des choſes » ſi faciles à découvrir ; on déterminera les orbites » des Comètes, leur nombre, le tems de leurs révo- » lutions. N'envions point à nos deſcendans les décou- » vertes qu'ils pourront faire, jouiſſons des vérités que » nous connoiſſons ».

Chacune des opinions que je viens d'expoſer, avoit ſes partiſans, lorſque la Comète de 1680 vint étonner le Peuple & les Savans. Newton s'occupoit alors de ſes ſublimes recherches ſur le ſyſtême général de l'Univers. Il ne vit dans cette Comète, qu'un Aſtre de plus ſoumis aux loix qu'il venoit de découvrir ; il en traça l'orbite & fit voir qu'elle décrivoit autour du Soleil, une ellipſe qui ſe confondoit ſenſiblement avec une pa-

rabole, dans la partie de la courbe, que l'on pouvoit obſerver (*a*).

Cette brillante découverte eut le ſort de toutes les nouveautés à qui le tems ſeul peut imprimer le ſceau de la démonſtration. Elle trouva des contradicteurs même parmi les Aſtronomes. M. Caſſini, qui dès 1664 avoit adopté un ſyſtême ſur les Comètes, perſiſta à penſer qu'elles avoient la Terre pour centre de leurs mouvemens; & M. Jacques Bernouilli propoſa un autre ſyſtême, d'après lequel la Comète de 1680 devoit reparoître au mois de Mai 1719.

Pour terminer irrévocablement cette ſavante diſpute, il falloit avoir le courage d'affronter les calculs les plus pénibles & les plus multipliés. M. Halley oſa l'entreprendre, il débrouilla le chaos des anciennes Comètes, & fit voir qu'il n'y en avoit aucune dont les mouvemens ne fuſſent ſoumis à la théorie de Newton. Il fit plus; parmi cette multitude de Comètes que la terreur qu'elles ont inſpirée nous a tranſmiſes, plus encore que l'amour de l'Aſtronomie, il démontra qu'il y en avoit une dont les retours périodiques paroiſſoient être d'environ 77 ans. Elle avoit parue en 1682, il oſa prédire qu'on la reverroit en 1759, & l'événement a juſtifié ſa prédiction. Il n'eſt donc plus permis de douter que les Comètes ne ſoient des Corps céleſtes, ſoumis, ainſi que les autres Planètes, aux loix de la péſanteur univerſelle, & décrivant autour du Soleil, des orbites plus ou moins allongées.

Dès qu'on n'a pu douter que les Comètes ne fuſſent des Corps ſemblables aux Planètes, parcourant en tous ſens les différentes régions de notre ſyſtême planétaire, on a cru que quelques-unes pourroient un jour ren-

(*a*) Parmi les Philoſophes modernes, Hévélius & Doërfell avoient penſé que les Comètes décrivoient des paraboles dont le Soleil occupoit le foyer, mais ſans déterminer la loi de leurs mouvemens dans ces courbes.

contrer la Terre ; que peut-être d'autres l'avoient déjà rencontrée, & avoient occasionné ces bouleversemens dont on découvroit les vestiges. Cette terreur aussi ancienne que l'époque la plus reculée des connoissances humaines, dont l'origine se perd dans la nuit des tems, & dont tous les Peuples paroissent avoir été saisis à l'aspect des Comètes, favorisoit cette opinion. Ainsi donc, les Comètes, après avoir été long-tems des signes de la colère céleste, lorsqu'elles furent mieux connues, devinrent aux yeux de quelques Philosophes spéculatifs, les agens dont l'Etre suprême se servoit pour changer la face de l'Univers. C'est ainsi que Whiston, célèbre Astronome Anglois, prétendit expliquer le déluge, par l'inondation de la queue d'une Comète, qu'il croit être la même que la Comète de 1680.

Non-seulement l'Auteur dont nous parlons a tenté d'expliquer ainsi le déluge ; il pense qu'une Comète, & peut-être la même, revenant un jour du Soleil, & rapportant des exhalaisons brûlantes, causera aux Habitans de la Terre, tous les malheurs qui leur sont prédits à la fin du monde, & la *conflagration universelle* qui doit consumer notre Planète (*a*).

Si l'on en croit M. de Maupertuis, ces dangers ne sont pas les seuls que nous courons de la part des Comètes. Leurs queues, en se mêlant à notre atmosphère, peut-y causer des changemens nuisibles aux Plantes & aux Animaux ; leur attraction peut nous obliger à tourner autour d'elles ; ou du moins déranger

(*a*) Newton paroît avoir donné lieu à cette opinion. Suivant lui, la Comète de 1680 doit avoir éprouvé de la part du Soleil, une chaleur vingt-huit mille fois plus grande que celle que la Terre éprouve en été, & elle a dû être deux mille fois plus chaude qu'un fer rouge. Ce calcul est fondé 1°. sur la comparaison de la chaleur d'un fer rouge, à celle de ce même fer exposé aux ardeurs du Soleil sous la Zône torride ; 2°. sur le principe que l'intensité de la chaleur est en raison inverse du quarré de la distance du corps échauffé, au foyer du corps brûlant. On peut douter de la rigueur de ces calculs.

notre orbite, au point d'expoſer la Terre aux plus grandes viciſſitudes ; tantôt brûlée dans ſon périhélie, tantôt glacée par le froid des régions les plus éloignées du Ciel ; leur choc peut occaſionner un bouleverſement général ſur notre globe, & leur approche, en élevant les eaux de la Mer, peut cauſer un déluge univerſel.

D'autres Philoſophes ont eu des idées plus conſolantes, & M. de Voltaire eſt de ce nombre. Frappés de l'harmonie qui règne dans toutes les parties de l'Univers, & donnant tout aux cauſes finales, ils ont cru trouver dans la bonté de l'Auteur de la Nature, un préſervatif contre ces craintes.

Telles étoient les opinions le plus généralement répandues ſur le danger des Comètes, ou plutôt l'on ne ſongeoit guère à leur influence, & l'on ſe contentoit de les obſerver, lorſque le Mémoire de M. de la Lande vint réveiller l'attention du Public. Pour que l'action d'une Comète ſur la Terre, puiſſe y produire des bouleverſemens conſidérables, il faut ſuppoſer qu'elle en paſſe fort près ; autrement ſa vîteſſe & la petiteſſe de ſa maſſe, rendroient ſon effet inſenſible. Il étoit donc intéreſſant d'examiner ſi parmi les Comètes dont les élémens ſont connus, il n'en eſt aucune qui puiſſe approcher de la Terre. C'eſt ce que ſe propoſa M. de la Lande dans un Mémoire deſtiné à être lu dans l'Aſſemblée publique de l'Académie des Sciences, d'après Pâques 1773. Les circonſtances ne lui permirent pas d'en faire la lecture ; mais l'objet du Mémoire, communiqué par l'Auteur à quelques Amis, par ceux-ci à d'autres perſonnes, & dénaturé par l'ignorance & par la peur, ſe répandit dans le Public. On ſe rappelle l'impreſſion de terreur qu'il produiſit dans la Capitale & dans les Provinces. Pour tranquiliſer les eſprits, & ſe juſtifier des aſſertions qu'on lui imputoit, M. de la Lande publia ſon Mémoire (*a*). La

(*a*) Réflexions ſur les Comètes qui peuvent approcher de la

ſenſation qu'il fit, & l'intérêt de ſon objet, réveillerent l'attention des Aſtronomes. Je crus en conſéquence que le Public verroit avec plaiſir un Ouvrage dans lequel on examineroit les différentes queſtions relatives aux Comètes qui peuvent approcher de la Terre ; non pas d'une manière vague, comme on l'avoit fait juſqu'alors, mais en portant dans cette matière, le flambeau du calcul.

Après avoir expoſé en peu de mots l'occaſion qui a donné lieu à cet Ouvrage, je paſſe à ſon analyſe. Il eſt diviſé en onze Sections, que je vais parcourir ſommairement. Dans la première Section, je détermine les conditions qui doivent avoir lieu, pour qu'une Comète coupe l'orbite de la Terre. Ce Problême fondamental eſt réſolu pour le cas général d'une trajectoire quelconque, parabolique, hyperbolique ou elliptique. Parmi toutes les Comètes connues, il n'en eſt aucune qui coupe exactement l'orbite terreſtre ; mais il en exiſte pluſieurs, telles que celles de 837, 1618, 1680, 1763, & d'autres encore, qui rempliroient cette condition, ſi l'on altéroit un peu leurs élémens. Or on ſçait que ces élémens ne ſont point invariables, & que l'action des Corps qui circulent autour du Soleil, peut y produire des altérations ſenſibles. Je ſuppoſe en conſéquence dans la ſeconde Section, qu'une Comète n'ait pas coupé l'orbite de la Terre, lors d'une précédente apparition, & j'examine quels changemens elle doit éprouver dans ſes élémens, pendant l'intervalle des deux apparitions, pour pouvoir couper l'orbite terreſtre, lors de la ſeconde apparition.

Ces recherches m'ont conduit à la réflexion ſuivante, que je crois trop importante pour la ſupprimer. Il n'exiſte aucune Comète connue, qui d'après les élémens établis dans les dernières apparitions, puiſſe

---

Terre, à Paris chez Gibert. M. de la Lande a lu depuis à l'Académie, en 1774, un Ecrit ſur le même ſujet.

approcher de la Terre, assez pour y produire un effet nuisible. Ce ne pourroit être qu'en vertu des altérations que subiroient les élémens, que cet événement seroit à redouter. Ce dérangement n'est pas physiquement impossible ; mais il y a loin de la possibilité d'un dérangement quelconque, à la certitude que ce dérangement sera tel qu'il convient, pour occasionner la rencontre, ou une proximité nuisible de la Comète & de la Terre. Pour que l'événement eût lieu, il faudroit que le dérangement suivît une certaine loi donnée, qu'il arrivât dans un certain tems donné, & qu'alors la Terre fût à un certain point donné de son orbite. Il y a donc, si j'ose m'exprimer ainsi, relativement aux Comètes qui n'ont point actuellement les conditions requises pour couper l'orbite de la Terre (& toutes les Comètes connues sont dans ce cas) la probabilité d'un infini du troisième ordre contre l'unité, que l'événement n'aura pas lieu.

Dans la troisième Section, je détermine la distance d'une Comète à la Terre pour un instant quelconque, l'arc qu'elle décrit dans sa trajectoire, pendant le tems qu'elle est à une distance de l'orbite terrestre moindre qu'une quantité assignée, & le *minimum* de cette distance. J'applique les formules aux différentes Comètes connues ; le calcul m'a fait voir que si l'on suppose cette distance d'un million de lieues, il n'y a que sept Comètes qui ayent approché plus près de l'orbite de la Terre ; celles de 837, 1618, 1680, 1702, 1743, 1763 & 1770.

Jusqu'ici j'ai considéré les Comètes, relativement à l'orbite terrestre. Dans la quatrième Section, je considère leurs mouvemens relativement à la Terre elle-même. Je suppose donc qu'à un certain instant assigné, la Terre & la Comète se trouvent respectivement à un certain point donné de leurs orbites, je détermine en conséquence, la durée du tems que la Comète & la Terre sont à des distances respectives plus petites

qu'une distance assignée, & les conditions qui rendent cette durée nulle ou la plus grande possible. Ce Problême envisagé dans sa plus grande généralité, conduiroit, ainsi que je le fais voir, à des formules très-compliquées. Comme j'ai principalement en vue la théorie des Comètes, lorsqu'elles passent fort-près de la Terre; j'examine ce que deviennent les formules, dans la supposition que les intervalles de tems soient assez courts, pour que l'on puisse regarder les trajectoires de la Terre & de la Comète, comme rectilignes. Cette considération, sans rien ôter à l'exactitude de mes recherches relativement à mon objet, m'a conduit à des résultats fort simples.

On connoît la vîtesse de la Terre dans son orbite; on connoît de plus la vîtesse d'une Comète, lorsqu'elle coupe l'orbite de la Terre. Cette vîtesse est à celle de la Terre, comme $\sqrt{2}$ est à 1. Ces deux élémens une fois donnés, il est aisé de sentir que l'intervalle de tems que la Terre & la Comète peuvent être à une distance respective plus petite qu'une quantité assignée, dépend de l'angle sous lequel l'orbite de la Comète coupe celle de la Terre. Une Comète qui, par exemple, iroit dans le même sens que la Terre, seroit évidemment beaucoup plus long-tems à une distance de la Terre moindre qu'une quantité donnée, que si le mouvement de cette Comète étoit dans une direction opposée au mouvement de la Terre. Pour donner une idée de ce tems relativement à toutes les Comètes possibles, j'ai supposé la distance de 13000 lieues, & j'ai appliqué le calcul à sept Comètes, dont trois sont directes, trois rétrogrades, & une est perpendiculaire à l'orbite de la Terre. Sans entrer dans aucun détail sur le résultat, que l'on peut lire dans l'Ouvrage même, il suffit de savoir, que dans les circonstances les plus favorables, une Comète ne pourroit jamais être plus de $2^h\ 32'\ 2''$, à une distance de la Terre moindre que 13000 lieues.

Ces recherches m'ont conduit à la réflexion ſuivante, que m'a fait naître la lecture de l'Ouvrage de M. d'Alembert, ſur la cauſe des Vents. Dans cet Ouvrage M. d'Alembert démontre que ſi un noyau ſphérique eſt entouré d'un fluide ſur lequel agit un corps fixe & immobile, ce fluide en vertu de l'action de ce corps, doit paſſer ſucceſſivement de la figure ſphérique qu'il avoit d'abord, à différentes figures elliptiques, dont l'un des axes s'allonge de plus en plus, tandis que l'autre axe diminue; &, ce qui eſt remarquable, il trouve que le mouvement des différentes parties du fluide, peut être comparé à celui d'un pendule qu'on tireroit de ſon repos, pour lui faire décrire de petits arcs circulaires. Il fait voir de plus que le tems des oſcillations ne dépend point de la force accélératrice, mais uniquement de la profondeur du fluide; & il donne des formules pour le déterminer.

J'ai appliqué des nombres aux formules de M. d'Alembert, en ſuppoſant la Terre entiérement recouverte d'un fluide, dont la profondeur ſeroit par-tout d'une lieue. Le calcul m'a fait voir que dans l'hypothèſe dont il s'agit, la Comète emploieroit $10^h\ 52'$ à produire ſon effet ſur les Marées. Mais les véritables circonſtances du Problême ſont bien moins favorables à ces grandes perturbations, que les hypothèſes ſoumiſes au calcul. 1°. La Comète ne répondroit pas toujours perpendiculairement au même point de la Terre, puiſqu'indépendamment du mouvement de rotation de la Terre, la Comète auroit un mouvement propre très-rapide. 2°. Les eaux de la Mer n'environnent point tout le globe; & l'on ſçait par l'exemple des Mers méditerranées, qui ne ſont preſque point ſujettes au flux & au reflux, combien cette circonſtance diminue l'effet des Marées. 3°. Enfin la Comète ne ſeroit que très-peu de tems, & beaucoup moins de $10^h\ 52'$, à une diſtance nuiſible. Toutes ces raiſons réunies me paroiſſent élever un préjugé légitime contre les grands déſor-

dres des Marées produites par l'action des Comètes.

Dans la cinquième Section je donne les principes d'après lesquels on peut calculer la probabilité qu'à un instant quelconque une Comète sera plus près de la Terre qu'une distance donnée. La solution de ce Problême exige des combinaisons délicates. En effet, l'intervalle de tems que la Terre & une Comète peuvent être à une distance respective plus petite qu'une quantité donnée, dépend, ainsi que je l'ai déjà dit, de l'angle sous lequel la trajectoire de la Comète coupe l'orbite de la Terre. Comme les élémens de la Comète sont inconnus, cet angle est lui-même inconnu, & il faut d'abord avoir égard à cette première incertitude. D'ailleurs tous ces angles n'étant pas également probables, il faut faire entrer dans le calcul, le degré de leurs probabilités respectives. Telles sont en peu de mots les difficultés qui se présentent, & que je crois avoir surmontées. Je me propose & je résous la question suivante. *Si l'on sçait que dans le cours d'une année, une Comète dont les élémens sont inconnus, doit couper l'orbite terrestre, déterminer la probabilité, qu'à un instant quelconque pris dans l'année, cette Comète sera plus près de la Terre, qu'une quantité donnée.* Tous les Problêmes de cette nature dépendent du calcul intégral, & demandent autant d'intégrations qu'il y a d'élémens variables; mais on peut les combiner de plusieurs manières différentes. Parmi ces différentes combinaisons, il faut choisir celle qui donne des intégrations possibles, & l'analyse la plus simple. J'ai appliqué la formule au cas où la Comète se trouveroit à une distance de la Terre moindre que 13000 lieues, & je trouve $\frac{1}{751730}$ pour l'expression de la probabilité.

Quelque petite que soit, d'après les méthodes précédentes, la probabilité qu'à un instant donné, notre globe & une Comète puissent se trouver à une distance nuisible, le danger ne seroit point nul, si l'hypothèse dont nous sommes partis, étoit véritable. Mais on ne doit point

oublier que cette hypothèſe eſt fondée ſur la condition qu'il exiſte une ou pluſieurs Comètes dont la trajectoire coupe l'orbite terreſtre ; condition contre l'exiſtence de laquelle on peut parier l'infini contre l'unité. Le danger que nous courons de la part des Comètes, eſt donc, ſi j'oſe m'exprimer ainſi, un infiniment petit du ſecond ordre. J'ai cru devoir inſiſter ſur cette remarque, pour calmer les inquiétudes de quelques perſonnes, qui ont conçu des allarmes déplacées à ce ſujet.

Cette Section eſt terminée par quelques obſervations aſtronomiques, ſur l'explication que M. Whiſton donne du déluge. Je fais voir par exemple, que la queue de la Comète, ( la même que celle de 1680 ) dont M. Whiſton fait uſage pour expliquer cet événement, ne paroît pas avoir pu y influer. En effet la grande proximité de la Comète de 1680, à l'orbite de la Terre, n'a lieu que dans la branche de ſa trajectoire, qu'elle décrit avant ſon paſſage par le périhélie ; tems auquel cette Comète ne s'étant pas encore approché du Soleil, ſa queue n'a rien de remarquable. Dans la branche au contraire que la Comète décrit après ſon paſſage par le périhélie, la plus courte diſtance de cet Aſtre à l'orbite de la Terre, eſt de plus de neuf millions de lieues. Eſt-il naturel de penſer que l'atmoſphère de la Comète, dont la nature nous eſt d'ailleurs totalement inconnue, ait pu produire un ſi grand déſaſtre à une telle diſtance ?

Les Sections précédentes embraſſent à-peu-près toutes les queſtions que l'on peut ſe propoſer ſur le mouvement d'une Comète qui paſſe fort près de la Terre, abſtraction faite des perturbations qu'elle éprouve dans ce paſſage, en vertu de l'attraction de la Terre. Le calcul de ces perturbations eſt l'objet des Sections ſuivantes. Pour réſoudre la queſtion dans toute ſa rigueur, il faudroit réſoudre le Problême des trois corps dans la plus grande généralité. L'on ſent aſſez la difficulté de ce travail, ſur-tout ſi l'on vouloit avoir égard aux plus

légères altérations du mouvement de la Comète; mais l'exceſſive petiteſſe de la maſſe de la Terre, apporte heureuſement dans les calculs, une ſimplification dont j'ai fait uſage. En effet ſi la Terre & la Comète étoient infiniment petites relativement au Soleil, je démontre que l'on pourroit ſuppoſer à la Terre, une ſphère d'attraction infiniment peu étendue, telle qu'au-delà de ſes limites, la Comète n'éprouveroit que l'action du Soleil, & qu'en-deçà, l'action du Soleil ſur la Comète ſeroit la même que ſur la Terre. Cette hypothèſe étant rigoureuſement vraie dans l'infiniment petit, peut être employée ſans erreur ſenſible pour la Terre & les Comètes, à cauſe de la petiteſſe de leurs maſſes. On ſent aiſément l'extrême ſimplicité qu'une pareille ſuppoſition doit apporter dans le calcul des perturbations des Comètes par la Terre, puiſqu'elle réduit le Problême, à déterminer le mouvement de deux corps, qui s'attirent en raiſon de leurs maſſes & réciproquement au quarré de leurs diſtances.

Je donne d'abord les principes généraux de la théorie du mouvement dans les Sections coniques; la méthode pour déterminer l'eſpèce & les dimenſions de la trajectoire décrite par un projectile, d'après les circonſtances connues de ſon mouvement, à un point particulier de ces trajectoires. En un mot je réſous toutes les queſtions préliminaires aux objets que je me propoſe d'examiner dans la ſuite.

La ſolution de ces premiers Problêmes, m'a donné lieu de réſoudre les deux queſtions ſuivantes. Quelle eſt de toutes les Comètes connues celle qui peut approcher le plus près de la Terre? Quelle eſt celle qui a véritablement approché le plus près de notre globe, & dans quel tems le phénomène eſt-il arrivé?

Relativement à la première queſtion, il y a grande apparence que la Comète de 1680 eſt de toutes les Comètes connues, celle qui peut approcher le plus près de la Terre; je dis grande apparence; car ſuivant

mes calculs, la Comète de 837 pourroit encore approcher d'avantage de notre globe. Mais comme cette Comète n'a été calculée que sur des observations informes faites à la Chine dans le neuvième Siècle, il est difficile d'avoir une entière confiance dans ses élémens. Cette plus petite distance est d'environ cent soixante mille lieues.

Quant à la seconde question, elle devient intéressante pour notre Siécle, par la solution singulière qu'elle présente. De toutes les Comètes connues, celle qui a approché le plus près de la Terre, est constamment la Comète de 1770. Le phénomène a eu lieu de nos jours, le 1 Juillet 1770, sans qu'il y ait eu la moindre altération dans la Nature; & il n'a été remarquable que pour les Astronomes. Nous pouvons donc attester à nos descendans, que relativement aux Comètes, nous nous sommes trouvés dans la circonstance la plus critique que l'Histoire avérée de l'Astronomie nous ait transmise, qu'il ne nous est arrivé aucun désastre, & que suivant toutes les loix des probabilités, ils n'ont absolument rien à redouter de ces corps célestes. Les mêmes calculs m'ont appris que les Comètes qui ont effrayé l'Univers, ne sont point celles qui ont approché le plus près de la Terre; ce sont celles qui ont déployé de longues queues depuis leur passage par le pétihélie; quoique plusieurs de ces Comètes, telle que celle de 1680, fussent à de très-grandes distances de notre globe.

Après avoir analysé ces théories préliminaires, j'examine les perturbations qu'une Comète, qui passeroit très-près de la Terre, éprouveroit de la part de notre Planète. Je suppose d'abord la Comète sans masse, & je détermine toutes les circonstances de son mouvement, le point où elle s'engage dans la sphère d'activité de la Terre, celui où elle en sort, sa viteſſe relative dans ces deux points, l'espèce de la Section conique qu'elle décrit dans la sphère d'attraction, autour de la Terre

conſidérée comme immobile, le tems qu'elle y reſte, & les élémens de ſa nouvelle orbite, lorſque dégagée de la ſphère d'attraction de la Terre, elle eſt rendue à la ſeule action du Soleil. Je ſuppoſe enfin une maſſe quelconque à la Comète, & je fais voir quels changemens cette nouvelle ſuppoſition apporte dans les formules.

Pour donner une idée de ce qui arriveroit dans tous les cas, j'applique le calcul à pluſieurs Comètes. Sans entrer dans aucun détail ſur les réſultats que l'on peut voir dans le corps même de l'Ouvrage, les calculs m'ont appris que ſi, par exemple, une Comète ſans maſſe tendoit preſque directement au centre de la Terre en vertu de ſon mouvement relatif, les perturbations de ſon orbite ſeroient peu ſenſibles, juſques vers l'inſtant où elle approcheroit de l'abſide inférieure de la trajectoire qu'elle décriroit autour de la Terre. C'eſt à cet inſtant que ſe feroient les grands changemens dans l'orbite de la Comète; & ces changemens pourroient être tels, qu'abſtraction faite du choc des deux corps, l'orbite fut totalement dénaturée.

Ces mêmes formules m'ont donné lieu d'examiner une queſtion qui s'eſt préſentée à M. de Maupertuis. Si l'on en croit cet Auteur « Quelque Comète paſſant » près de la Terre, pourroit tellement altérer ſon » mouvement, qu'elle la rendroit Comète elle-même. » Au lieu de continuer ſon cours dans une région » uniforme & d'une température proportionnée aux » différens Animaux qui l'habitent, la Terre expoſée » aux plus grandes viciſſitudes, tantôt brûlée dans « ſon périhélie, tantôt glacée par le froid des der- » nières régions du Ciel, iroit à jamais de maux en » maux différens, à moins que quelqu'autre Comète » ne changeât encore ſon cours, & ne la rétablît dans » ſa première uniformité.

Heureuſement ces dangers ſont ſubordonnés à l'exiſ-

tence d'une Comète, qui puiſſe approcher de la Terre à une diſtance nuiſible; événement contre lequel j'ai déjà fait voir qu'il y avoit une probabilité infinie. Mais quand même on ſuppoſeroit cette poſſibilité moins éloignée, le danger ne ſeroit peut être pas auſſi grand qu'on ſe l'imagine. En effet une Comète égale en maſſe à la Terre, & qui en approcheroit de 13000 lieues dans les circonſtances les plus favorables à ſon action, augmenteroit d'après mes calculs, le grand-axe de l'orbite terreſtre, de 0, 00441, & par conſéquent l'année, de 2$^{jours}$ 10$^{h}$ 16$'$; variations trop peu conſidérables pour que leur effet ſoit nuiſible. On peut, à la vérité, augmenter à l'infini, par la penſée, la maſſe de la Comète, mais plus cette maſſe ſera grande, moins ſon exiſtence phyſique paroît probable.

C'étoit une opinion généralement répandue parmi les Arcadiens, que leurs Ancêtres avoient habité la Terre, avant que cet Aſtre eut un Satellite. Cette opinion nous a été tranſmiſe par Lucien. D'ailleurs rien n'eſt plus formel que le paſſage d'Ovide dans ſes Faſtes. A l'occaſion de l'Arcadie, ce Poëte s'exprime en ces termes;

*Orta prior Lunâ, de ſe ſi creditur ipſi,*
*A magno Tellus Arcade nomen habet.*

Quelques Philoſophes frappés de ces autorités, ont penſé que la Lune pourroit bien être une Comète, qui ayant paſſé très-près de la Terre, avoit été obligée de devenir ſon Satellite. M. de Maupertuis, après avoir détaillé tous les dangers que nous courons ſuivant lui, de la part des Comètes, donne pour dédommagement de ces dangers, l'acquiſition de notre Lune & l'eſpérance de pouvoir acquérir par la ſuite de nouveaux Satellites. Cette eſpérance eſt à la vérité compenſée par la crainte de devenir nous-mêmes Satel-

lites d'une Comète, ſi ſa maſſe étoit ſupérieure à celle de notre globe.

J'examine dans la Section huitième, ſi ces craintes & ces eſpérances ſont fondées. Le calcul m'a fait voir que, relativement à toutes les Comètes de l'eſpèce de celles que nous connoiſſons, c'eſt-à-dire de celles dont la vîteſſe eſt à la vîteſſe de la Terre comme $\sqrt{2}$ eſt à 1, lorſqu'elles paſſent à une même diſtance du Soleil que notre globe, il n'en eſt aucune qui puiſſe devenir Satellite de la Terre. Quelqu'hypothèſe que l'on imagine, ſoit que la Comète perde une partie de ſon mouvement dans l'atmoſphère de la Terre, ſoit qu'elle vienne la choquer, jamais elle ne pourra circuler autour de notre globe, ſur-tout à la même diſtance & ſuivant les mêmes loix que la Lune.

Quant aux Comètes dont la vîteſſe ſeroit infiniment peu différente de celle de la Terre, ſi toutefois il en exiſte, comme la ſuppoſition dont nous ſommes partis dans les calculs, n'eſt pas abſolument rigoureuſe, il nous eſt impoſſible de prononcer affirmativement ſi de pareilles Comètes ne pourroient pas devenir Satellites de la Terre. Ce qu'il y a de sûr, c'eſt que dans le cas même, ou géométriquement parlant, l'impoſſibilité n'en paroîtroit pas démontrée, la réunion des circonſtances qui devroient ſe rencontrer pour que cela eût lieu, eſt telle que l'événement eſt contre toute probabilité. D'ailleurs une pareille Comète devenue Satellite de la Terre, ne tiendroit preſque point à notre globe; & puiſqu'elle auroit circulé primitivement autour du Soleil comme centre de ſes mouvemens, lorſque la ſuite des révolutions ramenetoit les mêmes poſitions reſpectives de la Terre & de la Comète, elle devroit ceſſer de tourner autour de la Terre, pour recommencer une nouvelle trajectoire autour du Soleil.

Cette dernière conſidération, & pluſieurs autres détaillées

détaillées dans mon Ouvrage, ſemblent démontrer ſuivant moi, que la Lune n'eſt point une Comète qui ait circulé autour du Soleil; tout me paroît au contraire porter l'empreinte d'un arrangement primitif auſſi ancien que notre globe. En un mot, je ne ſerois pas éloigné de penſer que, même dans la rigueur géométrique, la Terre ne peut eſpérer de nouveau Satellite, & qu'elle ne doit pas craindre de devenir Satellite d'une Comète. Je termine cette Section par quelques remarques relatives à un ſyſtême fameux ſur la formation de l'Univers.

Je paſſe enſuite à la ſolution de deux queſtions, qui m'ont paru préſenter un objet de curioſité aſſez ſingulier; je veux parler des conditions qui doivent avoir lieu, pour qu'un corps lancé puiſſe circuler autour d'une ſphère d'attraction, à la manière des Satellites; & de la détermination des trajectoires que les Satellites décriroient autour du Soleil, ſi leur Planète principale étoit ſubitement anéantie. Quoique ces queſtions ne puiſſent avoir aucune application dans la Nature; comme cependant les ſolutions ſe déduiſent facilement des formules détaillées dans les Sections précédentes, je n'ai pas cru devoir les paſſer ſous ſilence.

On ſent aſſez que les trajectoires que décriroient les Satellites autour du Soleil, ſeroient des Sections coniques. Mais ces trajectoires ſeroient-elles des ellipſes, des hyperboles, des paraboles? Le ſens du mouvement ſeroit-il direct ou rétrograde? Cela dépend du point où le Satellite ſe trouveroit dans l'orbite qu'il décrit actuellement autour de la Planète principale, à l'inſtant où cette Planète ſeroit anéantie. Je fais voir, par exemple, que la Lune & le cinquième Satellite de Saturne, ne pourroient jamais décrire que des ellipſes autour du Soleil; que les Satellites de Jupiter pourroient indifféremment décrire des ellipſes, des paraboles ou des hyperboles; mais que

les ſeules trajectoires du premier & du ſecond Satellite pourroient être rétrogrades.

Il étoit impoſſible de réſoudre les queſtions que je me ſuis propoſées dans cet Ouvrage, ſans faire uſage de pluſieurs équations qui peuvent ſervir à calculer les lieux apparens d'une Comète, d'après les élémens ſuppoſés connus, & les élémens, d'après les lieux obſervés. Le premier Problême ne préſente aucune difficulté. Quant au ſecond, Newton le regardoit comme un des plus difficiles de l'Aſtronomie. Je fais voir à quoi tient la difficulté du Problême conſidéré du côté de l'analyſe; je donne les équations qui ſervent à le réſoudre généralement; & pour faciliter autant qu'il eſt en moi, la ſolution de cette queſtion, je mets ces équations ſous toutes les formes qu'elles peuvent avoir.

La difficulté du Problême des Comètes, conſiſte principalement dans l'élimination des variables; car il n'a pas été difficile d'avoir les équations qui le réſolvent. Sans chercher à éliminer les différentes inconnues que renferment les équations, je me ſuis contenté d'en tirer les formules les plus ſimples, pour déterminer directement & avec préciſion, l'orbite d'une Comète, lorſqu'on connoît à-peu-près ſes élémens. Je fais voir enſuite comment on peut conclure de ces formules, les méthodes en uſage parmi les Aſtronomes, pour calculer les Comètes; les changemens qu'il faudroit faire à ces réſultats, pour déterminer leurs mouvemens dans l'ellipſe & dans l'hyperbole; & enfin les approximations dont on doit faire uſage, pour pouvoir employer la méthode directe. Je donne auſſi l'équation à la projection de l'orbite de la Comète ſur l'écliptique, & je calcule ſes propriétés

Je termine cet Ouvrage, par la Notice des différentes Comètes dont on connoît les orbites. L'Hiſtoire nous a conſervé la mémoire d'un bien plus grand nombre

de Comètes que celles dont on a déterminé les élémens. On peut consulter à ce sujet le *Theatrum Cometicum* de Lubiénitz ; Ouvrage singulier, dans lequel l'Auteur a voulu prouver qu'il n'y avoit point eu de grands désastres, sans Comètes, & de Comètes sans grands désastres. Des quatre cent quinze Comètes que Lubiénitz compte à l'époque de 1665, cinquante avoient paru suivant lui, avant l'Ere chrétienne, & trois cent soixante-cinq depuis la venue de Jesus-Christ. Il faut, a la vérité, rabattre un peu de ce calcul ; car l'Auteur supplée quelquefois au silence des Historiens ; & quand il voit un grand malheur sans Comète, il en conclut que la Comète a été oubliée, & il la restitue.

Il ne faut pas croire cependant que toutes les Comètes dont parle Lubiénitz, soient dans ce cas. La plûpart sont attestées par des Auteurs dont le témoignage ne peut être suspect. Plusieurs même de ces Comètes ont fait époque dans l'Histoire, par les événemens auxquels elles sont liées ; telles sont celles que l'on vit briller à la naissance de Mitridate, & à la mort de Jules-César. D'autres enfin, d'après les circonstances de leurs apparitions, ne sont visiblement que les retours des Comètes, dont on a déterminé depuis les révolutions périodiques. Telles sont par exemple, les Comètes des années 1305, 1230, 1095, 930, 550, 399, 323, la même que celle de 1682. Telles sont, suivant M. Struick, celles de 1512, 1338, 1165, 990 & 817, la même que l'on a revue depuis en 1686 ; telles sont, suivant M. Halley, celles des années 1106, 531, la même que la fameuse Comète de 1680, & que celle qui parut à la mort de Jules-César.

Je n'ai point parlé de toutes ces Comètes. Comme leurs apparitions sont rapportées d'une manière si vague, qu'il a été impossible de calculer leurs orbites,

elles ceſſent d'être intéreſſantes aux yeux des Aſtronomes, à qui elles ne laiſſent que le regret de ne pouvoir pas les aſſujettir au calcul. Une Notice de ces Comètes, en la ſuppoſant même faite avec toute la critique poſſible, ne pourroit être utile que dans la ſuite des ſiécles, pour vérifier ſi l'on ne trouveroit point quelques veſtiges des apparitions des Comètes dont on auroit déterminé les retours périodiques Encore faudroit il mettre la plus grande circonſpection dans les concluſions que l'on ſeroit tenté de tirer. Quoi qu'il en ſoit, je ne fais l'Hiſtoire que des Comètes dont on a pu calculer les élémens; ce ſont les ſeules qui appartiennent véritablement à l'Aſtronomie.

Si l'on ne compte que pour une ſeule & même Comète, celles des années 1456, 1531, 1607, 1682 & 1759, ainſi que cela eſt démontré; que l'on ne compte pareillement que pour une ſeule Comète, celles de 1264 & 1556, & celles de 1532 & 1661, ainſi que cela eſt très-probable; on connoît en tout ſoixante-trois Comètes dont on ait déterminé les orbites, en y comprenant la Comète de la préſente année 1774. De ces ſoixante-trois Comètes, trente-cinq ſont directes, & vingt huit ſont rétrogrades; ainſi le rapport des Comètes directes aux Comètes rétrogrades eſt comme cinq eſt à quatre. Neuf ont leurs orbites inclinées depuis 0° juſqu'à 10°; ſept depuis 10° juſqu'à 20°; trois depuis 20° juſqu'à 30°; huit depuis 30° juſqu'à 40°; cinq depuis 40° juſqu'à 50°; cinq depuis 50° juſqu'à 60°; dix depuis 60° juſqu'à 70°; neuf depuis 70° juſqu'à 80°; ſept enfin depuis 80° juſqu'à 90°. Dix ſeulement ont leurs diſtances périhélies plus grandes que la moyenne diſtance de la Terre au Soleil, cinquante-trois ont leurs diſtances périhélies plus petites.

Si l'on ajoute les inclinaiſons de toutes les Comètes, & que l'on diviſe cette ſomme, par le nombre des

Comètes obſervées, on aura pour inclinaiſon moyenne, 46° 16′. En ſuppoſant que les Comètes ayent été lancées au hazard dans l'eſpace, cet angle doit peu différer de 45°, ce qui s'accorde très-bien avec l'obſervation.

Il paroît donc que dans notre Syſtême planétaire il n'exiſte point de cauſe générale qui faſſe mouvoir les Corps céleſtes dans un ſens plutôt que dans un autre, ni dans un plan déterminé; que le Plein & les Tourbillons ſont inconciliables avec les mouvemens des Comètes; qu'elles n'ont pas de Zodiaque, ainſi que l'avoit penſé un Homme célèbre, qui leur attribuoit celui déſigné par les deux Vers ſuivans,

*Antinous, Pegaſuſque, Andromeda, Taurus, Orion,*
*Procyon, atque Hydrus, Centaurus, Scorpius, Arcus.*

Si donc l'on obſerve que les Planètes & leurs Satellites ſe meuvent dans le même ſens & à très-peu près dans le même plan, cet effet ſingulier tient à des cauſes particulières, qui nous ſont inconnues, mais qui ſont indépendantes du ſyſtême général de l'Univers.

J'ai vu des perſonnes, même éclairées, demander ſi l'on pourra jamais connoître les révolutions de toutes les Comètes. Quoique ce ſoit à la Poſtérité à décider irrévocablement cette queſtion, j'oſerois en appeller à la Comète de 1759. Eſt-il poſſible de douter que cet Aſtre ne tourne autour du Soleil en 77 ans? Et ſi l'on a pu déterminer ſa révolution, pourquoi ſeroit-il impoſſible de déterminer celle des autres Comètes? La théorie eſt connue, c'eſt au tems à faire le reſte.

Il ne faut pas croire cependant que la révolution d'une même Comète, ſoit rigoureuſement conſtante. M. Halley, à l'occaſion de la Comète de 1682, avoit remarqué que ſes élémens pouvoient être altérés par la proximité de Jupiter; & en annonçant ſon retour pour 1759, il avoit mis une reſtriction à ſon annonce.

M. Clairaut a repris cette théorie dans un excellent Ouvrage, où il ſoumet au calcul rigoureux la marche de cette Comète. Je m'écarterois de mon ſujet, ſi je voulois donner l'analyſe de ce travail, dont l'exécution fait autant d'honneur à la France, que la premiere idée en a pu faire à l'Angleterre. Il ſuffit de ſavoir qu'au moyen des calculs les plus pénibles, M. Clairaut eſt venu à bout de déterminer, à un mois près, la derniere révolution de la Comète.

M. Clairaut méritoit qu'on lui épargnât les dégoûts inſéparables d'opérations numériques très multipliées. Il trouva des ſecours dans le zèle de M. de la Lande. Je fus aſſez heureux pour pouvoir auſſi lui être utile. Au reſte, je ſuis fort éloigné de révendiquer la moindre partie de ce travail. Des calculs numériques & quelques déterminations de Planètes, ne peuvent donner aucun droit à un Ouvrage de génie.

On demande quelquefois, quel eſt préciſément le nombre des Comètes? On doit ſentir qu'il eſt impoſſible de répondre à cette queſtion. Quelques Philoſophes penſent que ce nombre eſt infini. Ils ſe fondent ſur ce que preſque toutes les Comètes que l'on découvre, ſont de nouvelles Comètes. D'autres Philoſophes au contraire, croyent que ce nombre eſt très-limité; quelques-uns même ont avancé que probablement il ne ſurpaſſe pas trois cent, plus ou moins. Cette aſſertion ſingulière eſt fondée ſur le raiſonnement ſuivant. *Si depuis quinze ans que l'on obſerve les Comètes avec plus d'attention, l'on en a découvert juſqu'à quinze, il eſt probable que l'on en doit découvrir une chaque année; & comme la révolution moyenne des Comètes dont on a determiné les périodes, eſt d'environ trois Siécles, il y a grande apparence que le nombre des Comètes eſt d'environ trois cent.* L'on ſent aſſez combien il ſeroit aiſé de répondre à ce raiſonnement. Le plus ſûr, eſt de nous

en tenir à ce que nous ſavons de certain, ſans chercher à pénétrer des ſecrets, que le tems ſeul peut dévoiler.

Je termine cette Notice, par des réflexions ſur la cauſe pour laquelle les orbites des Comètes, ſe confondent ſenſiblement avec des paraboles, dans les points de leurs trajectoires que l'on obſerve. Ce phénomène, auquel on ne fait pas grande attention, paroît cependant très-ſingulier, lorſqu'on le ſoumet au calcul des probabilités. En effet l'eſpèce de la trajectoire qu'un projectile décrit autour d'un centre d'attraction, dépend en partie de la vîteſſe du projectile. Or il y a un nombre infini de degrés de vîteſſes, qui donnent des hyperboles ſenſibles aux obſervations, contre un nombre limité qui donne des orbites approchantes de la parabole vers le périhélie. D'après cette conſidération, les orbites des Comètes ne devroient donc pas toutes ſe confondre avec la parabole.

Pour rendre raiſon de ce phénomène, ne peut-on pas dire que, ſi primitivement il y a eu des Comètes qui ayent décrit autour de notre Soleil, des hyperboles ſenſibles, elles ont dû par cela même, totalement diſparoître de notre ſyſtême planétaire, pour ſe fixer autour des Soleils, qui par les circonſtances particulières du mouvement, & leur force attractive plus grande, les auront forcées de circuler autour d'eux dans l'ellipſe? En vertu de ce qui a été démontré dans cet Ouvrage, ces ellipſes doivent être fort allongées, relativement aux Comètes qui approchent du Soleil, & conſéquemment ſe confondre ſenſiblement avec des paraboles, vers le périhélie.

Telle eſt en peu de mots l'analyſe de mon Ouvrage, ſur lequel il ne m'appartient point de prononcer. J'attends en ſilence le jugement du Public; j'oſerai cependant réclamer ſon indulgence; j'y ai droit, puiſque l'Ouvrage n'a été entrepris que pour le tranquilliſer.

# ERRATA.

PAGE 21, ligne 20. . . par une autre Section, *lisez*, pour une autre Section.

Page 47, ligne 3. . . leur nombre, M., *lis.* leur nombre. M.

Page 108, ligne 12. . . $\frac{2}{3}r - \frac{\frac{1}{2}}{2}$, *lis.* $\frac{2}{3}r - \frac{1}{2}$.

Page 130, ligne 11. . . menée, *lis.* mené.

Page 284, ligne 6. . . du Sagittaire, d'Antinous, *lis.* du Sagittaire, Antinoüs.

Page 289, ligne 4. . . de chaſſe la conſtellation, *lis.* de chaſſe, la conſtellation.

Page 293, ligne 5. . . quantités, *lis.* quantité.

Page 297, ligne 1. . . d'Antinous, *lis.* d'Antinoüs.

Page 301, ligne 22. . . pronoſtiques, *lis.* pronoſtics.

Page 303, ligne 5. . . la Reene, *lis.* le Reene.

Page 304, ligne 23. . . d'Antinous, *lis.* d'Antinoüs.

Page 312, ligne 6. . . le Mairan, *lis.* de Mairan.

Page 318, ligne 2. . . dansr, *lis.* dans la.

*Ibid.* ligne 3. . . pou, *lis.* pour.

Page 328, ligne 3. . . le 12 Juillet, *lis.* le 4 Juillet.

Page 333, ligne 20. . . 7 13 17, *lis.* 7 7 55.

ESSAI

# ESSAI
## SUR
# *LES COMÈTES*
### QUI PEUVENT APPROCHER DE L'ORBITE DE LA TERRE.

## SECTION PREMIERE.

*Des conditions qui doivent avoir lieu pour qu'une Comète coupe l'Orbite de la Terre ; & de la diſtance de la Comète au Soleil, lorſqu'elle traverſe le Plan de l'Ecliptique.*

(1) POUR déterminer quelles conditions doivent avoir lieu pour qu'une Comète coupe l'orbite de la Terre ; & quelle eſt en général la diſtance de la Comète au Soleil, lorſqu'elle traverſe le plan de l'écliptique ; il faut d'abord déterminer l'équation polaire aux ſections coniques par rapport au foyer.

*Equation polaire à l'Ellipſe par rapport au foyer.*

(2) Soit $a$ le demi-grand axe AC d'une Ellipſe.

Fig. I.

F le foyer que je prends pour le pôle de l'Ellipſe.

C le centre.

E la diſtance FC du foyer au centre de l'Ellipſe.

P le paramètre du grand axe.

R le rayon vecteur FM.

Z l'angle du rayon vecteur FM avec le grand axe.

$r$ le rayon du cercle ſur lequel cet angle eſt meſuré ; le point A correſpondant à l'apſide inférieure eſt l'origine de l'angle.

Si l'on prend une troiſième proportionnelle CD à FC & AC, cette troiſième proportionnelle, qui aura pour expreſſion $\frac{a^2}{E}$, ſera la diſtance DC de la directrice DE au centre C de l'ellipſe. Par la propriété de l'ellipſe on a toujours cette proportion ; HM : FM :: AD : AF. Si du point M l'on abaiſſe ſur AF la perpendiculaire MN, on aura en vertu des conſtructions précédentes, $FN = \frac{R \text{ coſin. } Z}{r}$ ; d'ailleurs $AF = AC - FC = a - E$ ; $AD = DC - AC = \frac{a^2}{E} - a$ ; donc $HM = AF + AD - FN = a - E + \frac{a^2}{E} - a - \frac{R \text{ coſin. } Z}{r} = \frac{r(a^2 - E^2) - ER \text{ coſin. } Z}{Er}$ ; donc la proportion HM : FM :: AD : AF, donne $R(E \text{ coſin. } Z + a r) - r(a^2 - E^2) = 0$ ; mais $\frac{a^2 - E^2}{a} = \frac{P}{2}$ ; puiſque par la propriété de l'ellipſe $\sqrt{a^2 - E^2}$ = demi-petit axe, & que P eſt troiſième

proportionnelle au grand axe & au petit axe ; on aura donc

$$2\,R\,(E\,\text{cosin.}\,Z + ar) - arP = 0.$$

C'eſt l'équation polaire à l'ellipſe par rapport au foyer. Fig I.

(3) Dans le cas de l'ellipſe ſi l'on nomme

B la diſtance FA du foyer à l'apſide inférieure,

B' la diſtance F B du foyer à l'apſide ſupérieure,

on aura en vertu des conſtructions précédentes

$$B\,(a+E) - \frac{aP}{2} = 0\ ;\ B^2 - 2\,a\,B + \frac{aP}{2} = 0\ ;$$

$$B^2 + 2\,E\,B - \frac{aP}{2} = 0.$$

$$B'\,(a-E) - \frac{aP}{2} = 0\ ;\ B'^2 - 2\,a\,B' + \frac{aP}{2} = 0\ ;$$

$$B'^2 - 2\,E\,B' - \frac{aP}{2} = 0.$$

*Equation polaire à la parabole par rapport au foyer.*

(4) Soit comme ci-deſſus

B la diſtance FA du foyer à l'apſide inférieure, Fig. II. & ſuppoſons que la courbe ſoit une parabole. Dans la parabole la diſtance AD de la directrice DE au ſommet A de la parabole, eſt égale à la diſtance AF du ſommet au foyer ; de plus F M = H M ; d'ailleurs H M $= AF + AD - FN = 2\,AF - FN = 2\,B - \frac{R\,\text{cosin.}\,Z}{r}$ ; donc $2\,B - \frac{R\,\text{cosin.}\,Z}{r} = R$ ; mais par la propriété de la parabole $2\,B = \frac{P}{2}$ ; donc

$$\frac{P}{2} - \frac{R\,(\text{cosin.}\,Z + r)}{r} = 0\ ;$$

c'eſt l'équation polaire à la parabole par rapport au foyer.

*Equation polaire à l'hyperbole par rapport au foyer.*

(5) Soit $a$ le demi-grand axe AC d'une hyperbole, Fig. III.

Fig. III. F le foyer que je prends pour le pole de l'hyperbole;

E la distance FC du foyer au centre de l'hyperbole, & conservons toutes les autres définitions.

Si l'on prend une troisième proportionnelle CD à CF & CA, cette troisième proportionnelle, qui aura pour expression $\frac{a^2}{E}$, sera la distance CD de la directrice DE au centre C de l'hyperbole. Par la propriété de l'hyperbole on a toujours cette proportion HM : FM : : DA : AF. Si du point M l'on abaisse sur AF la perpendiculaire MN, on aura, en vertu des constructions précédentes, $FN = \frac{R \text{ cosin. } Z}{r}$; d'ailleurs $AF = CF - CA = E - a$; $AD = CA - CD = a - \frac{a^2}{E}$; donc $HM = AF + AD - FN = E - a + a - \frac{a^2}{E} - \frac{R \text{ cosin. } Z}{r} = \frac{r(E^2 - a^2) - E R \text{ cosin. } Z}{E r}$; donc la proportion HM : FM : : DA : AF donne $R\,(E \text{ cosinus } Z + ar) - r\,(E^2 - a^2) = o$; mais $\frac{E^2 - a^2}{a} = \frac{P}{2}$ donc

$$R\,(E \text{ cosin. } Z + ar) - \frac{r\,a\,P}{2} = o;$$

c'est l'équation polaire à l'hyperbole par rapport au foyer.

(6) Dans le cas de l'hyperbole si l'on nomme

B la distance FA du foyer à l'apside inférieure, comme dans ce cas cosin. $Z = r$; $R = B$, $B = E - a$, on a

$$B\,(E + a) - \frac{a\,P}{2} = o;\ B^2 + 2\,a\,B - \frac{a\,P}{2} = o;$$

$$B^2 - 2\,BE + \frac{a\,P}{2} = o.$$

*Equation polaire aux sections coniques par rapport au foyer.*

(7) Puisque (§. 2) l'équation polaire à l'ellipse par

rapport au foyer, eſt $2R\left(\frac{E}{a}\text{cosin. }Z+r\right)-rP=0$; que (§. 5) l'équation polaire à l'hyperbole eſt pareillement $2R\left(\frac{E}{a}\text{cosin. }Z+r\right)-rP=0$; & que l'équation polaire à la parabole eſt (§. 4) $2R(\text{cosin. }Z+r)-rP=0$; on voit que l'équation générale aux ſections coniques par rapport au foyer, eſt

$$2R\left(\frac{E}{a}\text{cosin. }Z+r\right)-rP=0;$$

Dans le cas de l'ellipſe $a$ ſurpaſſe E; dans le cas de la parabole $a=E$; dans le cas de l'hyperbole $a$ eſt moindre que E.

*De la condition qui a lieu lorſqu'une Comète coupe l'orbite de la Terre.*

(8) Pour déterminer maintenant quelle condition doit avoir lieu pour qu'une Comète coupe l'orbite de la Terre; je reprends l'équation aux ſections coniques par rapport au foyer, j'ordonne cette équation par rapport à cosin. Z, & j'ai $\text{cosin. }Z=\frac{a}{E}\left(\frac{Pr}{2R}-r\right)$; je remarque que dans ce cas R doit être égale à la diſtance du point correſpondant de l'orbite terreſtre au Soleil; que de plus l'angle Z eſt égal à la longitude du nœud moins la longitude du périhélie; ces dernieres quantités doivent être comptées ſur l'orbite de la Comète, ainſi qu'il eſt d'uſage parmi les Aſtronomes; ſoit donc

T la diſtance du point correſpondant de l'orbite de la Terre au Soleil;

On aura

$$\text{Cosinus (longitude du nœud}-\text{longitude du périhélie comptées ſur l'orbite de la Comète)}=\frac{a}{E}\left(\frac{Pr}{2T}-r\right)$$

(9) Cette formule, preſqu'auſſi ſimple dans le cas de l'orbite elliptique, que dans le cas de l'orbite parabolique, réſout généralement la queſtion propoſée;

mais pour en faire uſage, il faudroit que les orbites des Comètes euſſent été déterminées en les regardant comme elliptiques. Comme ces orbites n'ont été déterminées qu'en les ſuppoſant paraboliques, il faut prendre le cas de la parabole, c'eſt-à-dire, celui de $\frac{a}{E} = 1$, $\frac{p}{2} =$ 2 × diſtance périhélie ; on a alors

Coſinus (longitude du nœud — longitude du périhélie comptées ſur l'orbite de la Comète)

$$= \frac{2r \text{ Diſtance périhélie de la Comète}}{T} - r$$

*De la diſtance de la Comète au Soleil, lorſqu'elle traverſe le plan de l'Ecliptique.*

(10) Pour déterminer la diſtance d'une Comète au Soleil, lorſqu'elle traverſe le plan de l'écliptique, je reprends l'équation du §. 7, & je l'ordonne par rapport à R, en obſervant que dans ce cas R eſt la diſtance de la Comète au Soleil, & Z eſt la longitude du nœud moins la longitude du périhélie comptées ſur l'orbite de la Comète. On a donc

Diſtance de la Comète au Soleil lorſqu'elle traverſe l'écliptique

$$= \frac{r\,p}{2\left(r + \frac{E}{a} \text{ coſin. (longit. du nœud — longit. du périhélie.)}\right)}$$

ou dans le cas de la parabole

Diſtance de la Comète au Soleil lorſqu'elle traverſe l'écliptique

$$= \frac{2r. \text{ Diſtance périhélie de la Comète}}{r + \text{coſin. (longit. du nœud — longit. du périhélie.)}}$$

## SECTION SECONDE.

*Des changemens que doit éprouver une Comète dans les elémens de ſon orbite, pour pouvoir couper l'orbite de la Terre.*

(11) JE ſuppoſe que dans une précédente apparition, une Comète n'ait pas coupé l'orbite de la Terre, on peut demander quels changemens elle doit éprouver dans les élémens de ſon orbite, pendant l'intervalle des deux apparitions, pour pouvoir couper cette orbite lors de la ſeconde apparition. On pourroit facilement réſoudre ce Problême, en ſuppoſant que l'orbite de la Comète eſt elliptique, & la ſolution ne ſeroit guère plus compliquée que dans le cas du paraboliſme, ainſi que l'on peut s'en aſſurer par le calcul. Comme cependant les orbites des Comètes ont toutes été calculées dans cette derniere ſuppoſition, je m'en tiendrai à cette hypothèſe.

(12) Soit T la diſtance du point correſpondant de l'orbite de la Terre au Soleil.

D la diſtance périhélie de la Comète lors de la précédente apparition.

$dD$ la variation de cette diſtance pendant l'intervalle des deux apparitions.

N la longitude du nœud moins celle du périhélie lors de la précédente apparition.

$dN$ la variation de ce dernier élément pendant l'intervalle des deux apparitions.

Il eſt évident que lors de la ſeconde apparition, la diſtance périhélie ſera égale à $D + dD$, & que la longitude du nœud moins la longitude du périhélie ſera égale à $N + dN$; d'ailleurs pour que la Comète coupe l'orbite de la Terre, on doit avoir

Distance de la Comète au Soleil lorsqu'elle traverse l'écliptique = T ; donc (§. 10)

$$T\left(r + \text{cosin.}\,(N + dN)\right) - 2r\,(D + dD) = 0.$$

Il faut satisfaire à cette équation pour que la Comète puisse couper l'orbite de la Terre.

(13) On voit que le problême précédent est un problême indéterminé qui a une infinité de solutions. Il y a donc une infinité de circonstances qui peuvent faire qu'une Comète, qui n'a pas coupé l'orbite de la Terre lors de sa précédente apparition, coupe cette même orbite, lors de l'apparition suivante ; mais par la même raison, il y a une infinité d'infinités de circonstances qui s'y opposent. Lors donc que l'on ne connoît pas toutes les causes qui font dévier une Comète de son orbite, & qu'on ne peut pas les soumettre au calcul, il y a à parier un infini contre l'unité, que l'équation du §. 12 ne sera pas satisfaite ; car on ne doit point perdre de vue qu'il y a infiniment loin entre la possibilité d'une altération quelconque dans les élémens d'une Comète, & la certitude d'un changement tel qu'il satisfasse à l'équation du §. précédent.

*Application des Théories précédentes aux Comètes des années* 837, 1299, 1596, 1618, 1683, 1739, 1763, 1764, 1680, 1770, 1472, 1702 & 1743.

(14) Je vais maintenant appliquer les Théories précédentes aux Comètes des années 837, 1299, 1596, 1618, 1683, 1739, 1763, 1764, 1680, 1770, 1472, 1702 & 1743. Quoique dans l'état actuel, les huit premieres Comètes soient à quelques degrés du nœud, quand elles sont à la hauteur de la Terre, elles pourroient, suivant M. de la Lande, se trouver sur le passage même de la Terre dans leur premiere révolution. J'ai cru devoir joindre à ces huit Comètes celles de 1680, de 1770, 1472, 1702 & 1743 ; autrement on pourroit s'étonner qu'ayant donné les calculs pour

des Comètes qui, ainſi que celle de 1764, lors de leur plus grande proximité de notre orbite, en étoit encore éloignée de plus de 1189400 lieues, j'euſſe omis cinq Comètes qui ſe ſont beaucoup plus approchées de l'orbite de la Terre.

*Comète de 837.*

(15) Cette Comète a été calculée par M. Pingré ſur des obſervations faites à la Chine. Voici ſes élémens (Aſtr. de M. de la Lande §. 3089. 2^e^ édit.)

Nœud aſcendant.....6ſ 26° 33′
Nœud deſcendant.....0 26 33
Périhélie.....9 19 3
Inclinaiſon.....10 ou 12 degrés.
Paſſage au périhélie.....1^er^. Mars.
Diſtance périhélie..... .58000
Sens du mouvement...rétrograde.

(16) Pour déterminer quelle condition auroit dû avoir lieu pour que cette Comète pût rencontrer la Terre lors de ſon paſſage par le nœud aſcendant, je remarque que la poſition du nœud aſcendant vu du Soleil, eſt dans 6ſ 26° 33′. La diſtance de la Terre au Soleil dans la portion correſpondante de ſon orbite, eſt donc celle qui a lieu lorſque la Terre vue du Soleil, eſt dans 6ſ 26° 33′; ou ce qui revient au même, lorſque le Soleil vu de la Terre, eſt dans oſ. 26° 33′. Cette diſtance eſt de 100479, en ſuppoſant la diſtance moyenne de la Terre au Soleil de 100000. Si l'on porte cette valeur & celle de la diſtance périhélie de la Comète dans la formule du §. 9. On aura

Longit. du nœud — longit. du périhélie = { 81° 6′ 50″ / 278 53 10

Il faudroit donc, pour que cette Comète puiſſe rencontrer la Terre dans le nœud aſcendant, que la longitude du nœud aſcendant moins la longitude du périhélie fût égale à 81° 6′ 50″ ou à 278° 53′ 10″; dans le fait cette différence de longitudes eſt égale

à 277° 30′ ; cette Comète ne peut donc rencontrer l'orbite de la Terre dans ſon nœud aſcendant (la diſtance périhélie reſtant d'ailleurs la même) que la longitude du nœud aſcendant moins la longitude du périhélie n'augmente de 1° 23′ 10″.

(17) La poſition du nœud deſcendant de la Comète vu du Soleil, eſt dans ♌ 26° 33′. La diſtance de la Terre au Soleil dans la portion correſpondante de ſon orbite, eſt donc celle qui a lieu lorſque la Terre vue du Soleil, eſt dans ♌ 26° 33′, ou ce qui revient au même lorſque le Soleil vu de la Terre, eſt dans ♎ 26° 33′. Cette diſtance eſt de 99472. Si l'on porte cette valeur & celle de la diſtance périhélie de la Comète, dans la formule du §. 9 : on aura

$$\text{Longit. du nœud} - \text{longit. du périhélie} = \begin{cases} 80° & 26' & 10'' \\ 279 & 33 & 50 \end{cases}$$

Il faudroit donc, pour que cette Comète puiſſe rencontrer la Terre dans le nœud deſcendant, que la longitude du nœud deſcendant moins la longitude du périhélie fût égale à 80° 26′ 10″, ou à 279° 33′ 50″ ; dans le fait la longitude du nœud deſcendant moins la longitude du périhélie eſt égale à 97° 30′ ; il ne peut donc être ici queſtion du nœud deſcendant.

(18) On peut conclure de la ſeconde formule du §. 10, que ſi la Comète avoit paſſé dans ſon nœud aſcendant, le 16 Avril, la Terre étant alors dans le même rayon vecteur, elle auroit été à la diſtance de la Terre de 2131 parties, telles que la moyenne diſtance du Soleil en contient 100000 ; c'eſt-à-dire, à la diſtance de 736440 lieues, dans l'hypothèſe de la parallaxe du Soleil de 8″, 55 ; puiſque chaque cent millième de la diſtance moyenne de la Terre au Soleil, contient 345, 58400 lieues. (Mém. ſur le paſſage de Vénus, par M. de la Lande.) Ce point n'eſt pas préciſément celui de la plus grande approximation de l'orbite de la Terre ; j'apprendrai à le déterminer par la ſuite.

(19) Nous avons vu que ſi l'on ne ſuppoſe point

d'altération dans les élémens de la Comète de 837, cette Comète ne coupe pas préciſément l'orbite de la Terre lors de ſon paſſage par le nœud aſcendant. Pour déterminer maintenant quelles altérations doivent ſubir ſes élémens pour que le phénomene puiſſe avoir lieu, je porte les données de cette Comète dans l'équation du §. 12, & j'ai pour condition

$$100479\ (100000 + \text{cosin.}\ (277^\circ\ 30'\ 0'' + d\,N)) - 2 \times 100000\ (58000 + d\,D) = 0.$$

(20) Si l'on ſuppoſe $d\,D = 0$; c'eſt à dire, ſi l'on ne ſuppoſe point d'altération dans la diſtance périhélie; on aura

$$\text{cosin.}\ (277^\circ\ 30'\ 0'' + d\,N) = 58000 \times \frac{200000}{100479} - 100000 = 15447.$$

$$277^\circ\ 30'\ 0'' + d\,N = \begin{cases} 81^\circ\ 6'\ 50'', \\ 278\ 53\ 10, \end{cases} \quad d\,N = \begin{cases} -196^\circ\ 23'\ 10'', \\ +\ 1\ 23\ 10. \end{cases}$$

Si l'on ſuppoſe $d\,N = 0$; c'eſt-à-dire, ſi l'on ne ſuppoſe point d'altération dans la diſtance du périhélie au nœud, on aura

$$d\,D = 100479 \times \frac{153052}{200000} - 58000 = -1203.$$

il faudroit donc dans ce cas, que la diſtance périhélie de la Comète diminuât d'environ un quarante-huitième de ſa grandeur totale.

(21) Je remarquerai relativement à cette dernière Comète, que ſes élémens ayant été déterminés d'après des obſervations faites à la Chine dans le neuvième ſiècle, on peut douter de l'exactitude ſcrupuleuſe de ces déterminations, avec d'autant plus de fondement, que les obſervations les plus exactes ſur d'autres Comètes, n'ont pas toujours conduit les Aſtronomes aux mêmes réſultats.

*Comète de 1299.*

(22) Cette Comète a été calculée par M. Pingré ſur des obſervations faites à la Chine, auxquelles on a

joint quelques obſervations Européennes. Voici ſes élémens (Aſtron. de M. de la Lande, §. 3089, 2^e édit.)

Nœud aſcendant.....31 17° 8″
Nœud deſcendant.....9 17 8
Périhélie.....0 3 20
Inclinaiſon de l'orbite.....68 57
Paſſage au périhélie....31 Mars 7^h 38′ 0″
Diſtance périhélie.....31790
Sens du mouvement...rétrograde.

(23) Par des calculs entiérement ſemblables à ceux des paragraphes précédens, on trouvera qu'il ne peut être queſtion du nœud deſcendant, à cauſe de la trop grande différence des élémens. Quant au nœud aſcendant, ſi l'on veut déterminer quelles altérations doivent ſubir les élémens de la Comète, pour que le phénomène puiſſe avoir lieu dans ce nœud, on parviendra à l'équation ſuivante :

$$98339\,(100000 + \text{cosin.}\,(103^\circ\,48'\,0'' + dN)) - 2 \times 100000\,(31790 + dD) = 0.$$

Dans cette équation ſi l'on ſuppoſe $dD = 0$; c'eſt-à-dire, ſi la diſtance périhélie ne ſubit point d'altération, on aura

$$dN = \begin{cases} +6^\circ\ 54'\ 0''. \\ +145\ 30\ 0. \end{cases}$$

Il faudroit donc que la poſition de la ligne des nœuds variât de 6° 54′, relativement au périhélie.

Si l'on ſuppoſe $dN = 0$; c'eſt-à-dire, ſi l'on ne ſuppoſe point d'altération dans la diſtance du périhélie au nœud, on aura

$$dD = +5651.$$

Il faudroit donc dans ce cas, que la diſtance périhélie de la Comète augmentât d'environ un ſixième de ſa grandeur totale.

Avec les élémens du §. 22, ſi la Comète avoit paſſé dans ſon nœud le 7 Janvier, la Terre étant alors dans

le même rayon vecteur, elle auroit été à la distance de 5129500 lieues de la Terre.

La remarque du §. 21, relativement à l'incertitude des observations, s'applique également à cette Comète.

*Comète de 1596.*

(24) Cette Comète a été calculée par M. Pingré, sur les observations manuscrites de Tycho-Brahé. Voici ses élémens (Astr. de M. de la Lande, §. 3089. 2^e^ édit.)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Nœud ascendant..... | 10s | 15° | 36′ 50″ |
| Nœud descendant..... | 4 | 15 | 36 50 |
| Périhélie..... | 7 | 28 | 30 50 |
| Inclinaison de l'orbite..... | 52 | 9 | 45 |
| Passage au périhélie..... | 8 Août | 15h | 43′ |
| Distance périhélie..... | 54941 | | |
| Sens du mouvement.... | rétrograde. | | |

(25) Il ne peut être question du nœud descendant, à cause de la trop grande différence des élémens. Si l'on veut déterminer maintenant quelles altérations doivent subir les élémens, pour que le phénomène puisse avoir lieu dans le nœud ascendant, on aura

$$101333\,(100000 + \text{cosin.}\,(77^\circ\,6'\,0'' + dN)) - 2\times 100000\,(54941 + dD) = 0.$$

Dans cette équation, si l'on suppose $dD = 0$; c'est-à-dire, si la distance périhélie ne subit point d'altération, on aura

$$dN = \begin{cases} +8^\circ\ 3'\ 40''. \\ +197\ 44\ 20. \end{cases}$$

Il faudroit donc que la position de la ligne des nœuds variât de 8° 3′ 40″, relativement au périhélie.

Si l'on suppose $dN = 0$; c'est-à-dire, si l'on ne suppose point d'altération dans la distance du périhélie au nœud, on aura

$$dD = +7036.$$

Il faudroit donc dans ce cas, que la distance péri-

hélie de la Comète augmentât d'environ un huitième de ſa grandeur totale.

Avec les élémens du §. 24, ſi la Comète avoit paſſé dans le nœud le 8 Août, la Terre étant alors dans le même rayon vecteur, elle auroit été à la diſtance de 3975950 lieues de la Terre.

(26) D'après les obſervations de Mœſtlin, M. Halley avoit conclu les élémens ſuivans :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Nœud aſcendant..... | 10ſ | 12° | 12′ | 30″ |
| Nœud deſcendant..... | 4 | 12 | 12 | 30 |
| Périhélie..... | 7 | 18 | 16 | 0 |
| Inclinaiſon de l'orbite..... | 55 | 12 | 0 | |
| Paſſage au périhélie.. 10 Août | | 20h | 4′ | 0″ |
| Diſtance périhélie.... 51293 | | | | |
| Sens du mouvement.... rétrograde. | | | | |

Dans ce cas on auroit l'équation ſuivante :

$$101391\,(100000 + \text{cosin.}\,(85^\circ\,56'\,30'' + dN)) - 2\times 100000\,(51293 + dD) = 0.$$

donc ſi l'on ſuppoſe $dD = 0$, on aura $dN = +5^\circ\,23'\,0''$; & ſi l'on ſuppoſe $dN = 0$, on aura $dD = +4753$. Cette dernière hypothèſe rapprocheroit davantage les élémens de la Comète, des circonſtances où cette Comète pourroit couper l'orbite de la Terre ; mais en même tems elle doit rendre circonſpect ſur les concluſions, puiſque deux excellens Calculateurs ont été conduits à des réſultats différens, d'après le choix que chacun d'eux a cru devoir faire d'obſervations différentes.

*Comète de 1618.*

(27) La Comète dont il s'agit ici, eſt la ſeconde Comète de 1618 ; elle a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens (Aſtr. de M. de la Lande, §. 3089.)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Nœud aſcendant..... | 2ſ | 16° | 1′ | 0″ |
| Nœud deſcendant..... | 8 | 16 | 1 | 0 |
| Périhélie..... | 0 | 2 | 14 | 0 |
| Inclinaiſon de l'orbite..... | 37 | 34 | 0 | |

Paſſage au périhélie...8 Novembre 12h 32′ 0″
Diſtance périhélie.....37975
Sens du mouvement...direct.

(28) Il ne peut être queſtion du nœud aſcendant, à cauſe de la trop grande différence des élémens; quant au nœud deſcendant, ſi l'on veut déterminer quelles altérations doivent ſubir les élémens de la Comète pour qu'elle puiſſe couper l'orbite de la Terre dans ce nœud, on aura

$$101554\,(100000+\text{cosin.}\,(253^\circ\,47'\,0''+d\,N))$$
$$-2\times 100000\,(37975+d\,D)=0.$$

Si l'on ſuppoſe $d\,D=0$, on aura

$$d\,N=\begin{cases}-149^\circ\,10'\,50''.\\ +\ 1\ \ 36\ \ 50.\end{cases}$$

Il faudroit donc que la poſition du nœud variât de 1° 36′ 50″, relativement au périhélie.

Si l'on ſuppoſe $d\,N=0$, on aura

$$d\,D=-1379.$$

Il faudroit donc dans ce cas que la diſtance périhélie de la Comète diminuât d'environ un vingt-ſeptième de ſa grandeur totale.

Avec les élémens du §. 27, ſi la Comète avoit paſſé dans le nœud deſcendant le 7 Juin, la Terre étant alors dans le même rayon vecteur, elle auroit été à la diſtance de 1322500 lieues de la Terre.

*Comète de 1683.*

(29) Cette Comète a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens: (Aſtr. de M. de la Lande, §. 3089.)

Nœud aſcendant.....51 23° 23′ 0″
Nœud deſcendant.....11 23 23 0
Périhélie.....2 25 29 30
Inclinaiſon de l'orbite.....83 11 0
Paſſage au périhélie...13 Juillet 2h 59′ 0″
Diſtance périhélie....56020.
Sens du mouvement...retrograde.

(30) Il ne peut être queſtion du nœud deſcendant à cauſe de la trop grande différence des élémens ; quant au nœud aſcendant, ſi l'on veut déterminer quelles altérations doivent ſubir les élémens de la Comète, pour qu'elle puiſſe couper l'orbite de la Terre dans ce nœud, on aura

$$99515\,(100000 + \text{coſin.}\,(87^\circ\,53'\,30'' + d\,N)) - 2 \times 100000\,(56020 + d\,D) = 0.$$

Si l'on ſuppoſe $d\,D = 0$, on aura

$$d\,N = \begin{cases} - & 5^\circ & 7' & 20''. \\ + & 189 & 20 & 20. \end{cases}$$

Il faudroit donc que la poſition du nœud variât de $5^\circ\,7'\,20''$, relativement au périhélie.

Si l'on ſuppoſe $d\,N = 0$, on aura

$$d\,D = -5607.$$

Il faudroit donc que la diſtance périhélie de la Comète diminuât d'environ un dixième de ſa grandeur totale.

Avec les élémens du §. 29, ſi la Comète avoit paſſé dans le nœud aſcendant le 13 Mars, la Terre étant alors dans le même rayon vecteur, elle auroit été à la diſtance de 2954700 lieues de la Terre.

*Comète de 1739.*

(31) Cette Comète a été calculée par M. l'Abbé de la Caille. Voici ſes élémens : (Aſtron. de M. de la Lande, §. 3089. 2^e^ édit.)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Nœud aſcendant..... | 6[ | 27° | 25′ | 14″ |
| Nœud deſcendant..... | 0 | 27 | 25 | 14 |
| Périhélie..... | 3 | 12 | 38 | 40 |
| Inclinaiſon..... | | 55 | 42 | 44 |
| Paſſage au périhélie... | 17 Juin | 10h | 9′ | 0″ |
| Diſtance périhélie... | 67358. | | | |
| Sens du mouvement... | rétrograde. | | | |

(32) Il ne peut être queſtion du nœud aſcendant, à cauſe

cauſe de la trop grande différence des élémens. Quant au nœud deſcendant, ſi l'on veut déterminer quelles altérations doivent ſubir les élémens de la Comète, pour qu'elle puiſſe couper l'orbite de la Terre dans ce nœud, on aura

$$99449\,(100000 + \text{cosin.}(284^\circ\ 46'\ 34'' + d\,N)) - 2\times 100000\,(67358 + d\,D) = 0.$$

Si l'on ſuppoſe $d\,D = 0$, on aura

$$d\,N = \begin{cases} +5^\circ\ 59'\ 26''. \\ -215\ 32\ 34. \end{cases}$$

Il faudroit donc que la poſition du nœud variât de $5^\circ\ 59'\ 26''$, relativement au périhélie.

Si l'on ſuppoſe $d\,N = 0$, on aura

$$d\,D = -4950.$$

Il faudroit donc que la diſtance périhélie de la Comète diminuât d'environ un quatorzième de ſa grandeur totale.

Avec les élémens du §. 31, ſi la Comète avoit paſſé dans le nœud deſcendant le 20 Octobre, la Terre étant alors dans le même rayon vecteur, elle auroit été à la diſtance de 2727000 lieues de la Terre.

*Comète de 1763.*

(33) Cette Comète a été calculée par M. Pingré. Voici ſes élémens : (Aſtron. de M. de la Lande, §. 3089.)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Nœud aſcendant | 11ſ | 26° | 29′ | 29″ |
| Nœud deſcendant | 5 | 26 | 29 | 29 |
| Périhélie | 2 | 25 | 0 | 48 |
| Inclinaiſon | | 73 | 39 | 29 |
| Paſſage au périhélie | 1 Novembre | 21h | 6′ | 29″ |
| Diſtance périhélie | 49842. | | | |
| Sens du mouvement | direct. | | | |

(34) La poſition des nœuds de cette Comète, relativement au périhélie, eſt telle, qu'il faut faire le

calcul pour chacun de ces nœuds. Si l'on veut déterminer quelles altérations doivent ſubir les élémens de la Comète pour qu'elle puiſſe couper l'orbite de la Terre dans le nœud aſcendant, on aura

$$100332\,(100000 + \text{cosin.}\,(271^\circ\,28'\,41'' + d\,N)) - 2 \times 100000\,(49842 + d\,D) = 0.$$

Si l'on ſuppoſe $d\,D = 0$, on aura

$$d\,N = \begin{cases} -\,181^\circ\;\;6'\;29''. \\ -\;\;1\;\;50\;\;53. \end{cases}$$

Il faudroit donc que la poſition du nœud aſcendant variât de 1° 50′ 53″, relativement au périhélie.

Si l'on ſuppoſe $d\,N = 0$, on aura

$$d\,D = +\,1618.$$

Il faudroit donc que la diſtance périhélie de la Comète augmentât d'environ un trente-unième de ſa grandeur totale.

Avec les élémens du §. 33, ſi la Comète avoit paſſé dans le nœud aſcendant le 19 Septembre, la Terre étant alors dans le même rayon vecteur, elle auroit été à la diſtance de 1090300 lieues de la Terre.

(35) Relativement au nœud deſcendant, on aura

$$99633\,(100000 + \text{cosin.}\,(91^\circ\,28'\,41'' + d\,N)) - 2 \times 100000\,(49842 + d\,D) = 0.$$

Si l'on ſuppoſe $d\,D = 0$, on aura

$$d\,N = \begin{cases} -\,1^\circ\,28'\,41''. \\ +\,178\;\;31\;\;19. \end{cases}$$

Il faudroit donc que la poſition du nœud deſcendant variât de 1° 28′ 41″ relativement au périhélie.

Si l'on ſuppoſe $d\,N = 0$, on aura

$$d\,D = -\,1310.$$

Il faudroit donc que la diſtance périhélie de la Comète diminuât d'un trente-huitième de ſa grandeur totale.

Avec les élémens du §. 33, ſi la Comète avoit paſſé dans le nœud deſcendant le 17 Mars, la Terre étant

alors dans le même rayon vecteur, elle auroit été à la distance de 928590 lieues de la Terre.

Nous remarquerons ici que la Comète de 1763 a la propriété de pouvoir également approcher de la Terre, dans le nœud ascendant & dans le nœud descendant.

*Comète de 1764.*

(36) Cette Comète a été calculée par M. Pingré. Voici ses élémens: (Astr. de M. de la Lande, §. 3089.)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Nœud ascendant | 3ſ | 19° | 20′ | 6″ |
| Nœud descendant | 9 | 19 | 20 | 6 |
| Périhélie | 0 | 16 | 11 | 48 |
| Inclinaison | | 53 | 54 | 19 |
| Passage au périhélie | 12 Février | 10h | 29′ | 0″ |
| Distance périhélie | 56418. | | | |
| Sens du mouvement | rétrograde. | | | |

(37) Il ne peut être question du nœud ascendant, à cause de la trop grande différence des élémens. Quant au nœud descendant, si l'on veut déterminer quelles altérations doivent subir les élémens de la Comète, pour qu'elle puisse couper l'orbite de la Terre dans ce nœud, on aura

$$101650\left(100000 + \text{cosin.}\,(273^\circ\ 8'\ 18'' + dN)\right) - 2 \times 100000\,(56418 + dD) = 0.$$

Si l'on suppose $dD = 0$, on aura

$$dN = \begin{cases} -189^\circ\ 27'\ 20''. \\ +\ 3\ \ 10\ \ 44. \end{cases}$$

Il faudroit donc que la position du nœud variât de 3° 10′ 44″ relativement au périhélie.

Si l'on suppose $dN = 0$, on aura

$$dD = -2810.$$

Il faudroit donc que la distance périhélie de la Comète diminuât d'environ un vingtième de sa grandeur totale.

Avec les élémens du §. 36, si la Comète avoit passé

par le nœud deſcendant le 11 Juillet, la Terre étant alors dans le même rayon vecteur, elle auroit été à la diſtance de 1841000 lieues de la Terre.

*Comète de 1680.*

(38) Cette Comète, la plus fameuſe de celles que l'on ait obſervées & que l'on croit la même que celle qui parut à la mort de Jules Céſar, a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens: (Aſtr. de M. de la Lande, §. 3089.)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Nœud aſcendant ..... | 9ſ | 2° | 2′ | 0″ |
| Nœud deſcendant ..... | 3 | 2 | 2 | 0 |
| Périhélie ..... | 8 | 22 | 39 | 30 |
| Inclinaiſon ..... | | 60 | 56 | 0 |
| Paſſage au périhélie ... 18 Décembre | | 0h | 15′ | 0″ |
| Diſtance périhélie ..... 612, 5. | | | | |
| Sens du mouvement ... direct. | | | | |

M. de la Lande penſe que cette Comète *n'eſt point du nombre de celles qui peuvent influer ſur la Terre, quoique Whiſton ait voulu la donner pour cauſe du déluge*; il obſerve ſeulement que *ſuivant M. Halley, le 11 Novembre 1680, elle n'étoit guère éloignée que comme la Lune.* Voyons ce que le calcul va nous apprendre.

(39) Il ne peut être queſtion du nœud aſcendant, à cauſe de la trop grande différence des élémens. Quant au nœud deſcendant, ſi l'on veut déterminer quelles altérations doivent ſubir les élémens de la Comète, pour qu'elle puiſſe couper l'orbite de la Terre dans ce nœud, on aura

$$\cdot 98327\,(100000 + \text{cosin.}\,(189^\circ\,22'\,30'' + dN)) - 2\times 100000\,(612,5 + dD) = 0.$$

Si l'on ſuppoſe $dD = 0$, on aura

$$dN = \begin{cases} -18^\circ\ 25'\ 45'' \\ -\ 0\ \ 19\ \ 15 \end{cases}$$

Il ſuffiroit donc que la poſition du nœud variât de $19' 15''$ relativement au périhélie.

Si l'on ſuppoſe $d\,N = 0$, on aura

$$d\,D = +43,8.$$

Il ſuffiroit donc que la diſtance périhélie de la Comète augmentât d'environ 15137 de nos lieues.

Avec les élémens du §. 38, ſi la Comète avoit paſſé par le nœud deſcendant le 24 Décembre au lieu du 11 Novembre, la Terre étant alors dans le même rayon vecteur, elle auroit été à la diſtance de 2269500 lieues de notre Globe.

(40) Suivant M. Halley, cette Comète, lors de ſa plus grande proximité de l'orbite de la Terre, n'en étoit éloignée que d'environ 84000 lieues. Suivant moi, ſi cette Comète avoit paſſé par le nœud en même tems que la Terre, elle en eût encore été éloignée de 2269500 lieues; le nœud n'eſt donc pas l'endroit de la plus grande approximation de la Comète & de l'orbite de la Terre, ainſi que je l'ai déjà remarqué. Quoique je réſerve par une autre Section, la méthode générale par laquelle on peut déterminer cette plus grande proximité, voici une méthode particuliere, dont on pourra faire uſage pour la Comète de 1680, & pour toutes celles qui ſeroient dans le même cas. En effet, ſi l'on fait attention que la ligne des nœuds de cette Comète ne fait avec le grand axe, ſur le plan de l'orbite de la Comète, qu'un angle de $9^{\circ}\ 22'\ 30''$; que de plus, à cauſe de la petiteſſe de la diſtance périhélie, l'orbite étoit preſque rectiligne, on pourra conſidérer cette Comète comme ayant parcouru une eſpece de ligne droite, preſque parallèle à la ligne des nœuds, & infiniment peu éloignée du plan de l'écliptique; de ſorte que lorſqu'elle ſe ſera trouvée à la même diſtance que la Terre relativement au Soleil, elle aura paſſé très-peu au-deſſus de l'écliptique, & conſéquemment très-près de l'orbite terreſtre, quoi-

qu'elle fût encore à quelque distance du nœud. Il faut donc déterminer généralement la distance de la Comète au point correspondant de l'orbite terrestre, mesurée dans le plan perpendiculaire à l'écliptique.

(41) Soit D la distance périhélie de la Comète.

R son rayon vecteur.

$\beta$ la longitude du nœud ascendant moins la longitude du périhélie.

$u$ l'angle du rayon vecteur avec la ligne des nœuds. Cet angle doit être compté sur le plan de l'orbite de la Comète, en partant du nœud ascendant.

T la distance du point correspondant de l'orbite terrestre, au Soleil.

$\Delta$ la distance de la Comète au point correspondant de l'orbite terrestre, mesurée dans le plan perpendiculaire à l'écliptique.

Il est aisé de voir que l'équation à la parabole du §. 4 se transformera dans la suivante;

$$R\left(r + \text{cosin.}\,(u+\beta)\right) - 2rD = 0.$$

Maintenant, si du lieu de la Comète on abaisse une perpendiculaire sur la ligne des nœuds, cette perpendiculaire aura pour expression $\frac{R \text{ sin. } u}{r}$; d'ailleurs la perpendiculaire abaissée de la Comète sur le plan de l'écliptique, s'exprimera par $\frac{R \text{ sin. } u \text{ sin. (inclin. orbite)}}{r}$; & la distance du pieds de cette perpendiculaire au Soleil sur le plan de l'écliptique, aura pour expression $\frac{R}{r}\sqrt{\left(r^2 - \frac{\text{sin}^2\, u \times \text{sin}^2\,(\text{inclin. de l'orbite})}{r^2}\right)}$.

Donc en général, soit F un angle tel que $\text{sin. } F = \frac{\text{sin. } u \times \text{sin. (inclin. de l'orbite)}}{r}$, comme la distance $\Delta$ de la Comète à l'orbite de la Terre, est l'hypothénuse d'un triangle rectangle, dont l'un des côtés

eſt $T - \frac{R \times \text{cosin. } F}{r}$, & dont l'autre côté eſt $\frac{R \text{ ſin. } F}{r}$; on aura

$$\Delta = \sqrt{\left( T^2 + R^2 - \frac{2\,TR \text{ cosin. } F}{r} \right)};$$

R étant d'ailleurs déterminée par l'équation

$$R\left(r + \text{cosin. } (u + \beta)\right) - 2\,rD = 0.$$

(42) Dans le cas où la diſtance de la Comète au Soleil eſt égale à celle de la Terre au Soleil; puiſque $T = R$, on déterminera la valeur de l'angle $u$ au moyen de l'équation

$$T\left(r + \text{cosin. } (u + \beta)\right) - 2\,rD = 0;$$

& l'on aura

$$\Delta = T\sqrt{2} \times \sqrt{\left(\frac{r - \text{cosin. } F}{r}\right)} = \frac{2\,T \text{ ſin. } \frac{1}{2} F.}{r}$$

Si l'on vouloit calculer dans l'orbite elliptique, le calcul ne préſenteroit aucune difficulté, il ne s'agiroit que de déterminer l'angle $u$ au moyen de l'équation

$$2\,T\left(\frac{E}{a} \text{ cosin. } (u + \beta) + r\right) - rP = 0;$$

dans laquelle $a$ eſt le demi-grand axe, E la diſtance du foyer au centre de l'ellipſe, & P le paramètre du grand axe.

(43) Comme l'on ignore les points de l'orbite de la Comète, où ſa diſtance au Soleil eſt égale à celle de la Terre au Soleil, on fera un premier calcul, dans lequel on ſuppoſera $T = 100000$, c'eſt-à-dire T égal à la moyenne diſtance du Soleil à la Terre. Ce calcul donnera deux valeurs de $u$, qui ſeront les points approchés de l'orbite de la Comète, dans leſquels ſa diſtance au Soleil égale la diſtance de la Terre au Soleil. Par la ſuppoſition le point correſpondant de l'orbite de la Terre eſt dans le plan perpendiculaire à

l'écliptique, mené par la Comète. Si donc l'on nomme $u$ l'angle du rayon correſpondant de l'orbite terreſtre avec la ligne des nœuds de la Comète, (cet angle doit être compté ſur l'écliptique en partant du nœud aſcendant de la Comète); à cauſe du triangle ſphérique rectangle formé par l'écliptique, par le plan de l'orbite de la Comète, & par le cercle perpendiculaire à l'écliptique, paſſant par la Comète, on aura

$$\text{Tang. } u' = \text{Tang. } u \times \frac{\text{coſin. (inclin. orbite.)}}{r}$$

On déterminera donc les angles $u'$ correſpondans aux angles $u$; on fera enſuite un nouveau calcul, dans lequel on donnera ſucceſſivement à T les valeurs correſpondantes aux deux angles $u'$, $u'$, trouvés ci-deſſus, & l'on déterminera les véritables angles $u$, $u$, $u'$, $u'$, qui ſatisfont à la queſtion; ainſi que les diſtances correſpondantes de la Comète à l'orbite de la Terre. Les exemples vont éclaircir cette matiere.

(44) Relativement à la Comète de 1680, $\beta = 9^\circ\ 22'\ 30''$; $D = 612,5$; l'inclinaiſon de l'orbite $= 60^\circ\ 56'\ 0''$. Suppoſons d'abord $T = 100000$; ſi l'on porte ces valeurs dans l'équation du §. 42, on aura.

$$r + \text{coſin.}(u + 9^\circ\ 22'\ 30'') - 2 \times 612,5 = 0.$$

donc $u = 161^\circ\ 38'\ 50''$, $u = 179^\circ\ 36'\ 10''$;

les valeurs correſpondantes de $u'$ ſont,

$$u' = 170^\circ\ 50'\ 40'',\ u' = 179^\circ\ 48'\ 20''.$$

Les points de l'orbite terreſtre correſpondans aux points de l'orbite de la Comète, où la diſtance de la Comète au Soleil eſt égale à la moyenne diſtance de la Terre au Soleil, ſont donc à $\begin{cases} 170^\circ\ 50'\ 40'' \\ 179\ \ 48\ \ 20 \end{cases}$ du nœud aſcendant de la Comète; ils ſont donc ſitués dans $\begin{cases} 21\ 22^\circ\ 52'\ 40'' \\ 3\ \ 1\ \ 50\ \ 20 \end{cases}$ vus du Soleil.

Les véritables diſtances de la Terre au Soleil, dans ces points de l'orbite, ſont reſpectivement 98392 & 98327; je fais un ſecond calcul, dans lequel je ſuppoſe $T = 98392$, & j'ai

$$98392\left(r+\text{cof.}(u+9^\circ\,22'\,30'')\right) - 2\times 100000\times 612,5 = 0;$$

$u = 161^\circ\,34'\,30''$; $F = 16^\circ\,2'\,14''$; $\frac{1}{2}F = 8^\circ\,1'\,7''$.

$\Delta = 27446 = 9485100$ lieues.

je ſuppoſe enfin $T = 98327$, & j'ai

$$98327\left(r+\text{cof.}(u+9^\circ\,22'\,30'')\right) - 2\times 100000\times 612,5 = 0;$$

$u = 179^\circ\,40'\,45''$; $F = 16'\,50''$; $\frac{1}{2}F = 8'\,25''$.

$\Delta = 481,5 = 166390$ lieues.

(45) La Comète de 1680 a donc paſſé très-près de l'orbite de la Terre, & je ne ſçai pourquoi M. de la Lande ne l'a pas compriſe dans le nombre des Comètes qui peuvent approcher de notre Globe, puiſqu'elle a plus qu'aucune autre, les propriétés qu'il leur ſuppoſe. J'obſerverai auſſi que les diſtances $\Delta$ ne ſont pas préciſément le *minimum* de diſtance de la Comète & de l'orbite de la Terre. La nature du Problême fait voir cependant que le véritable *minimum* ne doit pas beaucoup différer de la quantité trouvée ci-deſſus; & l'on doit regarder la méthode comme très-propre à donner une idée approchée du *minimum* de diſtance. J'ajouterai qu'elle ſervira à faciliter la ſolution rigoureuſe du Problême. Relativement à la Comète de 1680 je trouve un *minimum* de diſtance plus grand que M Halley; cela vient de ce que j'ai employé une parallaxe du Soleil plus petite que celle dont il a fait uſage.

*Comète de 1770.*

(46) Cette Comète a été calculée par M. Pingré. Voici ſes élémens : (Aſtron. de M. de la Lande, §. 3089.)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Nœud aſcendant ..... | 4ſ | 19° | 39′ | 5″ |
| Nœud deſcendant ..... | 10 | 19 | 39 | 5 |
| Périhélie ..... | 11 | 25 | 27 | 16 |
| Inclinaiſon ..... | | 1 | 44 | 30 |
| Paſſage au périhélie .... | 9 Août | 0h | 16′ | 54″ |
| Diſtance périhélie .... | 63687, 8. | | | |
| Sens du mouvement ... | direct. | | | |

(47) Cette Comète n'eſt pas du nombre de celles qui puiſſent rencontrer la Terre centre à centre dans le nœud. En effet, relativement au nœud deſcendant, le ſeul que l'on doive conſidérer ici, à cauſe de la trop grande différence des élémens, on a l'équation ſuivante.

$$101267\,(100000+\text{cosin.}(324^\circ\,11'\,49''+d\mathrm{N}))$$
$$-2\times 100000\,(63688+d\mathrm{D})=0.$$

Cette équation ne peut être ſatisfaite dans le cas de $d\mathrm{D}=0$, qu'en ſuppoſant un dérangement de $39^\circ\,15'\,19''$ dans la poſition du nœud relativement au périhélie; ſuppoſition peu probable. Mais ſi l'on fait attention que le plan de l'orbite de cette Comète n'eſt incliné que de $1^\circ\,44'\,30''$ ſur l'écliptique, on pourra la conſidérer comme parcourant un plan infiniment peu incliné ſur l'écliptique; de ſorte que lorſqu'elle ſe ſera trouvée à la même diſtance que la Terre relativement au Soleil, elle aura paſſé très-près de l'orbite terreſtre, quoique fort éloignée de ſes nœuds. Voyons ce que le calcul va nous apprendre.

(48) Relativement à la Comète de 1770, $\beta=144^\circ\,11'\,49''$, $\mathrm{D}=63687,8$; l'inclinaiſon de l'orbite $=1^\circ\,44'\,30''$. Si l'on ſuppoſe d'abord $\mathrm{T}=100000$, & que l'on porte ces valeurs dans l'équation du §. 42,

on aura

$$r + \text{cosin.}(u + 144^\circ\ 11'\ 49'') - 2 \times 63687,8 = 0;$$

d'où l'on tire $u = 141^\circ\ 41'\ 21''$, $u = 289^\circ\ 5\ 1''$.

Les valeurs correſpondantes de $u'$ ſont $u' = 141^\circ\ 42'\ 10''$, $u' = 289^\circ\ 54'\ 40''$.

Les points de l'orbite terreſtre, correſpondans aux points de l'orbite de la Comète, où la diſtance de la Comète au Soleil eſt égale à la moyenne diſtance de la Terre au Soleil, ſont donc à $\begin{cases} 141^\circ\ 42'\ 10'' \\ 289\ \ 54\ \ 40 \end{cases}$ du nœud aſcendant de la Comète ; ils ſont donc ſitués dans $\begin{cases} 9^{\text{ſ}}\ 11^\circ\ 21'\ 15'' \\ 2\ \ 9\ \ 33\ \ 45 \end{cases}$ vus du Soleil.

Les véritables diſtances de la Terre au Soleil vers ces points de l'orbite, ſont reſpectivement 101680 & 98535. Je fais un ſecond calcul, dans lequel je ſuppoſe $T = 101680$, & j'ai

$$101680\left(r + \text{cosin.}(u + 144^\circ\ 11'\ 49'')\right) - 2 \times 100000 \times 63687,8 = 0.$$

$u = 140^\circ\ 26'\ 31''$; $F = 1^\circ\ 6'\ 33''$; $\frac{1}{2}F = 0^\circ\ 33'\ 16''\frac{1}{2}$.

$\Delta = 1968 = 680210$ lieues.

Je ſuppoſe enfin $T = 98535$ & j'ai

$$98535\left(r + \text{cosin.}(u + 144^\circ\ 11'\ 49'')\right) - 2 \times 100000 \times 63687,8 = 0.$$

$u = 288^\circ\ 47'\ 1''$, $F = 1^\circ\ 38'\ 56''$, $\frac{1}{2}F = 49'\ 28''$.

$\Delta = 2836 = 979935$ lieues.

(49) On voit par-là que la Comète de 1770 a paſſé deux fois très-près de l'orbite de la Terre ; la première fois avant ſon paſſage par le nœud deſcendant, & lorſqu'elle en étoit encore éloignée d'environ $39^\circ\ \frac{1}{2}$ ; la ſeconde fois, avant ſon paſſage par le nœud aſcendant, & lorſqu'elle étoit encore éloignée d'environ $71^\circ$. Par un hazard aſſez ſingulier, au commencement de Juillet

1770, la Terre s'eſt trouvée très-près du point correſpondant de ſon orbite lors de la première circonſtance.

(50) Je ne vois pas de raiſon pour exclure cette Comète du nombre de celles qui peuvent approcher de l'orbite de la Terre; en effet, pour qu'elle pût rencontrer notre orbite, il ſuffiroit que ſon inclinaiſon diminuât de 1° 44 30; & comme il s'agit ici de poſſibilités, je ne vois pas que ce changement ſoit moins poſſible que tout autre.

(51) Les Comètes qui, ainſi que celle de 1770, ſe meuvent dans des plans peu inclinés a l'écliptique, me paroiſſent donc conſtituer une claſſe à part, dont il faut calculer les approximations, indépendamment de ce qui arrive dans les nœuds. On ne connoît que neuf Comètes, dont l'inclinaiſon ſoit moindre que 10°; celles de 1231, 1472, 1585, 1678, 1702, 1743, 1760, 1766, 1770. Relativement aux Comètes de 1585 & 1678, les diſtances périhélies ſurpaſſent le rayon de l'orbite de la Terre; nous venons de voir ce qui a lieu pour la Comète de 1770; je me ſuis aſſuré par le calcul que les Comètes de 1231, 1760 & 1766 ne peuvent pas approcher aſſez près de l'orbite terreſtre, pour mériter une attention particulière: il reſte donc à examiner les Comètes de 1472, 1702 & 1743.

*Comète de* 1472.

(52) Cette Comète, une des plus fameuſes de celles que l'Hiſtoire de l'Aſtronomie nous ait tranſmiſes, a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens: (Aſtr. de M. de la Lande, §. 3089.)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Nœud aſcendant | 9ſ | 11° | 46′ | 20″ |
| Nœud deſcendant | 3 | 11 | 46 | 20 |
| Périhélie | 1 | 15 | 33 | 30 |
| Inclinaiſon de l'orbite | | 5 | 20 | 0 |
| Paſſage au périhélie | 28 Février | | 22h | 32′ 0″ |
| Diſtance périhélie | 54273. | | | |
| Sens du mouvement | rétrograde. | | | |

(53) Relativement à cette Comète, on trouvera par des calculs analogues à ceux des §. précédens.

$$u = \begin{cases} 37^\circ\ 55'\ 20'', \\ 207\ \ 58\ \ 16\ , \end{cases} \quad F = \begin{cases} 3^\circ\ 16'\ 28'', \\ 2\ \ 29\ \ 56\ , \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{cases} 5785 \\ 4298 \end{cases} = \begin{cases} 1999200 \text{ lieues.} \\ 1485400 \text{ lieues.} \end{cases}$$

La Comète de 1472 a donc passé deux fois assez près de l'orbite de la Terre ; la première fois, avant son passage par le nœud descendant, & lorsqu'elle en étoit encore éloignée d'environ 28° ; la seconde fois avant son passage par le nœud ascendant, lorsqu'elle en étoit éloignée d'environ 38 degrés.

*Comète de 1702.*

(54) Cette Comète a été calculée par M. l'Abbé de la Caille. Voici ses élémens : (Astr. de M. de la Lande, §. 3089.)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Nœud ascendant | 6[ | 9° | 25′ | 15″ |
| Nœud descendant | 0 | 9 | 25 | 15 |
| Périhélie | 4 | 18 | 41 | 3 |
| Inclinaison de l'orbite | | 4 | 30 | 0 |
| Passage au périhélie | 13 Mars | 14h | 2′ | 0″ |
| Distance périhélie | 64590. | | | |
| Sens du mouvement | direct. | | | |

(55) On trouvera relativement à cette Comète,

$$u = \begin{cases} 22^\circ\ 44'\ 16'', \\ 237\ \ 20\ \ 40\ , \end{cases} \quad F = \begin{cases} 1^\circ\ 44'\ 16'', \\ 3\ \ 47\ \ 18\ , \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{cases} 3052 \\ 6518 \end{cases} = \begin{cases} 1054650 \text{ lieues.} \\ 2252500 \text{ lieues.} \end{cases}$$

La Comète de 1702 a donc passé deux fois assez près de l'orbite de la Terre. La première fois, avant son passage par le nœud ascendant, lorsqu'elle en étoit encore éloignée d'environ 122 degrés ; la seconde fois, après son passage par le nœud, lorsqu'elle s'en étoit éloignée d'environ 23 degrés. Je croirois que cette

Comète ainſi que la précédente, doit être miſe au nombre de celles qui peuvent approcher de l'orbite de la Terre.

*Comète de 1743.*

(56) Cette Comète, la première des deux Comètes obſervées en 1743, a été calculée par M. Struick. Voici ſes élémens : (Aſtron. de M. de la Lande, §. 3089.)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Nœud aſcendant | 2 | 8° | 10′ | 48″ |
| Nœud deſcendant | 8 | 8 | 10 | 48 |
| Périhélie | 3 | 2 | 58 | 4 |
| Inclinaiſon | | 2 | 15 | 50 |
| Paſſage au périhélie | 10 Janvier | | 21h 24′ | 57″ |
| Diſtance périhélie | 83811, 5. | | | |
| Sens du mouvement | direct. | | | |

(57) On trouvera relativement à cette Comète,

$$u = \begin{cases} 70^\circ\ 32'\ 12'', \\ 338\ \ 40\ \ 50, \end{cases} \quad F = \begin{cases} 2^\circ\ \ 8'\ \ 4'', \\ 0\ \ 49\ \ 23, \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{cases} 3678 \\ 1422 \end{cases} = \begin{cases} 1271000 \text{ lieues.} \\ 491430 \text{ lieues.} \end{cases}$$

La Comète de 1743 a donc paſſé deux fois très-près de l'orbite de la Terre. La première fois avant ſon paſſage par le nœud aſcendant, & lorſqu'elle en étoit encore éloignée d'environ 21 degrés ; la ſeconde fois après ſon paſſage par ce nœud & lorſqu'elle s'en étoit éloignée d'environ 71°. Je ne vois pas de raiſon pour exclure cette Comète du nombre de celles qui pourroient approcher de l'orbite de la Terre, puiſqu'une diminution de 2° 15′ 50″ dans l'inclinaiſon de l'orbite, lui feroit couper l'écliptique.

(58) J'ai appliqué le calcul à toutes les autres Comètes, dont on connoît les élémens ; & je me ſuis aſſuré qu'il n'y en a aucune qui puiſſe approcher de l'orbite de la Terre, auſſi près, que celles dont on vient de voir les réſultats. Il y en a cependant, dont les nœuds ne ſont pas infiniment plus éloignés de la

position qui leur feroit couper l'orbite terreſtre, que celles que l'on a calculées ci-deſſus. Telle eſt, par exemple, la Comète de 1771, relativement à laquelle il ne faudroit ſuppoſer qu'une altération de 7° dans la poſition des nœuds, pour qu'elle coupât l'orbite de la Terre dans le nœud deſcendant. La Table ſuivante pourra faciliter cette vérification. La première colomne renferme la diſtance périhélie de la Comète, évaluée en parties telles que le rayon de l'orbite de la Terre en contient 100000; dans les ſeconde & troiſième colomnes ſont contenues les anomalies correſpondantes aux points de la trajectoire, ou la diſtance de la Comète au Soleil égale 100000.

| *Diſtances périhélies.* | *Anomalies de la Comète lorſque ſa diſtance au Soleil égale* 100000. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | *D.* | *M.* | *S.* | *D.* | *M.* | *S.* |
| 5000..... | 154 | 9 | 30 | 205 | 50 | 30 |
| 10000..... | 143 | 7 | 50 | 216 | 52 | 10 |
| 15000..... | 134 | 25 | 30 | 225 | 34 | 30 |
| 20000..... | 126 | 52 | 10 | 233 | 7 | 50 |
| 25000..... | 120 | 0 | 0 | 240 | 0 | 0 |
| 30000..... | 113 | 34 | 40 | 246 | 25 | 20 |
| 35000..... | 107 | 27 | 30 | 252 | 32 | 30 |
| 40000..... | 101 | 32 | 10 | 258 | 27 | 50 |
| 45000..... | 95 | 44 | 30 | 264 | 15 | 30 |
| 50000..... | 90 | 0 | 0 | 270 | 0 | 0 |
| 55000..... | 84 | 15 | 30 | 275 | 44 | 30 |
| 60000..... | 78 | 27 | 50 | 281 | 32 | 10 |
| 65000..... | 72 | 32 | 30 | 287 | 27 | 30 |
| 70000..... | 66 | 25 | 20 | 293 | 34 | 40 |
| 75000..... | 60 | 0 | 0 | 300 | 0 | 0 |
| 80000..... | 53 | 7 | 50 | 306 | 52 | 10 |
| 85000..... | 45 | 34 | 30 | 314 | 25 | 30 |
| 90000..... | 36 | 52 | 10 | 323 | 7 | 50 |
| 95000..... | 25 | 50 | 30 | 334 | 9 | 30 |
| 100000..... | 0 | 0 | 0 | 360 | 0 | 0 |

(59) La Table du §. précédent, fondée sur l'équation polaire à la parabole, est commode pour vérifier si une Comète donnée est dans le cas de couper l'orbite terrestre dans ses nœuds. Soit par exemple la Comète de 1769, dont la longitude du nœud ascendant est de $5^{s}\ 25^{\circ}\ 0'\ 43''$; celle du nœud descendant de $11^{s}\ 25^{\circ}\ 0'\ 43''$; celle du périhélie de $4^{s}\ 24^{\circ}\ 5'\ 54''$, & la distance périhélie de 12376. Je vois d'abord que la longitude du nœud ascendant moins celle du périhélie est de $30^{\circ}\ 54'\ 49''$, que la longitude du nœud descendant moins celle du périhélie est de $210^{\circ}\ 54'\ 49''$; mais comme par la Table précédente, pour une distance périhélie de 12376, l'anomalie de la Comète, lorsque sa distance au Soleil égale 100000, est d'environ 220 degrés; je vois que le nœud descendant est à environ 9 degrés du point où il devroit être, pour que la Comète pût couper l'orbite de la Terre.

(60) Il n'existe aucune Comète connue, qui d'après les élémens établis dans les dernières apparitions, puisse approcher de la Terre assez pour y produire un effet nuisible. Ce ne pourroit être qu'en vertu des altérations que subiroient les élémens, que cet événement seroit à redouter. Ce dérangement n'est pas absolument impossible, mais il y a loin de la possibilité d'un dérangement quelconque, à la certitude que ce dérangement sera tel qu'il convient pour occasionner la rencontre, ou une proximité nuisible de la Comète & de la Terre. Pour que l'événement eût lieu, il faudroit que le dérangement suivît une certaine loi donnée, qu'il arrivât dans un certain tems donné, & qu'alors la Terre fût à un certain point donné de son orbite. Il y a donc relativement aux Comètes, qui n'ont pas actuellement les conditions requises, & dont le plan de l'orbite est incliné sur l'écliptique, la probabilité d'un infini du troisième ordre contre l'unité, que

que cela n'arrivera pas. Quant aux Comètes qui auroient actuellement les conditions requiſes, ou dont les orbites ſeroient ſituées dans le plan de l'écliptique, la probabilité eſt moins éloignée. Suppoſons en effet les orbites couchées ſur le plan de l'écliptique, & la diſtance périhélie plus petite que la diſtance de la Terre au Soleil; comme la Comète coupe néceſſairement l'orbite terreſtre dans chacune de ſes révolutions, il ſuffit que la Terre ſe trouve alors au point correſpondant de ſon orbite, pour que les deux Aſtres ſe rencontrent. La probabilité d'un infini du troiſième ordre contre l'unité, eſt donc réduite à la probabilité d'un infini du premier ordre. Au reſte, il me paroît impoſſible de déterminer ſi cet événement aura jamais lieu; ce qu'il y a de sûr, c'eſt qu'il eſt infiniment peu probable; & plus on examine la queſtion, plus on voit qu'il n'y a rien à ajouter à ce qu'a dit M. Halley. *Colliſionem verò vel contactum tantorum corporum ac tantâ vi motorum (quod quidem manifeſtum eſt minimè eſſe impoſſibile) avertat Deus optimus maximus.*

(61) Les Problèmes que l'on vient de réſoudre pour la Terre, ſe réſolvent avec la même facilité pour les autres Planètes, en faiſant toutefois les changemens convenables dans les formules. J'obſerverai même que, comme l'on connoît le lieu du nœud des Planètes ſur l'écliptique, & l'inclinaiſon de leurs orbites, on peut facilement réduire aux plans des différentes orbites des Planètes, la poſition des orbites des Comètes déterminée par rapport à la Terre; il ne s'agit que de réſoudre le triangle ſphérique formé par l'écliptique, l'orbite de la Planète & l'orbite de la Comète; triangle dans lequel on connoît l'inclinaiſon des orbites de la Comète & de la Planète ſur l'écliptique, ainſi que la diſtance du nœud de la Planète au nœud de la Comète comptée ſur l'écliptique.

## SECTION TROISIÈME.

*Détermination de la distance d'une Comète à la Terre à un instant quelconque, du* minimum *de cette distance, & de l'arc que la Comète décrit dans sa trajectoire pendant le tems qu'elle est à une distance de l'orbite de la Terre, plus petite qu'une quantité donnée.*

(62) JE dois déterminer maintenant la distance d'une Comète à la Terre à un instant quelconque, le *minimum* de cette distance, & l'arc que la Comète décrit dans sa trajectoire pendant le tems qu'elle est à une distance de l'orbite de la Terre plus petite qu'une quantité donnée. J'appliquerai cette théorie aux Comètes de 837, 1618, 1680, 1702, 1743, 1763 & 1770.

*De la distance d'une Comète à la Terre à un instant quelconque.*

(63) Soit R le rayon vecteur de la Comète.

I l'angle d'inclinaison du plan de l'orbite de la Comète sur l'écliptique.

$u$ l'angle du rayon vecteur de la Comète avec la ligne des nœuds; cet angle doit être compté sur le plan de l'orbite de la Comète en partant du nœud ascendant.

T le rayon vecteur de la Terre.

$u'$ l'angle du rayon vecteur de la Terre avec la ligne des nœuds; cet angle doit être compté sur l'écliptique, en partant du nœud ascendant de la Comète.

$r$ le rayon du cercle sur lequel les angles $u$ & $u'$ sont comptés.

$\Delta$ la distance de la Comète à la Terre;

& conservons toutes les autres définitions des §. 41 & 42.

Si du lieu de la Comète dans le plan de son orbite, on abaisse une perpendiculaire sur la ligne des nœuds, cette perpendiculaire aura pour expression $\frac{R \times \text{sin. } u.}{r}$; & la distance du Soleil au point où la ligne des nœuds est coupée par cette perpendiculaire, s'exprimera par $\frac{R \times \text{cosinus } u}{r}$. Par la même raison, si du lieu de la Terre dans l'écliptique on abaisse une perpendiculaire sur la ligne des nœuds, cette perpendiculaire aura pour expression $\frac{T \text{ sin. } u'}{r}$, & la distance du Soleil au point où la ligne des nœuds est coupée par cette perpendiculaire, s'exprimera par $\frac{T \times \text{cosin. } u'}{r}$; d'ailleurs la perpendiculaire abaissée de la Comète sur le plan de l'écliptique, aura pour expression $\frac{R \times \text{sin. } u \times \text{sin. } I}{r^2}$, & la distance perpendiculaire de la projection de la Comète sur l'écliptique, à la ligne des nœuds, s'exprimera par $\frac{R \times \text{sin. } u \times \text{cosin. } I}{r^2}$; mais

$$\Delta^2 = \left(\frac{T \text{ sin. } u'}{r} - \frac{R \text{ sin. } u \text{ cosin. } I}{r^2}\right)^2 + \left(\frac{T \text{ cosin. } u'}{r} - \frac{R \text{ cosin. } u}{r}\right)^2 + \frac{R^2 \text{ sin}^2. u \text{ sin}^2. I}{r^2};$$

donc

$$\Delta = \sqrt{\left(T^2 + R^2 - \frac{2TR}{r}\left(\frac{\text{cosin. } u \text{ cosin. } u'}{r} + \frac{\text{sin. } u \text{ sin. } u' \text{ cosin. } I}{r^2}\right)\right)}.$$

Si dans cette valeur l'on élimine R au moyen de l'équation

$$2R\left(\frac{E}{a}\text{ cosin. } (u + \beta) + r\right) - rP = 0,$$

ou

$$R\left(\text{cosin. } (u + \beta) + r\right) - 2rD = 0,$$

ſuivant que l'on voudra calculer dans l'ellipſe ou dans la parabole, & que l'on donne à T, $u$, $u'$, I, les valeurs convenables, on aura la diſtance de la Comète à la Terre.

*Du* minimum *de diſtance de la Comète à la Terre.*

(64) Je ſuppoſe que l'on connoiſſe la poſition de la ligne des nœuds de la Comète, & l'inclinaiſon de ſon orbite; je vais déterminer quelles devroient être les poſitions reſpectives de la Terre & de la Comète, chacune dans ſon orbite, pour que ces corps fuſſent à la plus petite diſtance poſſible. Pour y parvenir, je différencie l'expreſſion de $\Delta$; & j'ai

$$\left(R-\frac{T}{r}\left(\frac{\text{cof. } u' \times \text{cof. } u}{r}+\frac{\text{ſin. } u \times \text{ſin. } u' \text{ cof. I}}{r^2}\right)\right) dR$$

$$-\frac{TR}{r}\left(\frac{\text{ſin. } u' \times \text{coſin. } u \times \text{coſin. I}}{r^3}-\frac{\text{ſin. } u \text{ coſin. } u'}{r^2}\right) du$$

$$+\left(T-\frac{R}{r}\left(\frac{\text{cof. } u \times \text{cof. } u'}{r}+\frac{\text{ſin. } u \times \text{ſin. } u' \times \text{cof. I}}{r^2}\right)\right) dT$$

$$-\frac{TR}{r}\left(\frac{\text{ſin. } u \times \text{cof. } u' \times \text{cof. I}}{r^3}-\frac{\text{ſin. } u' \times \text{coſin. } u}{r^2}\right) du' = 0.$$

(65) Soit maintenant

$\beta'$ la longitude du nœud aſcendant de la Comète moins la longitude du périhélie de la Terre.

$a'$ le demi-grand axe de l'orbite terreſtre,

$E'$ la demi-excentricité de cette orbite,

$P'$ le paramêtre de l'orbite de la terre,

& conſervons d'ailleurs toutes les autres définitions précédentes. Relativement à la Terre on a l'équation

$$(1)\quad 2T\left(\frac{E'}{a'}\text{ coſin. } (u'+\beta')+r\right)-rP'=0.$$

Cette équation différenciée donne

$$(2)\quad r\,dT\left(r+\frac{E'}{a'}\text{cof. } (u'+\beta')\right)-\frac{E'}{a'}T\text{ ſin. } (u'+\beta')\,du'=0.$$

Relativement à la Comète, on a pareillement les équations ſuivantes.

$$(3)\ 2R\left(\frac{E}{a}\text{ coſin. }(u+\beta)+r\right)-rP=0,$$

$$(4)\ r\,dR\left(r+\frac{E}{a}\text{ coſ. }(u+\beta)\right)-\frac{E}{a}R\text{ ſin. }(u+\beta)\,du=0.$$

(66) Au moyen des équations (2) & (4) du §. précédent, j'élimine les valeurs de $dR$ & de $dT$ dans l'équation du §. 64, je fais nuls ſéparément les coéficiens de $du$ & de $du'$; & j'ai

$$(1)\ \left(T-R\left(\frac{\text{coſin. }u\times\text{coſin. }u'}{r^2}+\frac{\text{ſin. }u\times\text{ſin. }u'\times\text{coſin. I}}{r^3}\right)\right)\times\left(\frac{E'}{a'}\text{ ſin. }(u'+\beta')\right)-R\left(r+\frac{E'}{a'}\text{ coſin. }(u'+\beta')\right)\times\left(\frac{\text{ſin. }u\times\text{coſin. }u'\times\text{coſ. I}}{r^3}-\frac{\text{ſin. }u'\times\text{coſin. }u}{r^2}\right)=0;$$

$$(2)\ \left(R-T\left(\frac{\text{coſin. }u\times\text{coſin. }u'}{r^2}+\frac{\text{ſin. }u\times\text{ſin. }u'\times\text{coſ. I.}}{r^3}\right)\right)\times\left(\frac{E}{a}\text{ ſin. }(u+\beta)\right)-T\left(r+\frac{E}{a}\text{ coſin. }(u+\beta)\right)\times\left(\frac{\text{ſin. }u'\times\text{coſin. }u\times\text{coſin. I}}{r^3}-\frac{\text{ſin. }u\times\text{coſ. }u'}{r^2}\right)=0.$$

Ces équations, ainſi que les équations (1) & (3) du §. précédent, doivent être ſatisfaites pour que la Comète & la Terre ſoient à la plus petite diſtance.

(67) Si l'on regarde l'orbite de la Terre comme circulaire (& cette approximation eſt ſuffiſante pour le Problême dont il s'agit, ainſi qu'on pourra le conſtater par la ſuite); comme dans ce cas $E'=0$, l'équation (1) du § 66 deviendra

(1) Sin. $u\times$ coſin. $u'\times$ coſin. I $-r$ ſin. $u'\times$ coſ. $u=0$.

Cette dernière équation convient à un triangle ſphérique rectangle, dans lequel $u$ eſt l'hypothénuſe, $u'$ le côté adjacent à l'angle droit, & I l'inclinaiſon de l'hypothénuſe ſur le côté $u'$. Le *minimum* de diſtance de la Comète & de la Terre, dans l'hypothèſe de l'orbite terreſtre circulaire, ne peut donc avoir lieu que lorſque la Comète & la Terre ſe trouvent à la fois dans un plan perpendiculaire à l'écliptique; mais cette condition n'eſt pas ſuffiſante; il faut de plus que l'équation (2) du §. 66 ſoit ſatisfaite. Si l'on combine cette équation avec l'équation (1) du préſent paragraphe, on parviendra au réſultat ſuivant;

$$\frac{E}{a}\times\left(R-\frac{T\cos u}{\cos u'}\right)\times\frac{\sin.(u+\beta)}{r+\frac{E}{a}\cos.(u+\beta)}+\frac{T\sin.u\cos u'\sin^2.I}{r^4}=0;$$

mais $\left(\S.\,65\ \text{éq.}(3)\right)\ R=\dfrac{rp}{2\left(r+\frac{E}{a}\cos.(u+\beta)\right)}$; d'ailleurs ſi l'on nomme

$$F\ \text{un angle tel que}\ \sin.F=\frac{\sin.u\sin.I}{r},$$

on aura $\text{coſin.}\,u'=\dfrac{r\,\text{coſin.}\,u}{\text{coſin.}\,F}$; donc

$$\frac{\frac{E}{a}\times r^4\,\text{coſin.}\,F\sin.(u+\beta)}{\frac{E}{a}r^2\cos^2.F\sin.(u+\beta)-\left(r+\frac{E}{a}\cos.(u+\beta)\right)\sin.u\cos.u\sin^2.I}$$

$$\times\frac{p}{2\left(r+\frac{E}{a}\,\text{coſin.}\,(u+\beta)\right)}-T=0,$$

(68) Au lieu de ſuppoſer la trajectoire de la Comète elliptique, ſi on la ſuppoſoit parabolique; comme

dans ce cas $a = E$; $P = 4 \times$ distance périhélie $= 4\,D$, l'équation du §. précédent deviendroit

$$\frac{r^4 \text{ cosin. F sin. } (u+\beta)}{r^2 \cos^2.\text{F. sin. } (u+\beta) - (r + \text{cos. } (u+\beta)) \text{ sin. } u \text{ cos. } u \sin^2.\text{I}} \times \frac{2\,D}{r + \text{cosin. } (u+\beta)} - T = 0;$$

équation qui a lieu lorsque la Comète & la Terre sont à leur plus petite distance, & que l'on résoudra par les méthodes ordinaires d'approximation. La valeur correspondante de la distance des centres est

$$\Delta = \sqrt{\left(T^2 + R^2 - 2\,T\,\frac{R \text{ cosin. F}}{r}\right)}.$$

(69) Lorsque les quantités T & R approchent d'être égales, l'expression précédente de $\Delta$ présente quelque difficulté dans le calcul, à cause de la trop grande précision qu'elle exige. Pour éviter cet inconvénient, soit

$t$ la quantité dont le rayon vecteur de la Comète est plus petit que celui de la Terre.

A cause de $R = T - t$, l'expression de $\Delta$ deviendra

$$\Delta = \sqrt{\left(2TR\left(\frac{r - \text{cos. F}}{r}\right) + t^2\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{4TR \sin^2.\frac{1}{2}F}{r^2} + t^2\right)}.$$

*De l'arc que la Comète décrit dans ſa trajectoire, pendant le tems qu'elle eſt à une diſtance de l'orbite de la Terre, plus petite qu'une quantité donnée.*

(70) Pour déterminer l'arc que la Comète décrit dans ſa trajectoire, pendant le tems qu'elle peut approcher de l'orbite de la Terre plus près que d'une quantité donnée, je remarque que ſi l'on ſuppoſe l'orbite de la Terre circulaire, les points extrêmes de la trajectoire de la Comète où elle ceſſe d'être à la diſtance donnée, ſont ſitués dans des plans perpendiculaires à l'écliptique; je reprends donc la valeur de $\Delta$ du §. 68, qui convient à des diſtances qui ont cette propriété, & j'ai en général, en nommant $\Delta$ la diſtance donnée,

$$R^2 - \frac{2\,T\,R\,\text{coſin. F}}{r} + T^2 - \Delta^2 = 0;$$

mais $R = \frac{2\,D\,r}{r + \text{coſ.}\,(u+\beta)}$; donc

$$\left(\frac{r+\text{coſ.}\,(u+\beta)}{r}\right)^2 \times \left(\frac{T^2}{r} - \frac{\Delta^2}{r}\right) + \frac{4\,D^2}{r} - \frac{4\,T\,D\,\text{coſ. F}\,\left(r+\text{coſ.}\,(u+\beta)\right)}{r^3} = 0;$$

équation qui détermine les points extrêmes de l'arc de la trajectoire décrit par la Comète, pendant le tems qu'elle eſt à une diſtance de l'orbite de la Terre plus petite qu'une quantité donnée; & que l'on réſoudra par les méthodes ordinaires d'approximation.

(71) Dans le cas où l'on voudroit ſuppoſer la trajectoire de la Comète elliptique, l'équation du §. précédent deviendroit

$$\frac{\left(r+\frac{E}{a}\,\text{coſ.}\,(u+\beta)\right)^2}{r^2} \times \left(\frac{T^2}{r} - \frac{\Delta^2}{r}\right) + \frac{P^2}{4r} - \frac{T\,P\,\text{coſin. F}\,\left(r+\frac{E}{a}\,\text{coſ.}\,(u+\beta)\right)}{r^3} = 0.$$

*Application des théories précédentes, aux Comètes de 837, 1618, 1680, 1702, 1743, 1763 & 1770.*

(72) Je vais appliquer maintenant les théories précédentes aux Comètes de 837, 1618, 1680, 1702, 1743, 1763 & 1770. J'ai choisi ces Comètes parce que ce sont celles qui d'après les élémens qu'on leur connoît, peuvent approcher de notre globe plus près que d'un million de lieues.

*Comète de* 1680.

(73) Pour déterminer le point particulier où cette Comète & la Terre auroient pu être à leur plus petite distance, j'ai recours à l'équation du §. 68.

Comme je sçais *à priori*, que les valeurs qui satisfont au Problême, ne peuvent être fort différentes de celles correspondantes au nœud, si l'inclinaison est très-grande, ou aux points de l'orbite de la Comète, dans lesquels sa distance au Soleil est égale à celle de la Terre, si l'inclinaison est petite; je commence par essayer ces deux points. On avoit en général pour la Comète de 1680, $\beta = 9^\circ\ 22'\ 30''$, $D = 612,5$, $I = 60^\circ\ 56'\ 0''$; d'ailleurs relativement à son nœud descendant $T = 98327$, $u = 180^\circ$, $F = 0$, $u + \beta = 189^\circ\ 22'\ 30''$; donc sin. $u = 0$; cosin. $F = r$; $r +$ cosin. $(u + \beta) = 1336$; l'équation devient donc dans ce cas

$$91691 - 98327 = -6636 = 0.$$

Relativement au point où la distance de la Comète au Soleil étoit égale à la distance correspondante du point de l'orbite de la Terre au Soleil, on avoit $u = 179^\circ\ 40'\ 45''$, $u + \beta = 189^\circ\ 3'\ 15''$, $F = 16'\ 50''$, $r +$ cosin. $(u + \beta) = 1246$; l'équation devient donc

$$+ 98348 - 98327 = + 21 = 0.$$

Je fais maintenant la proportion suivante,

$$-6636 - 21 : 180^\circ - 179^\circ\ 40'\ 45'' :: 21 : x;$$

d'où je tire $x = -4''$ ; c'eſt la valeur qu'il faut ſouſtraire de $179° 40' 45''$ pour avoir le point de l'orbite de la Comète où cet aſtre a le plus approché de l'orbite de la Terre. Cet angle eſt donc de $179° 40' 49''$, compté du nœud aſcendant de la Comète. La longitude du point correſpondant de l'orbite de la Terre, eſt (§. 67 éq. (1)) de $179° 50' 41''$, comptée pareillement du nœud aſcendant de la Comète ; c'eſt-à-dire de $3^{f}\ 1°\ 52' 41''$.

La valeur de R correſpondante eſt de 98315 parties telles que la moyenne diſtance de la Terre au Soleil en contient 100000 ; celle de $t$ eſt de + 12 ; celle de F eſt de $16' 46''$ ; & la valeur de $\Delta$ eſt de 479,6 parties, ou de 165740 lieues. Le *maximum* d'approximation de cette Comète à l'orbite de la Terre, eſt donc à $19' 15''$ du nœud deſcendant & à $4''$ ſeulement du point où ſa diſtance au Soleil eſt égale à celle de la Terre au Soleil ; la diſtance eſt un peu plus petite que celle du §. 44.

(74) Pour trouver maintenant l'arc que la Comète a décrit dans ſa trajectoire pendant le tems qu'elle s'eſt approchée plus près que d'un million de lieues de l'écliptique, j'ai recours à l'équation du §. 70.

Je remarque que puiſque $\Delta$ égale un million de lieues, & que la moyenne diſtance de la Terre au Soleil, que j'ai ſuppoſée égale à 100000 parties, contient 34558400 lieues, on a la proportion ſuivante,

$$34558400 : 100000 :: 1000000 : \Delta ;$$

donc $\Delta = 2893,65$ ; $\frac{\Delta^2}{r} = 83,732$.

Dans le cas de la Comète de 1680

$T = 98327$ ; $2D = 1225$ ; donc

$\frac{T^2}{r} = 96682$, $\left(\frac{T^2}{r} - \frac{\Delta^2}{r}\right) = 96598$, $\frac{4D^2}{r} = 15,007$.

J'eſſaie ſucceſſivement pluſieurs valeurs de $u$, peu

différentes de 179° 40′ 49″, qui répond au *minimum* de diſtance de la Comète & de l'orbite de la Terre, & je vois que les quantités ſuivantes $u = 179° 33′ 0″$ $u = 179° 48′ 47″$, rendent nulle l'équation du §. 70; ce ſont donc celles qui ſatisfont au Problême. Ces longitudes ſont comptées du nœud aſcendant de la Comète. Si l'on ajoute aux valeurs de $u$, $u$, la longitude du nœud aſcendant, on verra que l'arc décrit par la Comète dans ſa trajectoire pendant qu'elle étoit à une diſtance de l'orbite de la Terre plus petite qu'un million de lieues, eſt compris entre 3ſ 1° 35′ 0″ & 3ſ 1° 50′ 47″.

*Comète de* 837.

(75) Par des calculs analogues à ceux des paragraphes précédens, on trouvera que le *maximum* d'approximation de cette Comète à l'orbite de la Terre, eſt à 1° 20′ 0″ du nœud aſcendant, & à 3′ 8″ du point où ſa diſtance au Soleil eſt égale à celle de la Terre au Soleil. Cette longitude eſt de 6ſ 27° 53′ 0″ ſur l'orbite de la Comète; la longitude du point correſpondant de l'orbite de la Terre, eſt de 6ſ 27° 51′ 42″, comptée ſur l'écliptique. Le *minimum* de diſtance de la Comète à l'orbite terreſtre, eſt de 406, 4 parties, ou de 140460 lieues. Quant à l'arc décrit par la Comète dans ſa trajectoire, pendant le tems qu'elle s'eſt approchée de l'écliptique plus près que d'un million de lieues, il eſt compris entre 6ſ 26° 5′ 2″ & 6ſ 29° 54′ 22″ ſur l'orbite de la Comète.

Cette Comète eſt célèbre dans l'Hiſtoire, par la terreur qu'elle inſpira à Louis le Débonnaire. Suivant Mézerai, ce Prince foible & ſuperſtitieux, conſulta à ce ſujet tous les Aſtrologues de ſon Empire, fonda des Monaſtères, & mourut deux ans après de la frayeur que lui cauſa une Eclipſe totale de Soleil.

*Comète de* 1618.

(76) Le *maximum* d'approximation de cette Comète à l'orbite de la Terre, eſt à 181° 20′ 5″ du nœud aſcendant, & à 16′ 45″ du point où ſa diſtance au Soleil eſt égale à celle de la Terre au Soleil. Cette longitude eſt de 8ſ 17° 21′ 5″ ſur l'orbite de la Comète. La longitude du point correſpondant de l'orbite de la Terre, eſt de 8ſ 17° 4′ 28″ ſur l'écliptique. La valeur de Δ eſt de 1452 parties ou de 501620 lieues. L'arc décrit par la Comète dans ſa trajectoire pendant le tems qu'elle s'eſt approchée de l'écliptique plus près que d'un million de lieues, eſt compris entre 8ſ 16° 25′ 25″ & 8ſ 18° 9′ 40″ ſur l'orbite de la Comète.

*Comète de* 1702.

(77) Le *minimum* de diſtance de cette Comète à l'orbite de la Terre, eſt à 22° 22′ 15″ du nœud aſcendant, & à 22′ 1″ du point où ſa diſtance au Soleil eſt égale à celle de la Terre au Soleil. Cette longitude eſt de 7ſ 1° 47′ 30″ ſur l'orbite de la Comète. La longitude du point correſpondant de l'orbite de la Terre, eſt de 7ſ 1° 43′ 45″ ſur l'écliptique. La valeur de Δ eſt de 2997 parties ou de 1035700 lieues. Quoique cette Comète n'ait pas approché préciſément d'un million de lieues de l'orbite de la Terre, comme cependant elle étoit ſur la limite, je n'ai pas cru devoir la paſſer ſous ſilence.

*Comète de* 1743.

(78) Le point où cette Comète s'eſt approchée le plus près de l'orbite de la Terre, eſt à 338° 55′ 45″ du nœud aſcendant, & à 14′ 55″ du point où ſa diſtance au Soleil eſt égale à la diſtance de la Terre au Soleil. Cette longitude eſt de 1ſ 17° 6′ 33″ ſur l'orbite de la Comète. La longitude du point correſpondant

de l'orbite de la Terre eſt de 1ſ 17° 7′ 28″ ſur l'écliptique. Le *minimum* de diſtance de la Comète à l'orbite terreſtre, eſt de 1404 parties ou de 485330 lieues. L'arc décrit par la Comète dans ſa trajectoire, pendant le tems qu'elle étoit à une diſtance de l'orbite de la Terre moindre qu'un million de lieues, eſt compris entre 1ſ 13° 37′ 10″ & 1ſ 20° 30′ 14″ ſur l'orbite de la Comète.

*Comète de* 1763.

(79) Comme cette Comète peut approcher de l'orbite de la Terre plus près que d'un million de lieues, vers le nœud aſcendant & vers le nœud deſcendant, il faut calculer pour ces deux circonſtances.

Vers le nœud aſcendant, le *maximum* d'approximation de la Comète à l'orbite de la Terre, eſt à 359° 4′ 16″ du nœud, & à 55′ 10″ du point où la diſtance de la Comète au Soleil eſt égale à celle de la Terre au Soleil. Cette longitude eſt de 11ſ 25° 33′ 45″ ſur l'orbite de la Comète. La longitude du point correſpondant de l'orbite de la Terre, eſt de 11ſ 26° 13′ 48″ ſur l'écliptique. Le *minimum* de diſtance de la Comète à l'orbite de la Terre, eſt de 2222 parties, ou de 767930 lieues. L'arc décrit par la Comète dans cette partie de ſa trajectoire, pendant le tems qu'elle étoit à une diſtance de l'orbite de la Terre moindre qu'un million de lieues, eſt compris entre 11ſ 24° 31′ 8″ & 11ſ 26° 17′ 3″ ſur l'orbite de la Comète.

Vers le nœud deſcendant, le *maximum* d'approximation de la Comète à l'orbite de la Terre, eſt à 179° 11′ 33″ du nœud aſcendant, & à 40′ 14″ du point où la diſtance de la Comète au Soleil eſt égale à celle de la Terre au Soleil. Cette longitude eſt de 5ſ 25° 41′ 2″ ſur l'orbite de la Comète. La longitude du point correſpondant de l'orbite de la Terre eſt de 5ſ 26° 15′ 51″ ſur l'écliptique. Le *minimum* de diſtance de la Comète à l'orbite de la Terre eſt de 1831 parties,

ou de 632660 lieues. L'arc décrit par la Comète dans cette partie de ſa trajectoire, pendant le tems qu'elle étoit à une diſtance de l'orbite de la Terre moindre qu'un million de lieues, eſt compris entre 5ſ 24° 53′ 7″ & 5ſ 26° 35′ 17″ ſur l'orbite de la Comète.

*Comète de* 1770.

(80) Cette Comète, ainſi que la précédente, peut approcher de la Terre plus près que d'un million de lieues, dans deux circonſtances différentes. On trouvera d'abord un *maximum* d'approximation de cette Comète, à 140° 29′ 52″ du nœud aſcendant. Cette longitude eſt de 9ſ 10° 8′ 57″ ſur l'orbite de la Comète. La longitude du point correſpondant de l'écliptique, eſt de 9ſ 10° 9′ 45″. Le *minimum* de diſtance de la Comète à l'orbite de la Terre, eſt de 1965 parties, ou de 679120 lieues. L'arc décrit par la Comète dans cette portion de ſa trajectoire, pendant le tems qu'elle étoit à une diſtance de l'orbite de la Terre moindre qu'un million de lieues, eſt compris entre 9ſ 8° 36′ 34″ & 9ſ 11° 41′ 36″ ſur l'orbite de la Comète.

On trouvera un ſecond *maximum* d'approximation de cette Comète à l'orbite de la Terre, à 288° 47′ 1″ du nœud aſcendant. Cette longitude eſt de 2ſ 8° 26′ 6″ ſur l'orbite de la Comète. La longitude du point correſpondant de l'écliptique, eſt de 2ſ 8° 26′ 36″. Le *minimum* de diſtance de la Comète à l'orbite de la Terre, eſt de 2836 parties, ou de 979935 lieues. L'arc décrit par la Comète dans cette portion de ſa trajectoire, pendant le tems qu'elle étoit à une diſtance de l'orbite de la Terre moindre qu'un million de lieues, eſt compris entre 2ſ 7° 56′ 41″ & 2ſ 8° 51′ 16″ ſur l'orbite de la Comète.

(81) Parmi les 62 Comètes, dont les élémens ont été déterminés d'après leurs dernières apparitions, je n'en connois point d'autres qui puiſſent approcher de l'orbite de la Terre plus près que d'un million de

lieues. Il y a probablement un plus grand nombre de Comètes dans ce cas ; mais il eſt impoſſible de dire quel eſt exactement leur nombre, M. de la Lande penſe que ce nombre peut être réduit à quarante ; il ſe fonde ſur le raiſonnement ſuivant. » Si depuis quinze ans, qu'on obſerve les Comètes » avec plus d'attention, l'on en a découvert juſqu'à » quinze, il eſt probable qu'il en exiſte dans le ſyſtê- » me ſolaire plus de trois cents ; en effet, l'on » peut ſuppoſer les révolutions des Comètes de » trois ſiecles plus ou moins ; & comme la huitième » partie des Comètes connues, peut approcher très- » près de la Terre, la huitième partie des Comètes » qui reſtent à découvrir, auront cette propriété ». Quant à moi, je croirois qu'il en eſt des Comètes comme des jeux de hazard, dans leſquels les événemens paſſés, lorſqu'ils ſont en petit nombre, ne peuvent donner que de bien foibles lumières ſur les chances futures.

(82) On peut ajouter aux ſept Comètes que je viens de calculer, celles de 1299, 1472, 1596, 1683, 1739, 1759, 1760, 1764, 1769, 1771 ; ce ſont celles qui, après les ſept précédentes Comètes, approchent le plus de l'orbite de la Terre. Comme leur plus petite diſtance de l'orbite terreſtre ſurpaſſe un million de lieues, je me ſuis contenté de les indiquer, ſans entrer dans des détails à leur égard. Je remarquerai ſeulement que le *minimum* de diſtance de la Comète de 1764 à l'orbite de la Terre, eſt de 1189400 lieues, dans $9^{s}\,21^{\circ}\,10'\,44''$ comptés ſur l'orbite de la Comète.

## SECTION QUATRIÈME.

*De la durée du tems que la Comète & la Terre ſont à des diſtances reſpectives plus petites qu'une diſtance aſſignée, & des conditions qui rendent cette durée nulle, ou la plus grande poſſible.*

(83) JE me propoſe de déterminer dans cette Section, la durée du tems que la Comète & la Terre ſont à des diſtances reſpectives plus petites qu'une diſtance aſſignée, & les circonſtances qui rendent cette durée nulle, ou la plus grande poſſible. La queſtion dont il s'agit, eſt différente de celle réſolue dans la Section précédente; en effet, j'ai déterminé uniquement dans cette Section, l'arc décrit par la Comète dans ſa trajectoire, pendant le tems qu'elle eſt à une diſtance de l'orbite de la Terre plus petite qu'une quantité donnée. Le mouvement ſimultané de la Terre n'entroit pour rien dans cette conſidération. Dans la queſtion dont il s'agit, il faut au contraire combiner les mouvemens de la Terre & de la Comète. Il eſt évident que l'on peut réſoudre généralement le problême propoſé, au moyen de l'équation du §. 63, combinée avec les équations aux orbites de la Comète & de la Terre, & avec les équations aux aires ſimultanées décrites par ces deux Aſtres. En effet, ſi l'on jette les yeux ſur l'expreſſion de $\Delta$ du §. 63, on verra que cette expreſſion renferme les variables $\Delta$, T, R, $u$, $u'$. Les équations aux orbites de la Terre & de la Comète, donneront le moyen d'éliminer d'abord les quantités T & R, on aura donc la valeur de $\Delta$ exprimée en $u$ & $u'$. La relation entre les aires ſimultanées donnera

donnera enfin une équation entre $u$ & $u'$, ainſi que je le ferai voir par la ſuite ; la quantité $\Delta$ ſera donc exprimée toute en $u$, ou toute en $u'$ ; ſi donc l'on donne à $\Delta$ une valeur quelconque, on aura les valeurs de $u$ ou de $u'$ qui répondent à cette diſtance de la Terre & de la Comète, & conſéquemment la différence des racines fera connoître le tems dont il s'agit.

Comme cette analyſe conduiroit à des réſultats très-compliqués, que d'ailleurs je n'ai en vue que des circonſtances particulières du Problême, voici une méthode qui peut s'appliquer à tous ces cas. La ſeule condition qui reſtreigne la ſolution, eſt de ſuppoſer le tems des phénomènes aſſez court, pour que l'on puiſſe ſubſtituer aux véritables trajectoires de la Terre & de la Comète, des trajectoires rectilignes. La ſolution du Problême dépend de pluſieurs queſtions incidentes ; je vais les réſoudre ſucceſſivement.

*De la diſtance de la Comète à la Terre dans l'hypothèſe des trajectoires rectilignes.*

(84) J'imagine que l'on connoiſſe la poſition reſpective de la Terre & de la Comète à un certain inſtant donné, je me propoſe de déterminer la diſtance de la Terre & de la Comète dans les inſtans voiſins. Pour y parvenir, ſoit

T le rayon vecteur de la Terre à un certain inſtant déterminé.

R le rayon vecteur de la Comète au même inſtant.

$b$ l'angle du rayon vecteur T de la Terre, avec la ligne des nœuds à l'inſtant donné ; cet angle doit être compté ſur le plan de l'écliptique, en partant du nœud aſcendant.

$b'$ l'angle du rayon vecteur R de la Comète, avec la ligne des nœuds à l'inſtant donné. Cet angle doit être compté ſur le plan de l'orbite, en partant du nœud aſcendant.

$n$ le mouvement de la Terre dans ſon orbite, correſpondant à une ſeconde de tems.

$n'$ le mouvement de la Comète dans ſon orbite, correſpondant à une ſeconde de tems.

$x$ le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis l'époque d'où l'on part, juſqu'à un autre inſtant quelconque.

I l'inclinaiſon du plan de l'orbite de la Comète ſur l'écliptique.

$r$ le ſinus total.

A l'angle de la tangente à l'orbite de la Terre pour l'inſtant donné, avec la perpendiculaire à la ligne des nœuds, menée ſur l'écliptique.

A' l'angle de la tangente à l'orbite de la Comète pour l'inſtant donné, avec la perpendiculaire à la ligne des nœuds, menée ſur le plan de cette orbite.

$\Delta$ la diſtance de la Comète & de la Terre.

D'après les définitions précédentes, il eſt évident qu'à l'inſtant d'où l'on part, la diſtance de la Terre au point où la perpendiculaire à la ligne des nœuds menée par la Terre ſur l'écliptique, rencontre cette ligne des nœuds, s'exprime par $\frac{T \text{ ſin. } b}{r}$; il eſt également évident que la diſtance du Soleil, à l'interſection de cette perpendiculaire avec la ligne des nœuds, s'exprime par $\frac{T \text{ coſin. } b}{r}$. Par une raiſon analogue, la diſtance correſpondante de la Comète, au point où la perpendiculaire à la ligne des nœuds, menée par la Comète ſur ſon orbite, rencontre cette

ligne des nœuds, s'exprime par $\frac{R \text{ fin. } b'}{r}$, & la diſtance du Soleil, à l'interſection de cette perpendiculaire avec la ligne des nœuds, a pour expreſſion $\frac{R \text{ coſin. } b'}{r}$. Conſidérons maintenant le mouvement de la Comète & de la Terre dans chacune des tangentes aux orbites, tangentes dont j'ai nommé A, A', les angles avec les perpendiculaires reſpectives à la ligne des nœuds. Après un inſtant $x$, la Terre aura parcouru dans ſa trajectoire rectiligne l'eſpace $nx$; mais comme cette trajectoire eſt inclinée de l'angle A ſur la perpendiculaire à la ligne des nœuds, menée ſur l'écliptique, l'eſpace $nx$ ſe décompoſera dans les deux ſuivans, $\frac{nx \text{ fin. A}}{r}$, $\frac{nx \text{ coſ. A}}{r}$; le premier ſera la diſtance de la Terre à la perpendiculaire à la ligne des nœuds, menée ſur l'écliptique; le ſecond ſera la quantité dont la Terre aura avancé dans la direction de cette perpendiculaire. Par des raiſons analogues, après le même inſtant $x$, la Comète aura parcouru dans ſa trajectoire rectiligne, l'eſpace $n'x$, qui ſe décompoſe dans les deux ſuivans, $\frac{n'x \text{ fin. A'}}{r}$, $\frac{n'x \text{ coſin. A'}}{r}$. Le premier eſt la diſtance de la Comète à la perpendiculaire à la ligne des nœuds, menée ſur le plan de la Comète; & le ſecond eſt la quantité dont la Comète eſt avancée dans la direction de cette perpendiculaire. L'inclinaiſon du plan de l'orbite de la Comète ſur l'écliptique, n'affecte pas les quantités perpendiculaires à cette dernière ligne; mais ſi l'on projette ſur l'écliptique le lieu de la Comète dans ſon orbite, on aura évidemment pour expreſſion de la diſtance perpendiculaire de la Comète à l'écliptique, $\left(\frac{R \text{ fin. } b'}{r} + \frac{n'x \text{ coſ. A'}}{r}\right) \times \frac{\text{fin. I}}{r}$;

& la distance de la ligne des nœuds à la projection de la Comète sur l'écliptique, s'exprimera par $\left(\frac{R \text{ sin. } b'}{r} + \frac{\nu' x \text{ cosin. } A'}{r}\right) \times \frac{\text{cosin. } I}{r}$; donc

$$\Delta^2 = \left(\frac{R \text{ cosin. } b'}{r} - \frac{\nu' x \text{ sin. } A'}{r} - \frac{T \text{ cosin. } b}{r} + \frac{\nu x \text{ sin. } A}{r}\right)^2$$
$$+ \left(\left(\frac{R \text{ sin. } b'}{r} + \frac{\nu' x \text{ cos. } A'}{r}\right) \times \frac{\text{cos. } I}{r} - \frac{T \text{ sin. } b}{r} - \frac{\nu x \text{ cos. } A}{r}\right)^2$$
$$+ \left(\frac{R \text{ sin. } b'}{r} + \frac{\nu' x \text{ cosin. } A'}{r}\right)^2 \times \frac{\text{sin}^2 . I}{r}.$$

(85) Si les trajectoires de la Comète & de la Terre étoient dans le même plan, comme alors sin. $I = 0$ & cosin. $I = r$, l'expression précédente deviendroit

$$\Delta^2 r = r(\nu^2 x^2 + \nu'^2 x^2) - 2\nu\nu' x^2 \text{ cosin. } (A' - A)$$
$$+ 2R\nu' x \text{ sin. } (b' - A') + 2T\nu x \text{ sin. } (b - A)$$
$$- 2R\nu x \text{ sin. } (b' - A) - 2T\nu' x \text{ sin. } (b - A')$$
$$- 2RT \text{ cos. } (b - b') + r(R^2 + T^2).$$

*Détermination de l'instant où la Comète & la Terre sont à une distance donnée, dans l'hypothèse des trajectoires considérées comme rectilignes.*

(86) Pour déterminer à quel instant la Comète & la Terre seront à une certaine distance donnée, il est évident qu'il ne s'agit que de résoudre l'équation du §. 84 par rapport à $x$, en entendant par $\Delta$ la distance donnée. Soit donc

$$Mr = u^2 + u'^2 - 2uu'\left(\frac{\text{cos. A}' \times \text{cos. A.} \times \text{cos. I}}{r^3} + \frac{\text{sin. A}' \times \text{sin. A}}{r^2}\right);$$

$$S = + \frac{u'R \text{ sin. } (b' - A')}{Mr^2} + \frac{uT \text{ sin. } (b - A)}{Mr^2}$$

$$- \frac{Ru}{Mr^2}\left(\frac{\text{cosin. A} \times \text{sin. } b' \times \text{cosin. I}}{r^2} - \frac{\text{sin. A} \times \text{cosin. } b'}{r}\right)$$

$$- \frac{Tu'}{Mr^2}\left(\frac{\text{cosin. A}' \times \text{sin. } b \times \text{cosin. I}}{r^2} - \frac{\text{sin. A}' \times \text{cosin. } b}{r}\right);$$

$$Q^2 = \frac{R^2}{Mr} + \frac{T^2}{Mr} - \frac{\Delta^2}{Mr}$$

$$- \frac{2TR}{Mr}\left(\frac{\text{sin. } b' \times \text{sin. } b \times \text{cosin. I}}{r^2} + \frac{\text{cosin. } b' \times \text{cosin. } b}{r^2}\right).$$

On réſoudra la queſtion propoſée, au moyen de l'équation ſuivante ;

$$x^2 + 2Sx + Q^2 = 0.$$

*Du* minimum *de diſtance de la Comète & de la Terre, dans l'hypothèſe des trajectoires conſidérées comme rectilignes.*

(87) Puiſqu'il s'agit de déterminer l'inſtant où la Comète & la Terre ſont à leur plus petite diſtance, les inconnues du Problême ſont $x$ & $\Delta$. Dans l'équation $x^2 + 2Sx + Q^2 = 0$, la ſeule quantité Q renferme la variable $\Delta$ ; ſi donc l'on différencie cette équation en regardant $x$ & Q comme variables, & que l'on faſſe $dQ = 0$ ; la méthode de *maximis & minimis* donnera pour condition du Problême $x = -S$. On aura la valeur correſpondante de $\Delta$ en portant la valeur précédente de $x$ dans l'expreſſion générale du §. 84.

*De l'intervalle de tems, pendant lequel la Comète & la Terre ſont à des diſtances moindres qu'une quantité aſſignée; & des conditions qui rendent cet intervalle nul, ou le plus grand poſſible.*

(88) Il eſt facile de déterminer l'intervalle de tems, pendant lequel la Comète & la Terre ſont à des diſtances reſpectives moindres qu'une diſtance aſſignée. Soit $y$ ce tems exprimé en ſecondes horaires; puiſque les deux valeurs de $x$ du §. 86 expriment les inſtans auxquels la Comète & la Terre ſont à la diſtance aſſignée, la différence de ces deux racines eſt évidemment l'expreſſion du tems intermédiaire, pendant lequel la Terre & la Comète ſont à des diſtances moindres que la diſtance aſſignée; on aura donc pour équation du Problême

$$y = 2\sqrt{(S^2 - Q^2)}.$$

(89) Si l'on veut déterminer quelles conditions doivent avoir lieu pour que la Terre & la Comète ſoient le plus long-tems qu'il eſt poſſible, à des diſtances moindres qu'une diſtance aſſignée, on différenciera l'équation du §. précédent, & l'on fera $dy = 0$; ce qui donne pour condition du Problême

$$S\,dS - Q\,dQ = 0.$$

Sans faire le calcul indiqué ci-deſſus, il eſt aiſé de voir *à priori* qu'une des circonſtances les plus favorables à cette dernière queſtion, eſt celle où la Comète & la Terre ſe rencontreroient centre à centre dans le nœud; on a alors $R = T$; $b = 0$, $b' = 0$, ſin. $b = 0$, coſin. $b = r$, ſin. $b' = 0$, coſin. $b' = r$.

(90) Puiſque $y = 2\sqrt{(S^2 - Q^2)}$; ſi l'on ſuppoſe $y = 0$; on aura

$$S^2 - Q^2 = 0.$$

C'eſt la condition qui rend nul l'intervalle de tems, pendant lequel la Comète & la Terre ſont à des diſtances moindres qu'une quantité aſſignée. La Comète & la Terre ne ſeront donc qu'un inſtant à la diſtance aſſignée.

*Quelle doit être la diſtance de la Terre à la ligne des nœuds au moment où la Comète traverſe l'écliptique, pour que la Terre & la Comète puiſſent ſe trouver un inſtant à une diſtance donnée.*

(91) L'uſage de l'équation du §. précédent priſe généralement, conduiroit à des réſultats compliqués : voici un Problême utile pour l'objet que nous nous propoſons, & que l'on réſout avec la plus grande facilité. Il s'agit de déterminer quelle doit être la diſtance de la Terre à la ligne des nœuds, au moment où la Comète traverſe l'écliptique, pour que la Terre & la Comète puiſſent ſe trouver un inſtant à une diſtance donnée. La ſeule reſtriction du Problême eſt de ſuppoſer l'angle $b$ aſſez petit pour que l'on puiſſe avoir coſin. $b = r - \frac{\text{ſin}^2.\ b}{2r}$, & négliger dans chaque terme les plus hautes puiſſances de ſin. $b$ relativement aux plus baſſes. On pourra auſſi, pour la facilité des calculs, ſuppoſer la trajectoire de la Terre perpendiculaire à la ligne des nœuds, quoique cette ſuppoſition ne ſoit pas indiſpenſablement néceſſaire pour la ſimplicité des réſultats.

(92) Puiſque l'on prend pour époque des mouvemens, l'inſtant où la Comète eſt dans ſon nœud, on a $b' = 0$ ; ſin. $b' = 0$, coſin. $b' = r$ ; d'ailleurs dans les ſuppoſitions du §. précédent, $A = 0$ ; ſin. $A = 0$, coſin. $A = r$, coſin. $b = r - \frac{\text{ſin}^2.\ b}{2r}$.

Si l'on porte ces valeurs dans les expreſſions de M, S, Q, du §. 86, on aura

$$Mr = n^2 + n'^2 - \frac{2nn' \text{ cosin. } A' \text{ cosin. } I}{r^2};$$

$$S = -\frac{n' \text{ sin. } A'(R-T)}{Mr^2} + \frac{nT \text{ sin. } b}{Mr^2} - \frac{n'T \text{ cos. } A' \text{ cos. } I \text{ sin. } b}{Mr^4};$$

$$Q^2 = \frac{(R-T)^2}{Mr} - \frac{\Delta^2}{Mr} + \frac{RT \text{ sin}^2. b}{Mr^3};$$

mais pour que la Comète & la Terre puiſſent être un inſtant à une diſtance donnée, on doit avoir (§. 90) $S^2 - Q^2 = 0$.

Soit donc

$$Fr = \frac{T\left(MRr - T\left(n - \frac{n' \text{ cos. } A' \text{ cos. } I)^2}{r^2}\right)\right.}{r};$$

$$G = \frac{n'T \text{ sin. } A' \left(n - \frac{n'}{r} \times \frac{\text{cos. } A' \text{ cos. } I}{r}\right) \times (R-T)}{Fr^3};$$

$$H = \frac{M(\Delta^2 - (R-T)^2)}{Fr} + \frac{n'^2 \text{ sin}^2. A' (R-T)^2}{Fr^4};$$

on aura

$$\text{sin. } b = -G \pm \sqrt{(G^2 + Hr)};$$

équation qui déterminera la diſtance demandée. L'expreſſion ſeroit encore plus ſimple ſi l'on ſuppoſoit $R = T$.

(93) Si l'on veut connoître à quel inſtant la Comète & la Terre ſeront à la diſtance donnée, on portera les valeurs précédentes de ſin. $b$ dans l'expreſſion de S, & l'on aura, pour réſoudre la queſtion, $x + S = 0$.

Les lieux de la Terre correſpondans aux valeurs de $x$, ſeront les points extrêmes de l'arc de l'écliptique, dont la Comète peut approcher plus près que la diſtance donnée.

(94) Pour réſoudre les queſtions précédentes, il n'eſt

pas indiſpenſable que l'époque des mouvemens ſoit l'inſtant où la Comète eſt dans ſon nœud. En effet, on peut ſe rappeller que les Comètes dont le plan de l'orbite eſt peu incliné ſur l'écliptique, quoique fort éloignées de l'orbite de la Terre dans le nœud, s'en rapprochent à une certaine diſtance du nœud. On peut donc vouloir déterminer, pour ce genre de Comètes, quelle doit être la diſtance de la Terre à un certain plan perpendiculaire à l'écliptique lorſque la Comète paſſe par ce plan, pour que la Terre & la Comète puiſſent ſe trouver à une diſtance donnée. J'ai pris pour terme de comparaiſon le plan perpendiculaire à l'écliptique, attendu que j'ai démontré précédemment que c'eſt dans un plan de cette eſpèce que la plus courte diſtance de la Comète à l'orbite de la Terre, a lieu. Nous ſuppoſerons auſſi que la diſtance donnée de la Comète à la Terre, eſt peu différente de celle qui auroit lieu, ſi la Comète & la Terre ſe trouvoient en même tems dans le plan perpendiculaire à l'écliptique.

(95) Si dans les expreſſions de M, S, Q du §. 86, l'on ſubſtitue à ſin. $(b-A)$ ſa valeur, on aura

$$Mr = u^2 + u'^2 - 2uu'\left(\frac{\text{cos. } A' \text{ cos. } A \text{ cos. } I}{r^3} + \frac{\text{sin. } A' \text{ sin. } A}{r^2}\right);$$

$$S = \frac{u'R \text{ sin. } (b'-A')}{Mr^2} + \frac{uT \text{ sin. } b \text{ cos. } A}{Mr^3} - \frac{uT \text{ sin. } A \text{ cos. } b}{Mr^3}$$
$$- \frac{Ru}{Mr^2}\left(\frac{\text{cosin. } A \text{ sin. } b' \text{ cosin. } I}{r^2} - \frac{\text{sin. } A \text{ cosin. } b'}{r}\right)$$
$$- \frac{Tu'}{Mr^2}\left(\frac{\text{cosin. } A' \text{ sin. } b \text{ cosin. } I}{r^2} - \frac{\text{sin. } A' \text{ cosin. } b}{r}\right);$$

$$Q^2 = + \frac{R^2}{Mr} + \frac{T^2}{Mr} - \frac{\Delta^2}{Mr}$$
$$- \frac{2TR}{Mr}\left(\frac{\text{sin. } b' \text{ sin. } b \text{ cosin. } I}{r^3} + \frac{\text{cosin. } b' \text{ cosin. } b}{r^2}\right).$$

Dans ces dernières valeurs, $b$ eſt l'angle du rayon vecteur de la Terre avec la ligne des nœuds à l'inſtant donné ; ſuppoſons que cet angle, au lieu d'être celui qui devroit avoir lieu, pour que la Comète & la Terre fuſſent à la fois dans un certain plan perpendiculaire à l'écliptique, en differe d'une petite quantité $db$ ; il faudra, dans les expreſſions précédentes, ſubſtituer à l'angle $b$ l'angle $b+db$ ; mais (Trigon. rectiligne)

$$\text{ſin.}(b+db)=\frac{\text{ſin.}\,b\times\text{coſin.}\,db}{r}+\frac{\text{ſin.}\,db\times\text{coſin.}\,b}{r},$$

$$\text{coſin.}(b+db)=\frac{\text{coſin.}\,b\times\text{coſin.}\,db}{r}-\frac{\text{ſin.}\,b\times\text{ſin.}\,db}{r};$$

ſi donc l'on ſubſtitue ces valeurs dans les expreſſions de M, P, Q, elles deviendront

$$Mr=u^2+u'^2-2uu'\left(\frac{\text{cof.}\,A'\times\text{cof.}\,A\times\text{cof.}\,I}{r^3}+\frac{\text{ſin.}\,A'\times\text{ſin.}\,A}{r^2}\right);$$

$$S=\frac{uR\,\text{ſin.}\,(b'-A')}{Mr^2}+\frac{uT\,\text{ſin.}\,(b-A)\,\text{cof.}\,db}{Mr^3}+\frac{uT\,\text{cof.}\,(b-A)\,\text{ſin.}\,db}{Mr^3}$$
$$-\frac{Ru}{Mr^2}\left(\frac{\text{coſin.}\,A\times\text{ſin.}\,b'\times\text{coſin.}\,I}{r^2}-\frac{\text{ſin.}\,A\times\text{cof.}\,b'}{r}\right)$$
$$-\frac{Tu'}{Mr^3}\left(\frac{\text{cof.}\,A'\times\text{ſin.}\,b\times\text{cof.}\,I}{r^2}-\frac{\text{ſin.}\,A'\times\text{cof.}\,b}{r}\right)\text{cof.}\,db$$
$$-\frac{Tu'}{Mr^3}\left(\frac{\text{cof.}\,A'\times\text{cof.}\,b\times\text{cof.}\,I}{r^2}+\frac{\text{ſin.}\,A'\times\text{ſin.}\,b}{r}\right)\text{ſin.}\,db;$$

$$Q^2=\frac{R^2}{Mr}+\frac{T^2}{Mr}-\frac{\Delta^2}{Mr}$$
$$-\frac{2TR}{Mr^3}\left(\frac{\text{ſin.}\,b'\times\text{ſin.}\,b\times\text{cof.}\,I}{r^2}+\frac{\text{cof.}\,b'\times\text{cof.}\,b}{r}\right)\text{cof.}\,db$$
$$-\frac{2TR}{Mr^3}\left(\frac{\text{ſin.}\,b'\times\text{cof.}\,b\times\text{cof.}\,I}{r^2}-\frac{\text{cof.}\,b'\times\text{ſin.}\,b}{r}\right)\text{ſin.}\,db;$$

expreſſions qui, dans la ſuppoſition de $S^2-Q^2=0$, & de $\text{coſin.}\,db=r$, ne conduiront qu'à une équation du ſecond degré par rapport à ſin. $db$. Le cas des

Comètes, dont le plan des orbites eſt peu incliné ſur l'écliptique, n'eſt donc pas plus compliqué que celui des Comètes qui peuvent approcher de l'orbite de la Terre dans les nœuds.

*Déterminations préliminaires aux uſages des équations précédentes.*

(96) Avant de paſſer aux uſages des équations précédentes, il eſt indiſpenſable de déterminer les angles A, A′, c'eſt-à-dire les angles des Tangentes aux orbites ſoit de la Comète ſoit de la Terre, avec les perpendiculaires à la ligne des nœuds, menées ſur les plans des orbites. Pour y parvenir, ſoit

R le rayon vecteur.

$u$ l'angle du rayon vecteur, avec la ligne que l'on prend pour l'origine des angles. Cet angle ſe nomme ordinairement l'angle traverſé.

$r$ le rayon du cercle, ſur lequel on meſure l'angle traverſé.

$\theta$ l'angle de la tangente à la courbe, avec le rayon vecteur.

Dans toute courbe décrite par rapport à un pôle, on démontre généralement en Géométrie que l'on a les équations ſuivantes.

$$\text{Tang.}\,\theta = \frac{R\,du}{dR}\;;\quad \text{ſin.}\,\theta = \frac{R\,r\,du}{\sqrt{\left(r^2\,dR^2 + R^2\,du^2\right)}}\;;$$

$$\text{coſin.}\,\theta = \frac{r^2\,dR}{\sqrt{\left(r^2\,dR^2 + R^2\,du^2\right)}}\;.$$

Je ne donne point ici de démonſtration de ces propoſitions, que l'on doit regarder comme des Lemmes. Appliquons ces principes aux ſections coniques.

(97) Nous avons vu que l'équation polaire aux ſections coniques par rapport au foyer, en prenant

pour l'origine des angles traverſés le nœud aſcendant, eſt

$$2\,R\left(\frac{E}{a}\,\text{coſin.}\,(u+\beta)+r\right)-r\,P=0.$$

P eſt le paramêtre de la ſection, $a$ le demi-grand axe, E la diſtance du foyer au centre de la ſection, $\beta$ la différence entre la longitude du nœud aſcendant & celle du périhélie. Si l'on différencie cette équation, & que l'on ſubſtitue dans les équations du §. précédent, on aura

$$\text{Tang.}\,\theta=\frac{P\,r^2}{\frac{2E}{a}\,R\,\text{ſin.}\,(u+\beta)};$$

$$\text{ſin.}\,\theta=\frac{P\,r^2}{\sqrt{\left(P^2r^2+\frac{4E^2}{a^2}\,R^2\,\text{ſin}^2.\,(u+\beta)\right)}};$$

$$\text{coſin.}\,\theta=\frac{\frac{2E}{a}\,R\,r\,\text{ſin.}\,(u+\beta)}{\sqrt{\left(P^2r^2+\frac{4E^2}{a^2}\,R^2\,\text{ſin}^2.\,(u+\beta)\right)}}.$$

On n'oubliera pas, que relativement à la parabole $E=a$, & que $P=4\times$ diſtance périhélie $=4D$.

(98) L'angle $\theta$ que l'on vient de déterminer, eſt l'angle de la Tangente à l'orbite, avec le rayon vecteur. L'angle de cette Tangente avec la perpendiculaire au rayon vecteur, eſt donc égal à $\theta-90°$; donc ſi l'on évalue ſucceſſivement l'angle $\theta$, par rapport à l'orbite de la Terre & à celle de la Comète, & que l'on nomme, comme dans le §. 84, $b$ l'angle du rayon vecteur de la Terre avec la ligne des nœuds, $b'$ l'angle du rayon vecteur de la Comète avec la ligne des nœuds, à l'époque des mouvemens, on aura

$$A=\theta-90°+b;\quad A'=\theta-90°+b'.$$

(99) Il eſt évident que relativement à la Terre, on

peut évaluer l'angle $\theta$ auſſi facilement que pour la Comète; en effet, ſi l'on conſerve les définitions du §. 65, on aura pour la Terre l'équation ſuivante;

$$2\,T\left(\frac{E'}{a'}\,\text{coſin.}\,(u'+\beta')+r\right)-r\,P'=0;$$

dans laquelle $\frac{E'}{a'}=0,016802$, $P'=199944$. Lors donc que dans chaque cas particulier l'on connoîtra $\beta'$ & $u'$, on déterminera le rayon vecteur T, & l'angle $\theta$, par le moyen de l'équation du §. 97. Si l'on fait attention cependant, que dans tous les cas, l'angle $\theta$ differe très-peu de $90^{\circ}$: on pourra s'épargner des calculs, en ſuppoſant toujours $A=b$.

(100) On ſçait en général que la vîteſſe tangentielle d'une Comète parabolique, lorſqu'elle eſt à une diſtance du Soleil égale à la diſtance de la Terre au Soleil, eſt à la vîteſſe de la Terre :: $\sqrt{2}$ : 1. On ſçait auſſi que le moyen mouvement angulaire de la Terre eſt pour un jour de 59′, 1388, auquel répond un arc de 1720, 32 parties, dans un cercle dont le rayon $=100000$; l'arc parcouru par la Terre dans une ſeconde de tems, contient donc 0,0199111 parties, & l'arc décrit par la Comète dans ſon orbite pendant le même tems, lorſqu'elle eſt à la même diſtance du Soleil que la Terre, eſt de 0,0281586 parties; ce ſont les valeurs que nous donnerons à $\mu$ & à $\mu'$ dans les recherches ſuivantes.

*Du ſigne des quantités qui entrent dans les formules.*

(101) Dans les formules, $x$ eſt poſitive ſi l'époque dont on part précede l'inſtant pour lequel on calcule; $x$ eſt négative dans le cas contraire.

L'angle I d'inclinaiſon de l'orbite de la Comète ſur l'écliptique, eſt meſuré dans un cercle décrit ſur un plan perpendiculaire à l'écliptique & à l'interſection de l'écliptique avec le plan de l'orbite de la Comète. Les

angles d'inclinaiſon ſont comptés en partant de l'interſection de ce cercle avec l'orbite de la Terre. Relativement aux Comètes rétrogrades, l'angle eſt entre 90° & 180°, & par conſéquent ſon coſinus eſt négatif; relativement aux Comètes directes, ce coſinus eſt poſitif.

Les quantités $\nu$, $\nu'$ ſont toujours poſitives.

L'angle $b$ eſt compté ſur l'écliptique en partant du nœud dont il s'agit dans le cas particulier que l'on conſidere; & en allant dans le ſens du mouvement de la Terre. Son ſinus doit être évalué en conſéquence; & le ſigne dépend de l'eſpèce de l'angle.

L'angle $b'$ eſt compté ſur le plan de l'orbite de la Comète, en partant du nœud dont il s'agit, & en allant dans le ſens du mouvement de la Comète; ſon ſinus doit être évalué en conſéquence; & le ſigne dépend de l'eſpèce de l'angle.

Ces deux dernières remarques ne s'appliquent qu'aux valeurs de M, S, Q, F, G, H, du §. 92, dans la formation deſquelles on a ſubſtitué le rayon à coſin. $b$, & à coſin. $b'$; car dans les expreſſions complettes de M, S, Q, du §. 86, dans leſquelles on a laiſſé ſubſiſter coſin. $b$, coſin. $b'$, comme il n'eſt pas plus queſtion du nœud que de tout autre point, les angles $b$, $b'$, doivent être comptés du nœud aſcendant, & leurs ſinus & coſinus doivent être évalués en conſéquence.

L'angle $u$ eſt compté ſur le plan de l'orbite de la Comète, en partant du nœud aſcendant, & en allant dans le ſens du mouvement de la Comète.

Dans les Comètes directes, $\beta$ eſt égal à la longitude du nœud aſcendant moins la longitude du périhélie.

Dans les Comètes rétrogrades, $\beta$ eſt égal à la longitude du périhélie moins la longitude du nœud aſcendant.

L'eſpèce de l'angle $\theta$ ſera complettement déterminée, en ayant attention au ſigne de tangente $\theta$ & de coſinus $\theta$ du §. 97.

On ſe rappelleta relativement aux queſtions dont il s'agit, qu'en général pour un angle compris entre 0° & 90°, le ſinus le coſinus & la tangente ſont poſitifs.

Que pour l'angle compris entre 90° & 180°, le ſinus eſt poſitif, le coſinus négatif, & la tangente négative.

Que pour l'angle compris entre 180° & 270°, le ſinus & le coſinus ſont négatifs, & la tangente poſitive.

Que pour l'angle compris entre 270° & 360°, le ſinus eſt négatif, le coſinus poſitif, & la tangente négative.

*Application des Théories précédentes à une Comète qui auroit les mêmes élémens que celle de 1764, à l'exception de la longitude du périhélie, & qui couperoit d'ailleurs l'orbite de la Terre dans ſon nœud deſcendant.*

(102) Suppoſons une Comète qui auroit les élémens ſuivans.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Nœud aſcendant ..... | 3ſ 19° | 20′ | 6″ |
| Nœud deſcendant ..... | 9 19 | 20 | 6 |
| Périhélie ..... | 0 13 | 1 | 4 |
| Inclinaiſon ..... | 53 | 54 | 20 |

Diſtance périhélie ..... 56418.

Sens du mouvement .... rétrograde.

☞ Il eſt évident §. 37, que cette Comète pourroit rencontrer la Terre dans le nœud deſcendant; ſuppoſons donc les mouvemens tellement arrangés, que ce phénomène ait effectivement lieu; on aura $R = T = 101650$; $\beta = 263° 40' 58''$, $u = 180°$; $u + \beta = 83° 40' 58''$, $b' = 0$. Par la ſuppoſition, l'orbite de la Comète eſt parabolique, & ſa diſtance périhélie eſt de 56418 parties telles que la moyenne diſtance de la Terre au Soleil en contient 100000; donc $\frac{E}{a} = 1$, $P = 225672$, $\theta = 48° 9' 31''$, $A' = 318° 9' 31''$; d'ailleurs coſin. $I = -$ coſin. $53° 54' 20''$. Donc relativement à cette Comète $Mr = 168,1511$.

(103) Imaginons maintenant que l'on veuille déterminer quelle devroit être la diſtance de la Terre à la ligne des nœuds au moment que la Comète traverſe l'écliptique, pour que la Terre & la Comète puiſſent ſe trouver un inſtant à une diſtance de 13000 lieues; puiſque dans l'hypothèſe de la parallaxe du Soleil de 8″, 55, chaque cent millième de la diſtance moyenne de la Terre au Soleil contient 345, 58400 lieues (§. 18), 13000 lieues contiennent 37, 6175 cent millièmes de cette diſtance; donc $\Delta = 37,6175$; donc (§. 92.)

$$Mr = 168,1511,\ Fr = 64,017,\ G = 0,\ H = 0,037169,$$
$$\text{ſin. } b = \pm \text{ ſin. } 2' 6''.$$

On voit par-là que ſi au moment où la Comète eſt dans le nœud, la diſtance de la Terre à la ligne des nœuds ſurpaſſoit 2′ 6″, la Terre & la Comète ne pourroient ſe trouver un inſtant à la diſtance de 13000 lieues. Il faudroit donc que les mouvemens de la Comète & de la Terre fuſſent tellement combinés, que le paſſage de la Comète par le nœud arrivât tandis que la Terre parcourroit dans ſon orbite, l'arc compris entre 9ſ 19° 18′ 0″, & 9ſ 19° 22′ 12″; cet arc eſt de 4′ 12″. J'ai choiſi la diſtance de 13000 lieues, parce que c'eſt celle à laquelle M. de la Lande paroît s'arrêter dans ſon Mémoire, pour évaluer les déſordres des Marées.

(104) Si l'on ſuppoſoit les mouvemens de la Comète & de la Terre tellement combinés, qu'elles ſe rencontraſſent centre à centre dans le nœud, & que l'on voulut examiner, abſtraction faite du choc de ces deux corps, & des perturbations de leurs orbites; c'eſt-à-dire dans l'hypothèſe d'une pénétration parfaite ſans altération de mouvement, combien de tems la Comète & la Terre ſeroient à des diſtances reſpectives moindres que 13000 lieues; comme alors, à cauſe de ſin. $b = 0$ & de $R - T = 0$, $S = 0$ & $Q^2 = -8,4156$, la formule du §. 88 donnera pour expreſſion de ce tems,

$$y = 1835'' = 30' 35''.$$

*Application*

*Application des mêmes Théories, à ſept Comètes, dont trois directes, trois rétrogrades, & une perpendiculaire à l'orbite de la Terre.*

(105) Juſqu'ici nous n'avons conſidéré qu'une ſeule Comète, celle qui auroit des élémens ſemblables à ceux de la Comète de 1764, & qui d'ailleurs couperoit l'orbite de la Terre dans ſon nœud; mais il eſt évident que cette ſimple diſcuſſion ne peut donner une idée complette de ce qui arriveroit dans tous les cas. Pour acquérir des lumières à ce ſujet, je vais diſcuter ſommairement ſept Comètes, dont trois ſeroient directes, trois rétrogrades, & dont une ſeroit perpendiculaire à l'orbite de la Terre. Je ſuppoſerai ſucceſſivement les angles de l'orbite de la Comète avec l'orbite de la Terre, de 0°, 30°, 60°, 90°, 120°, 150°, 180°; & je déterminerai pour tous ces cas, quelle doit être la diſtance de la Terre à la ligne des nœuds, au moment où la Comète eſt dans le nœud, pour que la Comète & la Terre puiſſent être un inſtant à une diſtance de 13000 lieues. Je déterminerai auſſi combien de tems ces Aſtres ſeroient à des diſtances reſpectives moindres que 13000 lieues, dans l'hypothèſe où ils ſe rencontreroient centre à centre, & que leurs mouvemens ne fuſſent point altérés. Il eſt ſuperflu d'avertir qu'il n'y a aucune Comète dans ce cas; & que tout ce que je vais dire eſt purement hypothétique.

(106) Les calculs ſont faciles à exécuter. En effet, dans le cas dont il s'agit, $R = T = r$; de plus, ſi l'on compare l'expreſſion $\frac{\text{coſin. } A' \text{ coſin. } I}{r}$, avec la relation entre l'hypothénuſe & les côtés d'un triangle ſphérique rectangle, on verra que cette expreſſion eſt celle du coſinus de l'hypothénuſe d'un triangle de cette eſpèce, dans lequel $A'$ & I ſont les côtés adjacens à l'angle droit.

La quantité $\frac{\text{cosin. A' cosin. I}}{r}$ est donc l'expression du cosinus de l'angle de la trajectoire de la Comète, considérée comme rectiligne, avec la trajectoire de la Terre, considérée pareillement comme rectiligne ; & conséquemment $r^2 - \frac{\text{cosin}^2.\text{ A' cosin}^2.\text{ I}}{r^2}$ est l'expression du quarré du sinus du même angle, ainsi qu'il est facile de le vérifier, en se figurant le triangle sphérique rectangle, dont l'un des côtés mesure l'inclinaison des plans des orbites de la Terre & de la Comète, dont l'autre côté mesure l'angle de la trajectoire de la Comète, considérée comme rectiligne, avec la perpendiculaire à la ligne des nœuds, menée sur le plan de l'orbite de la Comète, & dont l'hypothénuse est égale à l'angle formé dans le nœud par les deux trajectoires rectilignes de la Terre & de la Comète.

Si l'on fait les substitutions indiquées, dans les équations du §. 92, & que l'on nomme

L l'angle de la trajectoire de la Comète avec la trajectoire de la Terre ;

on aura dans le cas dont il s'agit

$$M r = u^2 + u'^2 - \frac{2 u u' \text{ cosin. L}}{r} ;$$

$$S = \frac{u \text{ T sin. } b}{M r^2} - \frac{u' \text{ T sin. } b \text{ cosin. L}}{M r^3} ;$$

$$Q^2 = - \frac{\Delta^2}{M r} + \frac{T^2 \text{ sin.}^2 b}{M r^3} ;$$

$$F r = \frac{u'^2 \text{ T}^2 \text{ sin}^2. \text{ L}}{r^4} ; \quad G = 0 ; \quad H = \frac{M \Delta^2}{F r}.$$

Maintenant à sin. L & à cosin. L substituons successivement sin. 0°, cosin. 0° ; sin. 30°, cosin. 30° ; sin. 60°, cosin. 60° ; sin. 90°, cosin. 90° ; sin. 120°, cosin. 120° ; sin. 150°, cosin. 150° ; sin. 180°, cosin. 180° ; & les questions proposées seront résolues.

(107) Si l'on fait les calculs indiqués, on parviendra aux réſultats ſuivans.

| *Angles de la trajectoire de la Comète avec l'orbite de la Terre.* | *Diſtances de la Terre au nœud, à l'inſtant où la Comète traverſe l'écliptique, pour que la Comète & la Terre puiſſent être un moment à la diſtance de 13000 lieues.* | *Nombre de ſecondes de tems que la Comète & la Terre ſeront à des diſtances reſpectives plus petites que 13000 lieues, en ſuppoſant qu'elles ſe rencontrent dans le nœud, & qu'il n'y ait point d'altération dans leurs mouvemens.* |
|---|---|---|
| 0° | | 9122″ |
| 30 | ± 0° 1′ 21″ | 5093 |
| 60 | ± 0 1 20 | 3000 |
| 90 | ± 0 1 35 | 2182 |
| 120 | ± 0 2 13 | 1798 |
| 150 | ± 0 4 16 | 1619 |
| 180 | | 1565 |

Au lieu du nœud ſi l'on ajoute avec leurs ſignes les deux arcs dont l'un eſt précédé du ſigne plus & l'autre du ſigne moins, on déterminera l'arc dans lequel doit ſe trouver la Terre à l'inſtant que la Comète traverſe l'écliptique, pour que la Comète & la Terre puiſſent être un moment à la diſtance de 13000 lieues. Cet arc eſt de 2′ 42″ pour l'angle de 30°.

(108) On peut remarquer que la formule du §. 92, par laquelle nous avons déterminé quelle doit être la diſtance de la Terre au nœud à l'inſtant où la Comète traverſe l'écliptique, pour que la Comète & la Terre ſoient un moment à une diſtance donnée, ſuppoſe l'angle $b$ aſſez petit pour que coſinus $b$ puiſſe être égalé à $r - \frac{\sin^2 . b}{2r}$; ſi donc le réſultat donnoit un angle $b$ aſſez grand, pour que la condition ne put avoir lieu, on auroit fait une ſuppoſition incohérente. Dans la Table du §. 107, les réſultats qui répondent aux

angles de 30°, de 60°, de 90°, de 120°, & de 150°, ne ſont pas dans ce cas ; mais ſi l'on avoit ſuppoſé les angles de la trajectoire de la Comète avec l'orbite de la Terre, peu différens de 0° ou de 180°, on ſeroit tombé dans l'inconvénient que l'on vient de relever. Il faudroit alors réſoudre le Problème en employant les véritables trajectoires de la Terre & de la Comète, ainſi que nous l'avons indiqué §. 83 ; & les calculs ne pourroient manquer de conduire à des équations d'un degré fort élevé ; heureuſement ces cas ſont infiniment rares. En effet, pour que l'on put ſuppoſer nul ou de 180° l'angle de la trajectoire de la Comète avec l'orbite de la Terre, il faudroit que la trajectoire de la Comète fût ſituée dans le plan de l'orbite de la Terre, & que de plus ſon approximation à l'orbite terreſtre arrivât dans le périhélie ; deux circonſtances dont la réunion eſt unique. Pour s'aſſurer par le calcul, quelle eſt à-peu-près la limite des angles de la trajectoire de la Comète avec l'orbite terreſtre, qui permettent de faire uſage de la formule du §. 92 ; je reprends l'équation de ce paragraphe dans l'hypothèſe de $R = T = r$, & je parviens au réſultat ſuivant, $\text{ſin}^2.b - Hr = 0$ ; dans cette équation, je ſubſtitue à $Hr$ ſa valeur, en obſervant, (§. 106.) que $\frac{\text{coſin. A' coſin. I}}{r}$ eſt le coſinus de l'angle de la trajectoire de la Comète avec la trajectoire de la Terre ; je nomme L cet angle, & j'ai

$$\nu'^2 \text{ſin}^2.b \cos^2.L - 2\Delta^2 \nu\nu' r \text{coſ.} L + \Delta^2 r^2(\nu^2 + \nu'^2) - r'^2 r^2 \text{ſin}^2.b = 0.$$

Dans cette équation, je ſuppoſe $\text{ſin}.b = 30'$ (c'eſt la dernière valeur à laquelle je fais répondre $\text{coſin}.b = r - \frac{\text{ſin}^2.b}{2r}$) & je conclus

$$L = \begin{cases} 0^\circ\ 43'\ 10''. \\ 175\ \ 47\ \ 10. \end{cases}$$

La formule du §. 92 peut donc être employée pour

toutes les Comètes, relativement auxquelles l'angle de la trajectoire avec l'orbite de la Terre, ſeroit compris entre 0° 43′ 10″ & 175° 47′ 10″ ; c'eſt-à-dire pour la totalité morale des Comètes. J'obſerverai ici que des Comètes, dont l'angle de la trajectoire avec l'orbite terreſtre ſeroit de 0° 43′ 10″ ou de 175° 47′ 10″, & qui de plus rencontreroient la Terre dans le nœud, ne ſeroient que 9116″ ou 1566″ de tems, à des diſtances de notre globe plus petites que 13000 lieues.

(109) Si l'on jette les yeux ſur la Table du §. 107, il ſera aiſé de ſe convaincre que le nombre de ſecondes horaires qu'une Comète & la Terre peuvent être à des diſtances reſpectives plus petites que 13000 lieues, dépend de l'angle de la trajectoire de la Comète avec l'orbite terreſtre ; en général, ce tems ne peut ſurpaſſer 9122″ dans les circonſtances les plus favorables ; dans tout autre cas il eſt beaucoup moindre. Pour une Comète perpendiculaire à l'orbite de la Terre, ce tems n'eſt déjà plus que de 36′ 22″ ; & comme il y a autant à parier qu'une Comète inconnue ſera rétrograde que directe, on voit combien il eſt probable qu'une Comète ſera moins d'une heure, à une diſtance de notre globe plus petite que 13000 lieues, lors même qu'on lui ſuppoſeroit, contre toute probabilité, des élémens qui lui feroient rencontrer la Terre.

*Remarque ſur les Marées.*

(110) Ce ſeroit naturellement le lieu de calculer ici les déſordres que la préſence inſtantanée d'une Comète, qui approcheroit de 13000 lieues de notre globe, occaſionneroit dans l'atmoſphère & dans les Marées. Ce travail me paroît offrir beaucoup de difficultés. J'obſerverai ſeulement que l'effet de l'action d'une pareille Comète ſur les eaux de la Mer, ne peut être aſſigné que d'après un calcul qui embraſſeroit toutes les circonſtances du Problême ; & que toute expreſſion de cet effet, dans lequel on en aura obmis quelques-unes, ſans être aſſuré

de l'influence qu'elles peuvent avoir ſur l'objet meſuré, ne doit être conſidérée que comme l'expreſſion vague d'un effet dont on n'a d'ailleurs qu'une idée également vague. M. le Chevalier Borda s'eſt occupé de cet objet. Il eſt à deſirer que la difficulté du ſujet ne nous prive pas de ſes recherches. Que n'a-t-on pas lieu d'attendre de la fineſſe & de la pénétration de ce célèbre Géomètre?

*Application d'un principe de M. d'Alembert à la queſtion préſente.*

(111) Je ne puis paſſer ſous ſilence la remarque ſuivante que m'a fait naître la lecture de l'Ouvrage de M. d'Alembert, ſur la Cauſe des Vents. Dans cet Ouvrage M. d'Alembert démontre que ſi un noyau ſphérique eſt entouré d'un fluide, ſur lequel agit un corps fixe & immobile; ce fluide, en vertu de l'action de ce corps fixe & immobile, doit paſſer ſucceſſivement de la figure ſphérique qu'il avoit d'abord, à différentes figures elliptiques, dont l'un des axes s'allonge de plus en plus, tandis que l'autre axe diminue; & ce qui eſt remarquable, il trouve que le mouvement des différentes parties du fluide peut être comparé à celui d'un pendule qu'on tireroit de ſon repos pour lui faire décrire de petits arcs circulaires. Or, de même qu'un pendule, lorſqu'il eſt arrivé à ſon point de repos, paſſe au-delà en vertu de la vîteſſe qu'il a acquiſe, pour retomber enſuite de nouveau, de même auſſi lorſque la ſurface du fluide, qui s'éloigne de plus en plus de la courbe circulaire, a acquis la figure qu'elle auroit dû avoir d'abord pour reſter en équilibre, elle doit néceſſairement paſſer au-delà de ce terme, & continuer de s'élever d'une quantité à-peu près égale à celle dont elle s'eſt déjà élevée; après quoi le fluide retombera & s'abaiſſera. M. d'Alembert fait voir de plus que le tems des oſcillations ne dépend point de la force accélératrice; mais uniquement

de la profondeur du fluide ; de ſorte, que quoique ces oſcillations ſoient d'autant plus grandes que la force accélératrice eſt plus grande, la durée des oſcillations eſt cependant toujours la même, comme il arrive dans les pendules cicloïdaux.

Soit en un mot

$\varrho$ le rayon du noyau ſphérique ;

$\epsilon$ la profondeur du fluide qui entoure ce noyau ſphérique ;

$\frac{m}{n}$ le rapport de la circonférence du cercle au diamètre ;

$\delta$ le nombre de pieds qu'un corps grave parcourt pendant la première ſeconde de ſa chûte, en vertu de la force centrale qui agit à l'extrémité $\varrho$ du rayon du noyau ſphérique.

M. d'Alembert démontre que l'on a l'expreſſion ſuivante.

Durée d'une oſcillation du fluide évaluée en ſecondes horaires $= \frac{m}{n} - \frac{\epsilon}{2\sqrt{(3\delta\varrho)}}$.

Appliquons le calcul à cette formule.

(112) Suppoſons un fluide qui environne la Terre, & dont la profondeur ſoit par-tout d'une lieue. Puiſque le rayon de la Terre contient $1432, \frac{1}{2}$ lieues, ſi l'on réduit $\epsilon$ & $\varrho$ en pieds, à raiſon de 13692 pieds par lieue, comme d'ailleurs $\delta = 15,1$ pieds, l'expreſſion $\frac{m}{n}\frac{R}{2\sqrt{(3\delta\varrho)}}$ deviendra $\frac{355}{113} \times \frac{1432,5 \times 13692}{2\sqrt{(3 \times 15,1 \times 13692)}}$

$= \frac{355}{113} \times \frac{1432,5\sqrt{(13692)}}{2\sqrt{(3 \times 15,1)}} = 39120''$. La Comète, dans l'hypothèſe dont il s'agit, emploiera donc $10^h 52' 0''$ à produire ſon effet quel qu'il ſoit ſur les Marées.

Mais les véritables circonſtances du Problême ſont bien moins favorables à ces grandes perturbations, que les hypothèſes ſoumiſes au calcul. 1°. La Comète ne répond pas toujours au même point de la Terre, puiſqu'indépendamment du mouvement de rotation de la Terre, la Comète a un mouvement propre très-rapide. 2°. Les eaux de la Mer n'environnent point tout le globe, & l'on ſçait par l'exemple des Mers méditerranées qui ne ſont preſque point ſujettes au flux & au reflux, combien cette circonſtance diminue l'effet des Marées. 3°. Enfin la Comète ne ſeroit que très-peu de tems (§. 107.) & beaucoup moins que $10^h\ 52'\ 0''$, à une diſtance nuiſible. Toutes ces raiſons réunies me paroiſſent élever un préjugé légitime contre les grands déſordres des Marées produites par l'action des Comètes.

(113) Je terminerai cette Section, en obſervant que de nos jours, au commencement de Juillet 1770, une Comète a paſſé très-près de la Terre. Elle étoit environ à neuf fois la diſtance de la Lune. Cet événement n'a occaſionné aucun mouvement ſenſible dans l'Atmoſphère & dans les Marées, aucun derangement dans le mouvement de la Lune; & il n'a été remarquable que pour les Aſtronomes. Je ſçai qu'il y a loin de cette diſtance, à celle de 13000 lieues; mais on ne peut ſaiſir avec trop d'empreſſement, l'occaſion de raſſurer par des exemples, ſur la préſence d'un phénomène dont le nom ſeul inſpiroit la terreur dans les ſiècles d'ignorance.

## SECTION CINQUIÈME.

*Des principes d'après leſquels on peut calculer la probabilité qu'à un inſtant quelconque une Comète ſera plus près de la Terre qu'une diſtance donnée.*

(114) JE ſuppoſe que l'on ſache uniquement que dans le cours d'une année, une Comète doit couper l'orbite terreſtre, ſans connoître d'ailleurs les élémens de la Comète ; je me propoſe de déterminer les principes d'après leſquels on peut calculer la probabilité qu'a un inſtant quelconque pris dans l'année, cette Comète ſera plus près de la Terre qu'une quantité donnée. On verra enſuite ce que l'on doit penſer de cette hypothèſe.

(115) Pour réſoudre la queſtion propoſée, on ſe rappellera que j'ai donné (§. 88.) une méthode pour déterminer l'intervalle de tems pendant lequel la Comète & la Terre ſont à des diſtances moindres qu'une quantité aſſignée, en ſuppoſant connue la diſtance de la Terre au nœud au moment que la Comète traverſe l'écliptique. J'ai pareillement déterminé (§. 92.) la diſtance de la Terre à la ligne des nœuds de la Comète, pour que le phénomène ait lieu un ſeul inſtant. Soit donc A B une ligne qui repré- Fig. IV. ſente le développement de l'écliptique, c'eſt-à-dire le chemin total de la Terre pendant une année. Sur cette droite A B, je prends un point O à volonté que je ſuppoſe celui où la Comète traverſe l'écliptique. Comme je ne connois point les élémens de la Comète, & par conſéquent l'angle de ſa trajectoire avec l'orbite de la Terre, je fais une première ſuppoſition, dans laquelle je donne par exemple à cet angle la valeur de 90°; je calcule dans cette ſuppoſition (§. 92 & 106) la

Fig. IV. distance de la Terre au nœud, pour que la Comète & la Terre puissent être un instant à la distance donnée. Sur la droite A B, je prends de part & d'autre du point O, les distances O $p$, O P, qui soient à A B comme 360° sont à l'arc $b$ déterminé par la formule du §. 92.

Il est évident, d'après cette construction, que si à l'instant où la Comète traverse l'écliptique en O, la Terre est aux points P ou $p$ de son orbite, la Comète sera un instant à la distance donnée de la Terre ; si la Terre est au-delà des points $p$, P, par rapport au point O, la Comète ne pourra point atteindre à cette distance ; si au contraire la Terre est en-deçà des points P, $p$, la Comète sera plus ou moins long-tems à une distance de la Terre moindre que la quantité assignée, & l'intervalle de tems sera déterminé par la valeur de $y$ du §. 88. Supposons maintenant qu'entre les points O, $p$, O, P, on prenne successivement différens autres points P′, P″, &c. ; que l'on calcule les valeurs de $y'$, $y''$, correspondantes ; que par les points P′, P″, &c., l'on éleve enfin les perpendiculaires P′ M′, P″ M″, &c., telles que l'on ait P′ M′ : P′ N′ : : $y'$ : 86400″ ; P″ M″ : P″ N″ : : $y''$ : 86400″, &c. ; & que sur A B l'on acheve le parallélograme A B B′ A′, tel que A A′, B B′ soient égaux à P′ N′, P″ N″, &c. ; il est clair que si l'angle de la trajectoire de la Comète avec l'orbite de la Terre étoit réellement de 90°, le rapport du tems où la Comète peut être dans l'année, à une distance de la Terre, plus grande que la distance donnée, au tems où la Comète pourroit être à une distance plus petite, seroit exprimé par le rapport de la différence des surfaces A A′ B′ B, $p$ M″ M′ P, à l'aire de la courbe $p$ M″ M′ P. Et comme il n'y a point de raison pour qu'un instant quelconque pris au hazard, soit plutôt compris dans un tems que dans un autre, la probabilité demandée seroit exprimée par le même rapport. Mais par la supposition, les élémens de la Comète, & par

conſéquent l'angle de ſa trajectoire avec l'orbite de la Terre, ſont inconnus; il faut donc épuiſer ſucceſſivement les différens angles poſſibles de la trajectoire de la Comète avec l'orbite terreſtre, & prendre un réſultat moyen entre tous les calculs. Fig. IV.

(116) On peut conclure de cette analyſe, que la ſolution rigoureuſe du Problême n'eſt pas auſſi facile qu'on pourroit ſe l'imaginer. On voit également que les calculs ſeroient fort ſimplifiés ſi l'on connoiſſoit d'avance l'angle de la trajectoire de la Comète avec l'orbite de la Terre.

(117) Indépendamment de l'angle de la trajectoire de la Comète avec l'orbite terreſtre, ſi l'on connoiſſoit de plus la poſition du nœud, l'analyſe ſeroit différente. En effet, dans ce cas, la poſition du point O ſeroit déterminée. La probabilité précédente ne s'appliqueroit donc qu'à l'inſtant de l'année correſpondant au point de l'orbite terreſtre où ſe trouve le nœud. La probabilité diminueroit enſuite relativement aux différens points $P''$, $P'$, &c.; de ſorte que, par exemple, la probabilité pour le point $P'$ ſeroit à la probabilité totale, comme l'aire $P' M' P$ eſt à l'aire totale $p M'' M' P$. Par-delà les points $P$, $p$, la probabilité eſt abſolument nulle.

*Application de l'analyſe, à l'évaluation de quelques cas particuliers des aires précédentes.*

(118) Quoique mon but ne ſoit pas d'appliquer l'analyſe à toutes les queſtions que l'on peut ſe propoſer ſur les aires des courbes précédentes, & que d'ailleurs les méthodes ordinaires d'approximation pour les quadratures, réſolvent toutes ces queſtions avec une exactitude ſuffiſante, cependant je ne puis me refuſer de conſidérer le cas particulier où la Comète couperoit l'orbite de la Terre dans ſon nœud. Ce cas réunit la ſingularité la plus remarquable, aux facilités les plus

Fig. IV. grandes de la part du calcul. Il ſervira en même tems à développer l'eſprit de la méthode.

(119) Le Problême dont il s'agit dépend de deux intégrations ſucceſſives ; en effet, il faut d'abord avoir le rapport de l'aire $p\,M''\,M'\,P$, au parallélograme $A\,A'\,B'\,B$, en ſuppoſant que l'angle de la trajectoire de la Comète avec l'orbite de la Terre ſoit conſtant. Il faut enſuite ſuppoſer variable l'angle de la trajectoire de la Comète avec l'orbite de la Terre, multiplier l'intégrale trouvée ci-deſſus, par la différencielle de cet angle, intégrer de nouveau en regardant comme variables les quantités qui dépendent de l'angle, & diviſer cette nouvelle intégrale par tout l'arc dont l'angle de la trajectoire de la Comète avec l'orbite de la Terre peut varier. Le calcul développera ces idées.

*Evaluation de la ſurface du parallélograme* A A′B′B.

(120) Il eſt facile d'évaluer la ſurface du parallélograme $A\,A'\,B'\,B$ ; en effet, d'après les conſtructions précédentes, la ligne $A\,B$ repréſente le chemin de la Terre pendant une année, & $B\,B'$ peut être ſuppoſé égal au chemin de la Terre dans ſon orbite pendant la durée d'un jour. Soit

T le rayon de l'orbite terreſtre ;

$\frac{m}{n}$ le rapport de la circonférence du cercle au diamètre ;

on aura $A\,B = \frac{2\,m}{n} \times T$. Quant à $B\,B'$, ſi l'on ſuppoſe en nombres ronds, le tems de la révolution de la Terre de 365 jours $\frac{1}{4}$, on aura

$$B\,B' = \frac{1}{365,25} \times \frac{2\,m}{n}\,T = \frac{1}{182,62}\,\frac{m}{n}\,T\ ;\ \text{donc}$$

$$\text{Parallélograme } A\,A'\,B'\,B = \frac{1}{91,31}\,\frac{m^2}{n^2}\,T^2.$$

*Evaluation de l'aire* p M″ M′ P, *en ſuppoſant donné l'angle de la trajectoire de la Comète avec l'orbite de la Terre.* Fig. IV.

(121) Pour évaluer maintenant d'une manière analogue, l'aire $p$ M″ M′ P, en ſuppoſant d'abord connu l'angle de la trajectoire de la Comète avec l'orbite de la Terre, je remarque que ſi l'on nomme

- $b$ la diſtance de la Terre au nœud de la Comète, à l'inſtant où cet Aſtre coupe l'écliptique;
- $n$ le mouvement de la Terre dans ſon orbite, correſpondant à une ſeconde de tems;
- $n'$ le mouvement de la Comète dans ſon orbite, correſpondant à une ſeconde de tems;
- $\Delta$ la diſtance donnée de la Comète à la Terre;
- L l'angle de la trajectoire de la Comète avec l'orbite de la Terre;

puiſque (§. 120.) la quantité B B′ qui répond à un jour ou à 86400 ſecondes horaires $= \frac{1}{182,62} \times \frac{mT}{n}$; & que de plus (§. 88, 92 & 106.)

$$P'M' : P'N' \text{ ou } BB' :: 2\sqrt{(S^2 - Q^2)} : 86400$$

$$:: \frac{2\sqrt{\left((n^2r + n'^2r - 2nn'\cos.L)\Delta^2r^3 - n'^2T^2\sin^2.L\sin^2.b\right)}}{r(n^2r + n'^2r - 2nn'\cos.L)} : 86400;$$

les ordonnées P′ M′, &c. à la courbe $p$ M″ M′ P, auront pour expreſſion

$$\frac{mT}{n} \times \frac{\sqrt{\left((n^2r + n'^2r - 2nn'\cos.L)\Delta^2r^3 - n'^2T^2\sin^2.L\sin^2.b\right)}}{91,31 \times 86400\, r(n^2r + n'^2r - 2nn'\cos.L)}.$$

L'aire totale de la courbe $p$ M″ M′ P a donc pour expreſſion

$$\frac{2mT}{n}\int \frac{\sqrt{\left((n^2r + n'^2r - 2nn'\cos.L)\Delta^2r^3 - n'^2T^2\sin^2.L\sin^2.b\right)}db}{91,31 \times 86400\, r(n^2r + n'^2r - 2nn'\cos.L)}.$$

(122) Pour intégrer cette quantité, je la mets ſous la forme ſuivante ;

$$\text{Aire de la courbe } p\,M''M'P = \frac{2\xi}{\sigma}\int db\sqrt{(a^2 - \text{ſin}^2.\,b)}.$$

Dans cette expreſſion

$$\frac{\xi}{\sigma} = \frac{m}{n} \times \frac{n' T^2 \text{ ſin. L}}{91,31 \times 86400\, r\,(n^2 r + n'^2 r - 2nn' \text{ coſ. L})} ;$$

$$a^2 = \frac{(n^2 r + n'^2 r - 2nn' \text{ coſin. L})\,\Delta^2 r^3}{n'^2 T^2 \text{ ſin}^2.\text{ L}}.$$

J'obſerve que puiſque dans le cas que je conſidère, (§. 108) $b$ ne ſurpaſſe jamais 30′ de degré, $b$ & ſin. $b$ peuvent être pris indifféremment l'un pour l'autre ; la quantité $\frac{2\xi}{\sigma}\int db\sqrt{(a^2 - \text{ſin}^2.\,b)}$ peut donc être miſe ſous la forme ſuivante $\frac{2\xi}{\sigma}\int d\,\text{ſin.}\,b\sqrt{(a^2 - \text{ſin}^2.\,b)}$ ; mais on démontre en Géométrie que $\int d\,\text{ſin.}\,b\sqrt{(a^2 - \text{ſin}^2.\,b)}$ repréſente la ſurface d'un quart de cercle dont $a$ eſt le rayon ; donc $\frac{2\xi}{\sigma}\int d\,\text{ſin.}\,b\sqrt{(a^2 - \text{ſin}^2.\,b)}$ repréſente la ſurface d'un demi-cercle dont $a$ eſt le rayon, multipliée par $\frac{\xi}{\sigma}$ ; ou, ce qui revient au même, la ſurface d'un cercle dont le rayon eſt $a$, multipliée par $\frac{1}{2} \times \frac{\xi}{\sigma}$.

D'après les conſtructions précédentes,

$$\frac{1}{2} \times \frac{\xi}{\sigma} = \frac{m}{n} \times \frac{n' T^2 \text{ ſin. L}}{182,62 \times 86400\, r\,(n^2 r + n'^2 r - 2nn' \text{ coſ. L})} ;$$

$$a = \frac{\Delta r \sqrt{\left(r\,(n^2 r + n'^2 r - 2nn' \text{ coſin. L})\right)}}{n' T \text{ ſin. L}} ;$$

& par conſéquent la ſurface du cercle dont le rayon eſt $a$ a pour expreſſion $\frac{m}{n} \times \frac{\Delta^2 r^3 (n^2 r + n'^2 r - 2nn' \text{ coſin. L})}{n'^2 T^2 \text{ ſin}^2.\text{ L}}$.

L'aire de la courbe $p$ M'' M' P eſt donc égale à

$$\frac{m^2}{n^2} \times \frac{\Delta^2 r^2}{182,62 \times 86400\, n' \text{ ſin. } L}$$

(123) Si l'angle de la trajectoire de la Comète avec l'orbite de la Terre étoit connu, cette première intégration ſuffiroit, & la probabilité demandée ſeroit exprimée par le rapport de $\frac{m^2}{n^2} \times \frac{\Delta^2 r^2}{182,62 \times 86400\, n' \text{ ſin. } L}$ à $\frac{m^2}{n^2} \times \left( \frac{T^2}{91,31} - \frac{\Delta^2 r^2}{182,62 \times 86400\, n' \text{ ſin. } L} \right)$, ou ſi l'on veut, par le rapport de $\frac{m^2}{n^2} \times \frac{\Delta^2 r^2}{182,62 \times 86400\, n' \text{ ſin. } L}$ à $\frac{m^2}{n^2} \times \frac{T^2}{91,31}$; car le terme $\frac{\Delta^2 r^2}{182,62 \times 86400\, n' \text{ ſin. } L}$ eſt infiniment petit par rapport à $\frac{T^2}{91,31}$; la probabilité demandée auroit donc pour expreſſion

$$\frac{\Delta^2 r^2}{2 \times 86400\, n' T^2 \text{ ſin. } L}.$$

Mais l'angle ſous lequel la trajectoire d'une Comète inconnue doit couper l'orbite de la Terre, eſt inconnu; il faut donc paſſer à la ſeconde intégration, & ſuppoſer variable l'angle de cette trajectoire avec l'orbite de la Terre.

(124) Nous obſerverons ici que lorſque la diſtance $\Delta$ eſt donnée, ainſi que l'angle de la trajectoire de la Comète avec l'orbite de la Terre, la probabilité eſt abſolument la même, ſoit que la Comète ſoit directe, ſoit qu'elle ſoit rétrograde. Cette ſingularité méritoit d'être remarquée. En effet, le rayon du cercle dont nous avons évalué la ſurface §. 122, n'eſt pas le même dans le cas d'une Comète rétrograde que dans le cas d'une Comète directe, puiſqu'en

général le rayon de ce cercle eſt exprimé par $\frac{\Delta r \sqrt{(r(\nu^2 r + \nu'^2 r - 2\nu\nu' \text{ coſin. L}))}}{\nu' T \text{ ſin. L}^2}$, & que pour une Comète directe coſinus L eſt poſitif, tandis que pour une Comète rétrograde coſinus L eſt négatif. Cette différence d'expreſſion ſembloit donc promettre au premier coup d'œil une probabilité différente ; mais ces ſurfaces ont un multiplicateur $\frac{1}{2} \times \frac{\xi}{\sigma}$ qui diffère dans les deux cas, & qui rétablit l'égalité des réſultats.

*Méthode pour avoir égard à l'incertitude de l'angle ſous lequel la trajectoire de la Comète doit couper l'orbite de la Terre.*

(125) Si l'on multiplie l'expreſſion de la probabilité du §. 123, par $\frac{dL}{\lambda}$ ; ($\lambda$ eſt une quantité que l'on doit regarder comme conſtante dans l'intégration ; c'eſt l'arc correſpondant aux différens angles L que l'on aura conſidérés dans l'intégration) ; on aura à intégrer une quantité de la forme ſuivante $\frac{\Delta^2 r^2}{2 \times 86400\, \nu' \lambda T^2} \times \int \frac{dL}{\text{ſin. L}^4}$. Mais on démontre en Géométrie que $\int \frac{dL}{\text{ſin. L}} = \text{Log.} \left( \frac{\text{Tang. } \frac{1}{2} L}{r} \right) + C$ ; la quantité qu'il s'agit d'évaluer ſera donc exprimée par $\frac{\Delta^2 r^2}{2 \times 86400\, \nu' \lambda T^2} \times \left( \text{Log.} \left( \frac{\text{Tang. } \frac{1}{2} L}{r} \right) + C \right)$.

C eſt une conſtante ajoutée en intégrant, & qu'il faut déterminer d'après les circonſtances du Problême. Je n'inſiſterai pas davantage ſur cette analyſe, parce que je crois eſſentiel de conſidérer une nouvelle condition.

*Solution*

*Solution des queſtions précédentes, en ayant égard à la différente probabilité des différens angles ſous leſquels la trajectoire de la Comète peut couper l'orbite de la Terre.*

(126) J'ai ſuppoſé dans l'analyſe précédente, que tous les angles ſous leſquels la trajectoire de la Comète peut couper l'orbite de la Terre, ſont également probables; cette ſuppoſition ne me paroît point exacte. Pour le démontrer, ſoit

I l'inclinaiſon du plan de l'orbite de la Comète ſur l'écliptique;

A′ l'angle de la Tangente à la trajectoire de la Comète, avec la perpendiculaire à la ligne des nœuds menée ſur le plan de l'orbite de la Comète;

D la diſtance périhélie de la Comète.

Nous avons vu (§. 106.) que le coſinus de l'angle de la trajectoire de la Comète conſidérée comme rectiligne, avec la trajectoire de la Terre conſidérée pareillement comme rectiligne, a pour expreſſion de ſon quarré $\frac{\text{coſin}^2.\ A'\ \text{coſin}^2.\ I}{r^2}$, expreſſion qui ſe transforme dans la ſuivante $\frac{D\ \text{coſin}^2.\ I}{r}$. En effet ſi l'on jette les yeux ſur l'équation à la parabole du §. 41, & que l'on faſſe attention que dans le cas dont il s'agit le rayon vecteur de la Comète $= r$, que de plus l'angle du rayon vecteur avec la ligne des nœuds eſt nul, on verra que l'équation du §. 41 deviendra

$r + \text{coſ.}(\text{angle de la ligne des nœuds avec le grand-axe}) - 2D = 0.$

Donc (trigonométrie rectiligne)

$\text{coſin}^2.\ \frac{1}{2}(\text{angle de la ligne des nœuds avec le grand-axe}) - r\Gamma = 0.$

Mais la ligne des nœuds peut être regardée comme un rayon vecteur particulier; de plus, par une propriété

de la parabole, $\frac{1}{2}$ (angle du rayon vecteur avec le grand-axe) = angle de la Tangente avec la perpendiculaire au rayon vecteur ; donc $\text{cosin}^2 . \frac{1}{2}$ (angle de la ligne des nœuds avec le grand-axe) $= \text{cosin}^2 . A' = D r$ ; donc $\frac{\text{cosin}^2 . A' \, \text{cosin}^2 . I}{r^2} = \frac{D \, \text{cosin}^2 . I}{r}$.

Si l'on ſuppoſe maintenant que toutes les inclinaiſons des plans des orbites cométaires ſur l'écliptique ſont également probables, ainſi que toutes les diſtances périhélies, il eſt aiſé de voir que tous les angles de la trajectoire de la Comète avec la trajectoire de la Terre, ne ſont pas également probables. On voit, par exemple, que la ſuppoſition de l'angle nul eſt la moins probable de toutes, puiſqu'elle ne peut avoir lieu qu'autant qu'à la fois D & cosinus I égalent $r$, circonſtance unique. Quant aux autres angles, il s'en faut beaucoup que la probabilité ſoit la même pour tous.

(127) Il me paroît facile de repréſenter d'une manière générale les différentes probabilités de ces angles. En effet dans l'expreſſion du cosinus de l'angle de la trajectoire de la Comète avec l'orbite de la Terre du §. précédent ſi l'on ſubſtitue à D & à cosin. I les valeurs ſuivantes, $D = r - x$, cosin. $I = r - y$ ; & ſoit comme ci-deſſus

L l'angle de la trajectoire de la Comète avec l'orbite de la Terre,

on aura

$$(y - r)^2 \times (x - r) + r \, \text{cosin}^2 . L = 0.$$

Fig. V. Maintenant, ſi l'on conſidère les quantités $x$ & $y$ comme deux coordonnées de courbe, il eſt aiſé de conſtater que l'équation précédente eſt une équation à une hyperbole cubique, dont l'origine des coordonnées eſt ſituée dans la droite CD inclinée de 45° ſur les aſimptotes CG, CM, à une diſtance CD de l'interſection C des aſimptotes telle que $CG = GD = r$.

Si l'on donne à L. différentes valeurs, on aura différentes hyperboles, dont l'origine des coordonnées ſera ſituée au même point D, mais dont les ſommets A ſeront différens; & le rapport des différentes aires D *a* A *a'*, repréſente la probabilité des différens angles L. Fig. V.

(128) Prenons les deux ſuppoſitions extrêmes, celle de coſin. L = *r*, & celle de coſin. L = 0. Dans le premier cas le ſommet A de l'hyperbole tombe ſur le point D, & l'aire D *a* A *a'* eſt nulle; dans le ſecond cas la courbe ſe confond avec les deux aſimptotes CG, CM; & l'aire eſt égale au rectangle DGCM = $r^2$. Cette recherche démontre que l'angle le plus probable eſt celui de 90°, puiſque l'aire correſpondante eſt la plus grande. Cette probabilité diminue enſuite à meſure que l'angle s'éloigne de 90°, & elle eſt nulle lorſque l'angle eſt de 0°. Il eſt facile dans tous les cas, d'avoir le rapport des probabilités; il ne s'agit que d'évaluer le rapport des différentes aires hyperboliques D *a* A *a'*, au rectangle DGCM.

(129) La probabilité du §. 125 a été calculée dans l'hypothèſe que les différens angles L ſont tous auſſi probables que l'angle de 90°. Les recherches précédentes ont fait voir que cette ſuppoſition n'eſt pas exacte, il faut donc avoir égard à cette nouvelle conſidération. Soit

$\mu r$ l'aire des différentes hyperboles;

il n'eſt queſtion, avant de paſſer à l'intégration du §. 125, que de multiplier la quantité $\frac{\Delta^2 r^2}{2 \times 86400'' T^2 \text{ſin. L}}$ par $\frac{\mu r}{r^2}$; c'eſt-à-dire, par le rapport de l'aire de l'hyperbole correſpondante à l'angle L, au parallélograme DGCM; on aura donc une intégration de plus à exécuter.

(130) Il n'eſt pas difficile d'évaluer les différentes

quantités $\mu r$; en effet, $\mu r = \int y\, dx$. Mais (§. 127.) $y = r - \text{cosin. L}\sqrt{\frac{r}{r-x}}$; donc $\int y\, dx = \int r\, dx - \int \text{cosin. L}\, dx \sqrt{\frac{r}{r-x}} = rx + 2\,\text{cosin. L}\sqrt{(r^2 - rx)}$; & comme l'intégrale doit être nulle lorsque $x = 0$; $\int y\, dx = rx + 2\,\text{cosin. L}\sqrt{(r^2 - rx)} - 2r\,\text{cosin. L}$; d'ailleurs la valeur de l'aire complette répond à $y = 0$, ou (§. 127.) à $x = r - \frac{\text{cosin}^2.\,\text{L}}{r}$; donc la valeur complette de $\int y\, dx$ a pour expression $(r - \text{cosin. L})^2$; donc $\frac{\mu r}{r^2} = \frac{(r - \text{cosin. L})^2}{r^2}$.

C'est l'expression de la probabilité des différens angles L.

La probabilité du §. 123, en y faisant entrer la probabilité de l'angle, aura donc pour expression

$$\frac{\Delta^2 (r - \text{cosin. L})^2}{2 \times 86400\, \pi' T^2\, \text{sin. L}};$$

ou, en substituant à $\text{cosin}^2$. L sa valeur $r^2 - \text{sin}^2$. L,

$$\frac{\Delta^2 (2r^2 - 2r\,\text{cosin. L} - \text{sin}^2.\,\text{L})}{2 \times 86400\, \pi' T^2\, \text{sin. L}}.$$

(131) Si l'on multiplie la dernière expression par $\frac{dL}{\lambda}$, ($\lambda$ est une quantité que l'on doit regarder comme constante dans l'intégration, & que nous apprendrons à déterminer dans la suite), on aura à intégrer une quantité de la forme suivante,

$$\frac{\Delta^2}{2 \times 86400\, \pi' T^2 \lambda} \times \left( \int \frac{2r^2 dL}{\text{sin. L}} - \int \frac{2r\,\text{cos. L}\, dL}{\text{sin. L}} - \int \text{sin. L}\, dL \right);$$

mais on démontre en Géométrie

que $\int \frac{2r^2\, dL}{\text{sin. L}} = 2r^2\, \text{Log.} \left( \frac{\text{Tang.} \frac{1}{2} \text{L}}{r} \right)$;

que $-\int \frac{2r \text{ cosin. L } dL}{\text{sin. L}} = -2r^2 \text{ Log. } \left(\frac{\text{sin. L}}{r}\right)$ ;

que $-\int \text{sin. L } dL = r \text{ cosin. L}$ ;

d'ailleurs $2r^2 \text{ Log. } \left(\frac{\text{Tang. } \frac{1}{2} L}{r}\right) - 2r^2 \text{ Log. } \left(\frac{\text{sin. L}}{r}\right)$,

$= 2r^2 \text{ Log. } \left(\frac{\text{Tang. } \frac{1}{2} L}{\text{sin. L}}\right)$.

La probabilité demandée ſera donc exprimée par $\frac{\Delta^2 r^2}{86400\pi T^2 \lambda} \left(\text{Log. } \left(\frac{\text{Tang. } \frac{1}{2} L}{\text{sin. L}}\right) + \frac{\text{cosin. L}}{2r} + C\right)$.

C eſt une quantité conſtante ajoutée en intégrant, & qu'il faut déterminer d'après les circonſtances du Problême.

(132) Pour évaluer la quantité C, on ſe rappellera 1°. (§. 108.) que les conſtructions qui ſervent de baſe à ces calculs, ne permettent pas de prendre un angle L plus petit que 0° 43′ 10″, & plus grand que 175° 47′ 10″; 2°. (§. 124.) que l'expreſſion de la probabilité eſt la même ſoit que la Comète ſoit directe ſoit qu'elle ſoit rétrograde, ou, ſi l'on veut, que la probabilité ne dépend que de l'inclinaiſon de la trajectoire de la Comète ſur l'orbite de la Terre. D'ailleurs ſi l'on fait attention à l'analyſe des §. 126 & ſuivans, on verra facilement que la formule du §. 130 ſuppoſe que l'on a pris pour l'angle L un angle qui ne ſurpaſſe point 90°. On fera donc un premier calcul dans lequel on ſuppoſera la quantité C telle, que lorſque l'angle L eſt de 43′ 10″, $\text{Log. } \left(\frac{\text{Tang. } \frac{1}{2} L}{\text{sin. L}}\right) + \frac{\text{cosin. L}}{2r} + C = 0$.

Donc $C = -\text{Log. } \left(\frac{\text{Tang. } 21' 35''}{\text{sin. } 43' 10''}\right) - \frac{\text{cosin. } 43' 10''}{2r}$. D'ailleurs $\lambda$ eſt l'arc correſpondant aux différens angles L, que l'on a conſidérés dans l'intégration. Donc en général $\lambda = L - 43' 10''$. De plus on démontre que

$$\text{Log.}\left(\frac{\text{Tang.}\frac{1}{2}L}{\text{fin. L}}\right) - \text{Log.}\left(\frac{\text{Tang. 21' 35''}}{\text{fin. 43' 10''}}\right)$$
$$= \text{Log.}\left(\frac{\text{Tang.}\frac{1}{2}L \times \text{fin. 43' 10''}}{\text{Tang. 21' 35''} \times \text{fin. L}}\right);$$

& que

$$\frac{\text{cof.L} - \text{cof.43' 10''}}{2} = -\frac{\text{fin.}\frac{1}{2}(L+43'\,10'') \times \text{fin.}\frac{1}{2}(L-43'\,10'')}{r};$$

la probabilité demandée ſera donc exprimée généralement par

$$\frac{\Delta^2 r^2}{86400'' T^2 (L-43'\,10'')} \times \left(\text{Log.}\left(\frac{\text{Tang.}\frac{1}{2}L \times \text{fin. 43' 10''}}{\text{fin. L} \times \text{Tang. 21' 35''}}\right) - \frac{\text{fin.}\frac{1}{2}(L+43'\,10'') \times \text{fin.}\frac{1}{2}(L-43'\,10'')}{r^2}\right).$$

(133) Cette formule ſuppoſe que l'angle L eſt moindre que 90°. Si l'angle L ſurpaſſoit 90°, c'eſt-à-dire ſi l'on vouloit conſidérer toutes les inclinaiſons des trajectoires cométaires ſur l'orbite de la Terre, en commençant par les Comètes directes & en finiſſant par les Comètes rétrogrades, pour ſuivre l'analogie précédente, ſoit L' le ſupplément de L; on ſuppoſera d'abord dans la formule du §. 132, l'angle L de 90°, & l'on aura un premier réſultat auquel on ajoutera ce qui ſuit;

$$+\left(\text{Log.}\left(\frac{\text{fin. L'}}{\text{Tang.}\frac{1}{2}L'}\right) - \frac{\text{fin.}\frac{1}{2}(90^\circ + L') \times \text{fin.}\frac{1}{2}(90^\circ - L')}{r^2}\right)$$
$$\times \frac{\Delta^2 r^2}{86400'' T^2 (90^\circ - L')}.$$

La ſomme des deux réſultats ſera la probabilité demandée.

Cette dernière formule ſe déduit de celle du § 132, en ſubſtituant dans l'expreſſion du §. 132, 90° à L, & L' & $\frac{1}{2}$ L' aux angles de 43' 10'' & de 21' 35''.

(134) Au lieu de ſuppoſer que la Comète coupe préciſément l'orbite de la Terre dans le nœud, on pourroit ſuppoſer uniquement qu'à l'inſtant où elle ſera dans le nœud, ſa diſtance à l'orbite de la Terre ſera compriſe entre deux limites aſſignées ; dans ce cas le Problême ſeroit plus compliqué, & l'on ſeroit obligé de paſſer par une nouvelle intégration. On auroit pu également évaluer la probabilité précédente d'une manière plus méchanique, & ſans avoir recours à la dernière intégration. Il ne ſeroit queſtion que de diviſer l'eſpace compris entre 0° 43′ 10″ & 90°, entre 4° 12′ 50″ & 90°, en tel nombre de parties que l'on voudra, de ſubſtituer dans la formule du §. 130, les différens ſinus & coſinus des angles L correſpondans, de prendre la ſomme des probabilités ainſi trouvées, & de la diviſer par le nombre des opérations que l'on aura faites. On pourroit également appliquer à ces queſtions, les méthodes que M. de la Place notre Confrere a développées dans ſon Mémoire ſur les probabilités, & qui doivent lui donner un rang diſtingué parmi les Géomètres.

*Application de la formule précédente à la diſtance de* 13000 *lieues.*

(135) Il eſt facile d'appliquer le calcul à la formule du §. 132. Suppoſons en effet que Δ égale 13000 lieues. Dans ce cas on aura $T = 100000$, $\Delta = 37,6175$ ; $i = 0,0281586$ ; $L = 90°$, $L' = 4° 12' 50''$ ; $L + 43' 10'' = 90° 43' 10''$ ; $L - 43' 10'' = 89° 16' 50''$ ; $\frac{1}{2}(L + 43' 10'') = 45° 21' 35''$ ; $\frac{1}{2}(L - 43' 10'') = 44° 38' 25''$ ; $\frac{1}{2}L' = 2° 6' 25''$, $90° + L' = 94° 12' 50''$ ; $90° - L' = 85° 47' 10''$ ; $\frac{1}{2}(90° + L') = 47° 6' 25''$ ; $\frac{1}{2}(90° - L') = 42° 53' 35''$.

$$\text{Log.}\left(\frac{\text{Tang.}\frac{1}{2}\,L \times \text{sin.}\,43'\,10''}{\text{sin.}\,L \times \text{Tang.}\,21'\,35''}\right) = \text{Log. hyperb. de } 2 = 0,6931.$$

$$\frac{\text{sin.}\frac{1}{2}(L+43'\,10'') \times \text{sin.}\frac{1}{2}(L-43'\,10'')}{r^2} = 0,5000\,;$$

$$\frac{\Delta^2 r^2}{86400''\,T^2\,(L-43'\,10'')} = \frac{1}{268040}\,;$$

$$\text{Log.}\left(\frac{\text{sin.}\,L'}{\text{Tang.}\frac{1}{2}L'}\right) = \text{Log. hyperb. de } 1,9974 = 0,6900\,;$$

$$\frac{\text{sin.}\frac{1}{2}(90^\circ + L') \times \text{sin.}\frac{1}{2}(90^\circ - L')}{r^2} = 0,4999\,;$$

$$\frac{\Delta^2 r^2}{86400''\,T^2\,(90^\circ - L')} = \frac{1}{257420}.$$

La probabilité demandée a donc pour expreſſion

$$(0,6931 - 0,5000) \times \frac{1}{268040}$$

$$+ (0,6900 - 0,4999) \times \frac{1}{257420} = \frac{1}{752730}\,;$$

*Obſervation ſur le Problême que l'on vient de réſoudre.*

(136) Le Problême que nous venons de réſoudre eſt différent de celui dans lequel, en ſuppoſant que l'on ſçut d'avance qu'une Comète doit couper l'orbite de la Terre dans l'eſpace d'une année, on demanderoit quelle eſt la probabilité que dans le cours de cette année la Comète approchera de 13000 lieues de la Terre. Cette nouvelle queſtion eſt facile à réſoudre d'après nos méthodes. En effet, puiſque nous avons déterminé (§. 91 & ſuivans) quelle doit être la diſtance de la Terre à la ligne des nœuds, au moment ou la Comète traverſe l'écliptique, pour que la Terre & la Comète puiſſent ſe trouver un inſtant à une diſtance donnée. Soient $b\,1$, $b\,2$, les deux angles déterminés par l'équation du §. 92 ; on aura évidemment pour expreſſion de la probabilité demandée ;

$$\text{Probabilité demandée} = \frac{b\,1 + b\,2}{360^\circ}.$$

(137) Cette ſolution ſuppoſe que l'on connoît d'avance les élémens de la Comète. Si l'on vouloit faire entrer en ligne de compte, l'incertitude & la probabilité des différens angles ſous leſquels la trajectoire de la Comète peut couper l'orbite de la Terre, ainſi que nous l'avons fait ci-deſſus, le Problême deviendroit beaucoup plus compliqué. Je ne m'étendrai pas d'avantage ſur ce ſujet, parce que le Problême du §. 132 me paroît la véritable queſtion qu'il y avoit à réſoudre. Nous remarquerons ſeulement que la probabilité des différens angles L eſt exprimée (§. 130) par $\frac{(r - \text{cosin. L})^2}{r^2}$. Si l'on cherche maintenant à quel angle L répond la probabilité $\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire la moyenne proportionnelle arithmétique entre la plus grande & la plus petite probabilité, on aura $\frac{(r - \text{cosin. L})^2}{r^2} = \frac{1}{2}$; donc cosin. $L = r - \frac{r}{\sqrt{2}}$; donc $L = 69^\circ\ 49'\ 40''$. Dans les équations du §. 106 ſubſtituons $r$ à T, & dans la ſuppoſition de $L = 69^\circ\ 49'\ 40''$ nous aurons pour une Comète directe $b\ 1 + b\ 2 = 2'\ 48''$. La probabilité aura donc pour expreſſion $\frac{2'\ 48''}{360^\circ} = \frac{1}{7714}$.

Dans le cas d'une Comète rétrograde, dont la trajectoire feroit un angle de $69^\circ\ 49'\ 40''$ avec l'orbite de la Terre, la probabilité ſeroit de $\frac{1}{5492}$; dans le cas d'une Comète perpendiculaire à l'orbite de la Terre, la probabilité ſeroit de $\frac{1}{6821}$.

*Remarques ſur l'hypothèſe à laquelle nous avons appliqué le calcul des probabilités, & ſur la Comète de 1680.*

(138) Quelque petite que ſoit, d'après les métho-

des précédentes, la probabilité qu'à un inſtant donné, notre globe & une Comète puiſſent ſe trouver à une diſtance nuiſible, le danger ne ſeroit point nul, ſi l'hypothèſe dont nous ſommes partis étoit véritable. Mais on ne doit point oublier que cette hypothèſe eſt fondée ſur la condition qu'il exiſte une ou pluſieurs Comètes dont la trajectoire coupe l'orbite terreſtre; condition contre l'exiſtence de laquelle on peut parier l'infini contre l'unité. Le danger que nous courons de la part des Comètes eſt donc, ſi j'oſe m'exprimer ainſi, un infiniment petit du ſecond ordre. J'ai cru devoir inſiſter ſur cette remarque, pour calmer les inquiétudes de quelques perſonnes qui ont conçu des allarmes déplacées à ce ſujet.

(139) Je ne puis paſſer ſous ſilence la remarque ſuivante relativement à la Comète de 1680 dont M. Whiſton s'eſt ſervi pour expliquer le déluge. Rien de plus ingénieux que le ſyſtême de ce célèbre Aſtronome, rien de plus ſçavant que les recherches chronologiques qui l'étayent. Il penſe que l'inondation qui a couvert la Terre à cette époque, a été occaſionnée, ſoit par la proximité de la Comète, qui a pu faire gonfler les eaux de la Mer & de l'intérieur de la Terre, ſoit par la queue de la Comète dans laquelle notre globe s'eſt trouvé engagé. Comme ce ſyſtême n'eſt fondé que ſur des poſſibilités, il eſt auſſi difficile de le réfuter que de l'établir ſur des raiſonnemens démonſtratifs. Avec les élémens que l'on a conclus de la dernière apparition de cette Comète, ſon *minimum* de diſtance à la Terre n'auroit pu être que 165740 lieues. Eſt-il probable, d'après les remarques du §. 112, qu'à cette diſtance la Comète ait occaſionné un auſſi grand bouleverſement dans les eaux de notre globe? On peut dire, à la vérité, qu'avec des élémens un peu différens, la Comète auroit pu approcher beaucoup plus près de la Terre; mais on ne répond point par-là à l'argument tiré de la rapidité de la marche de

la Comète. Quant à la queue de la Comète, j'obſerverai que la grande proximité de cet Aſtre à la Terre, n'a lieu que dans la branche de ſa trajectoire qu'elle décrit avant ſon paſſage par le périhélie, tems auquel cette Comète ne s'étant pas encore approchée du Soleil, ſa queue n'a rien de remarquable. Dans la branche, au contraire, que la Comète décrit après ſon paſſage par le périhélie, la plus courte diſtance de cet Aſtre à l'orbite de la Terre, eſt de plus de neuf millions de lieues. Eſt-il naturel de penſer que l'atmoſphère de la Comète, dont la nature nous eſt d'ailleurs totalement inconnue, produiſe un ſi grand déſaſtre à une telle diſtance? Je finis ce paragraphe par une remarque ſur le ſens que l'on doit donner à la citation de M. Halley par M. de la Lande. Suivant cet Aſtronome, *le* 11 *Novembre* 1680 *la Comète n'étoit guère éloignée que comme la Lune.* On pourroit d'abord croire que cette Comète s'eſt réellement approchée très-près de la Terre; mais on ſe tromperoit ſi l'on attribuoit ce ſens à ces paroles; il faut ſeulement entendre que le 11 Novembre 1680, la Comète n'étoit guère éloignée que comme la Lune, *du point correſpondant de l'orbite de la Terre;* car dans le fait la Comète de 1680 a toujours été à une diſtance de la Terre plus grande que ſeize millions de lieues. J'ai inſiſté ſur cette remarque, parce que j'ai vu pluſieurs perſonnes dans l'erreur à ce ſujet. On obſervera auſſi que l'époque du 11 Novembre 1680 eſt comptée ſuivant l'ancien ſtyle; pour la ramener au ſtyle actuel, il faudroit lire le 21 Novembre 1680.

## SECTION SIXIÈME.

*Recherches préliminaires aux altérations que les réſultats précédens peuvent éprouver, en vertu des actions réciproques de la Terre & de la Comète.*

(140) LES Problêmes précédens ont été réſolus dans l'hypothèſe que les orbites de la Terre & de la Comète, n'éprouvent aucune altération à l'approche de ces deux corps; la ſuppoſition n'eſt point exacte : je dois donc chercher à déterminer au moins d'une manière approchée, combien ces réſultats peuvent être altérés par les perturbations des orbites. Cette diſcuſſion exige la ſolution de quelques queſtions préliminaires. Je vais les préſenter avec le plus d'ordre qu'il me ſera poſſible.

*Détermination de l'eſpèce & des dimenſions de la trajectoire décrite par un projectile, d'après les circonſtances connues de ſon mouvement à un point particulier de cette trajectoire.*

(141) Soit

$a$ le demi-grand axe d'une ſection conique ;

E la diſtance du foyer au centre de la ſection conique ;

R le rayon vecteur ;

$u$ l'angle du rayon vecteur avec le grand-axe ; cet angle s'appelle ordinairement l'angle traverſé ;

$r$ le rayon du cercle ſur lequel cet angle eſt meſuré ; l'apſide inférieure eſt l'origine de de l'angle ;

P le paramêtre de la ſection conique ;

$\theta$ l'angle de la tangente à la courbe, avec le rayon vecteur.

On peut conclure du §. 7, que l'équation générale aux ſections coniques par rapport au foyer, eſt

$$(1)\quad 2R\left(r+\frac{E}{a}\text{ coſin. }u\right)-rP=0.$$

Si l'on différencie cette équation, on parviendra au réſultat ſuivant;

$$(2)\quad r\,dR\left(r+\frac{E}{a}\text{ coſin. }u\right)-\frac{E}{a}R\text{ ſin. }u\,du=0;$$

cette équation combinée, avec l'équation (1) donne,

$$(3)\quad r^2P\,dR-\frac{2E}{a}R^2\text{ ſin. }u\,du=0.$$

On a de plus (§. 96)

$$(4)\quad \text{Tang. }\theta=\frac{Pr^2}{\frac{2E}{a}R\text{ ſin. }u};$$

$$(5)\quad \text{ſin. }\theta=\frac{Pr^2}{\sqrt{\left(P^2r^2+\frac{4E^2}{a^2}R^2\text{ ſin}^2.\ u\right)}};$$

$$(6)\quad \text{coſin. }\theta=\frac{\frac{2E}{a}Rr\text{ ſin. }u}{\sqrt{\left(P^2r^2+\frac{4E^2}{a^2}R^2\text{ ſin}^2.\ u\right)}}.$$

Telles ſont les équations fondamentales du Problême.

(142) Puiſque (§. 141 éq. (1) & (5))

$$2R\left(r+\frac{E}{a}\text{ coſin. }u\right)-rP=0;$$

que $\text{ſin. }\theta=\dfrac{Pr^2}{\sqrt{\left(P^2r^2+\frac{4E^2}{a^2}R^2\text{ ſin}^2.u\right)}}$;

que d'ailleurs, $\text{ſin}^2.\ u=r^2-\text{coſin}^2.\ u$; on aura, en combinant ces équations,

$$(1)\quad E:a::\sqrt{\left(R(R-P)+\frac{P^2r^2}{4\text{ ſin}^2.\theta}\right)}:R.$$

(143) On voit par-là que si l'on connoît pour un certain point déterminé, le rayon vecteur, l'angle du rayon vecteur avec la tangente, & le paramêtre de la section; on connoîtra, au moyen de l'équation précédente, l'espèce de la trajectoire décrite. Il ne s'agit que de constater si E égale, surpasse, ou est moindre que $a$. Si $E = a$, la trajectoire est une parabole; si E est moindre que $a$, la trajectoire est une ellipse; si $E = o$, la trajectoire est un cercle; si E surpasse $a$, la trajectoire est une hyperbole.

(144) Au lieu de l'angle du rayon vecteur avec la Tangente, si l'on connoissoit l'angle du rayon vecteur avec le grand-axe de la section conique, l'équation $2R\left(r + \frac{E}{a} \text{ cosin. } u\right) - rP = o$ donneroit tout de suite,

$$E : a :: r\,(P - 2R) : 2R \text{ cosin. } u.$$

(145) Dans l'hypothèse des §. 142 & 143, non-seulement l'espèce de la trajectoire décrite est connue; on a de plus les dimensions de la trajectoire individuelle. Car puisqu'en général (§. 142)

$$E^2R^2 - a^2\left(R(R-P) + \frac{P^2r^2}{4 \text{ sin}^2.\theta}\right) = o;$$

que d'ailleurs par les propriétés des sections coniques, l'on a dans le cas de l'ellipse, $a^2 - E^2 - \frac{aP}{2} = o$, & dans le cas de l'hyperbole, $E^2 - a^2 - \frac{aP}{2} = o$; on parviendra aux résultats suivans;

*Pour l'ellipse.*

$$a = \frac{2R^2 \text{ sin}^2.\theta}{4R \text{ sin}^2.\theta - Pr^2};$$

$$E = \frac{R \text{ sin. } \theta}{4R \text{ sin}^2.\theta - Pr^2}\sqrt{\left(4R \text{ sin}^2.\theta\,(R-P) + P^2r^2\right)}.$$

*Pour l'hyperbole.*

$$a = \frac{2\,R^2 \sin^2.\theta}{P r^2 - 4\,R \sin^2.\theta};$$

$$E = \frac{R \sin.\theta}{P r^2 - 4\,R \sin^2.\theta} \sqrt{\left(4\,R \sin^2.\theta\,(R-P) + P^2 r^2\right)}.$$

Lors donc qu'au moyen de l'équation (1) du §. 142, on aura conſtaté l'eſpèce de la trajectoire décrite, on déterminera par les équations précédentes, les dimenſions de cette trajectoire, c'eſt-à-dire ſon demi-grand-axe & ſon excentricité. Il s'agit maintenant de déduire le paramêtre de la ſection conique, des circonſtances du mouvement.

*Détermination du paramêtre de la trajectoire décrite, d'après les circonſtances du mouvement.*

(146) Soit

$\rho$ une certaine diſtance donnée d'un corps au centre d'attraction ; nous entendrons le plus ordinairement par $\rho$, le rayon de la ſphère attirante ;

$g$ le nombre de pieds qu'un corps grave parcourt pendant la première ſeconde de ſa chûte, en vertu des impulſions uniformes d'une force centrale variable en raiſon inverſe du quarré des diſtances, lorſque ce corps grave eſt à la diſtance $\rho$ du centre d'attraction.

Si l'on ſuppoſe un autre corps grave à une diſtance R du centre de gravité, & que l'on nomme

$y$ le nombre de pieds que ce corps grave parcourra pendant la première ſeconde de ſa chûte, en vertu des impulſions uniformes de la force centrale qui agit à l'extrêmité du rayon R,

Comme ces eſpaces reſpectifs ſont en raiſon de l'intenſité de la force centrale à l'extrêmité des rayons vecteurs où elle agit, & par conſéquent en raiſon inverſe du quarré des diſtances au centre d'attraction, on aura

$$y = \frac{t^2 \delta}{R^2}.$$

(147) On démontre également en Méchanique que ſi l'on veut comparer les différentes vîteſſes ſucceſſives d'un même corps ſollicité par une force accélératrice conſtante, on a ; *les quarrés des vîteſſes acquiſes ſont comme les eſpaces parcourus.*

(148) On ſçait enfin que dans le mouvement uniformément accéléré, *l'eſpace parcouru dans un tems donné, eſt ſous-double de l'eſpace que le corps auroit parcouru, s'il s'étoit mû uniformément pendant le même tems avec ſa viteſſe finale.*

Appliquons ces principes.

(149) Soit V la vîteſſe d'un corps ; cette vîteſſe ſe meſure par l'eſpace qu'il décriroit d'un mouvement uniforme dans un tems donné, par exemple, dans une ſeconde ;

$h$ la hauteur dont il faudroit que ce corps tombât librement, pour acquérir pendant ſa chûte, en vertu des impulſions uniformes de la force centrale qui agit à la diſtance R du centre d'attraction, une vîteſſe égale à V ;

& conſervons d'ailleurs les définitions de $\delta$ & de $y$ du §. 146.

Puiſque le corps parcourroit l'eſpace $y$ pendant une ſeconde de tems, en vertu des impulſions uniformes de la force centrale qui agit à la diſtance R, ſa vîteſſe acquiſe à la fin de ce premier inſtant ſeroit telle (§. 148) qu'il parcourroit l'eſpace $2y$ pendant une ſeconde, en vertu de cette vîteſſe uniforme ; elle ſera donc

donc exprimée par $2y$; on a donc, en vertu du §. 147, $4y^2 : V^2 :: y : h$; donc

$$(1) \qquad 4hy - V^2 = 0;$$

mais d'ailleurs (§. 146); $y = \frac{\rho^2 \delta}{R^2}$; donc

$$(2) \qquad 4h\rho^2\delta - V^2R^2 = 0.$$

(150) On démontre généralement en Méchanique, que relativement à toutes les trajectoires coniques, *le paramètre de la ſection conique eſt égal à quatre fois la hauteur dont il faudroit que le projectile tombât librement, pour acquérir pendant ſa chûte, en vertu des impulſions uniformes de la force centrale qui agit à l'extrémité du rayon vecteur, ſa viteſſe tangentielle; multipliée par le quarré du ſinus de l'angle de la Tangente avec le rayon vecteur, & diviſée par le quarré du rayon.*

Si donc l'on conſerve les définitions des §. précédens, cette propriété ſera exprimée par $P = \frac{4h \sin^2.\theta}{r^2}$; mais (§. 149) $4h\rho^2\delta - V^2R^2 = 0$; donc

$$P = \frac{V^2R^2 \sin^2.\theta}{r^2\rho^2\delta}.$$

(151) On voit par-là que ſi l'on connoît l'eſpace $\delta$ qu'une force centrale variable en raiſon inverſe du quarré des diſtances, fait décrire à un corps pendant la première ſeconde de ſa chûte, à la diſtance $r$ du centre des forces; que de plus l'on connoiſſe la viteſſe V d'un projectile, lorſqu'il eſt à l'extrémité d'un rayon vecteur R pareillement donné; que l'on connoiſſe enfin l'angle $\theta$ du rayon vecteur avec la tangente; la trajectoire décrite ſera entiérement déterminée. En effet le paramètre ſera connu par l'équation du §. 150; l'eſpèce de la trajectoire ſera déterminée par l'équation (1) du §. 142; l'angle du rayon vecteur avec le grand-axe ſera connu par l'équation (1) du §. 141; on déter-

minera enfin la valeur abſolue du demi-grand axe, & de la diſtance du foyer au centre de la ſection conique, par les équations du §. 145.

(152) Si réciproquement la trajectoire étoit donnée, on trouveroit facilement la vîteſſe du projectile correſpondante aux différens points de ſon orbite. En effet, puiſque par la ſuppoſition la trajectoire eſt donnée, on connoît ſon paramêtre, ſon demi-grand axe, & la diſtance du foyer au centre de la ſection. Si donc l'on prend un certain rayon vecteur à volonté, on déterminera par l'équation (1) du §. 141, l'angle de ce rayon vecteur avec le grand-axe; l'angle du rayon vecteur avec la Tangente ſera connu par les équations (4) (5) & (6) du §. 141; on déterminera enfin la vîteſſe du projectile par l'équation du §. 150.

*Détermination du tems que les différens projectiles emploient à décrire leurs trajectoires entières.*

(153) Je me propoſe de déterminer le tems que les différens projectiles emploient à décrire leurs trajectoires entières. Je remarque d'abord, relativement à cette queſtion, que ſi les trajectoires ſont paraboliques ou hyperboliques, il n'y a rien à chercher; en effet, les branches des trajectoires étant infinies, le tems de la deſcription de ces branches eſt infini comme elles. Il n'en eſt pas de même ſi la trajectoire eſt elliptique; & c'eſt le ſeul cas que je me propoſe d'examiner.

(154) M. Newton a démontré que *ſi pluſieurs corps circulent dans des ellipſes différentes, en vertu d'une force centrale variable ſuivant la raiſon inverſe du quarré des diſtances, les tems des révolutions dans ces différentes ellipſes, ſont comme les racines quarrées du cube des grands axes.* Il ne s'agit donc, pour déterminer le tems abſolu employé à décrire les différentes ellipſes, que de connoître le tems de la révolution dans une certaine ellipſe particulière, dont le grand axe ſoit déterminé, & d'en conclure le tems des révolutions

dans les autres ellipſes, par la comparaiſon des grands-axes. Rien de plus ſimple que d'employer à cet uſage le cercle, dont la deſcription uniforme permet de conclure le tems total de la révolution, par le tems employé à décrire un petit arc. Développons cette idée.

(155) Je ſuppoſe que l'on ait conſtaté que la trajectoire décrite eſt une ellipſe, & que l'on veuille déterminer le tems que le projectile emploiera à décrire l'ellipſe entière. Au moyen des équations du §. 145, je commence par déterminer les quantités $a$ & E; c'eſt-à-dire, le demi-grand axe de la ſection, & la diſtance du foyer au centre. Je cherche enſuite quelle ſeroit la vîteſſe d'un corps qui circuleroit dans un cercle dont le rayon ſeroit égal à $a - E$. Comme, relativement au cercle, le paramêtre eſt égal à deux fois le rayon, & que l'angle de la Tangente avec le rayon vecteur eſt toujours droit; dans l'équation du §. 150, je ſubſtitue $r$ à ſin. $\theta$, $2(a-E)$ à P, $a-E$ à R; & j'ai

$$V = \frac{p\sqrt{(2\delta)}}{\sqrt{(a-E)}}.$$

Soit maintenant

$\frac{2m}{n}$ le rapport de la circonférence du cercle au rayon;

$x$ le nombre de ſecondes que le projectile emploieroit à décrire le cercle;

X le nombre de ſecondes que le projectile emploiera à décrire l'ellipſe dont il s'agit.

Il eſt clair que la circonférence du cercle aura pour expreſſion $\frac{2m}{n}(a-E)$; d'ailleurs, puiſque V meſure l'eſpace que le projectile décriroit dans le cercle pendant une ſeconde de tems, $x : 1 :: \frac{2m}{n}(a-E) : \frac{p\sqrt{(2\delta)}}{\sqrt{(a-E)}}$;

donc $x = \frac{2m}{n} \times \frac{(a-E)^{\frac{1}{2}}}{\rho\sqrt{(2\delta)}}$ ; mais ( §. 154 ) $x : X :: 2^{\frac{1}{2}}(a-E)^{\frac{1}{2}} : 2^{\frac{1}{2}} a^{\frac{1}{2}} :: (a-E)^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{1}{2}}$ ; donc]

$$(1) \qquad X = \frac{2m}{n} \frac{a^{\frac{1}{2}}}{\rho\sqrt{(2\delta)}}.$$

*De la relation entre le nombre de pieds que parcourt un corps grave pendant la première ſeconde de ſa chûte à la ſurface d'une Planète, & le tems de la révolution de ſes ſatellites.*

(156) L'équation (1) du paragraphe précédent fournit un moyen bien facile pour déterminer le nombre de pieds que parcourt un corps grave pendant la première ſeconde de ſa chûte à la ſurface d'une Planète, lorſque l'on connoît le tems de la révolution de ſes ſatellites. Soit en effet,

X le tems total de la révolution d'un ſatellite, exprimé en ſecondes horaires ;

$\rho$ le rayon de la Planète exprimé en pieds ;

$a$ le rayon de la trajectoire du ſatellite, exprimé en pieds ; il n'eſt pas néceſſaire de ſuppoſer cette trajectoire circulaire ; on pourroit la ſuppoſer elliptique ; $a$ ſeroit alors le demi-grand axe de la ſection ;

$\delta$ le nombre de pieds que parcourt un corps grave pendant la première ſeconde de ſa chûte à la ſurface de la Planète ;

$\frac{2m}{n}$ le rapport de la circonférence du cercle au rayon ;

on aura

$$\delta = \frac{2m^2}{n^2} \times \frac{a^3}{X^2\rho^2}.$$

Je ferai uſage de cette équation pour déterminer le

nombre de pieds parcourus par les corps graves, pendant la première seconde de leur chûte, à la surface des Planètes qui ont des satellites.

*Comparaison des masses & des densités des Planetes qui ont des satellites.*

(157) Soit M la masse d'une Planète ;
$\rho$ le rayon de la Planète ;
$\delta$ le nombre de pieds que parcourt un corps grave à la surface de cette Planète, pendant la première seconde de sa chûte.
$M'$ la masse d'une autre Planète ;
$\rho'$ le rayon de cette autre Planète ;
$\delta'$ le nombre de pieds que parcourt un corps grave pendant la première seconde de sa chûte à la surface de cette autre Planète.

Puisque $\delta$, $\delta'$ expriment l'effet produit dans le même tems par la force centrale, à la surface des deux Planètes ; que cet effet est proportionnel à sa cause ; & que l'intensité de la force centrale est égale à la masse du corps attirant divisée par le quarré de la distance au centre des forces ; on a $\delta : \delta' :: \frac{M}{\rho^2} : \frac{M'}{\rho'^2}$ ; donc

$$M : M' :: \rho^2 \delta : \rho'^2 \delta'.$$

Cette équation servira à déterminer le rapport des masses de deux Planètes, lorsque l'on connoîtra le nombre respectif de pieds que parcourt un corps grave à la surface de ces Planètes.

Quant aux densités respectives, elles sont entre elles comme les masses divisées par les volumes ; c'est-à-dire, comme les masses divisées par le cube des rayons ; ou, si l'on veut, comme $\frac{\delta}{\rho}$ est à $\frac{\delta'}{\rho'}$.

*Détermination du tems que les projectiles emploient à décrire les différentes portions de leurs trajectoires.*

(158) La méthode des §. 153 & ſuivans, détermine bien le tems que le projectile emploie à décrire ſa trajectoire entière ; mais ſi l'on vouloit connoître le tems pendant lequel ce projectile décrit les différentes portions de ſa trajectoire, la méthode précédente ne pourroit donner aucune lumière à cet égard. On démontre en général dans la Méchanique, *que les aires parcourues par le rayon vecteur, ſont proportionnelles au tems.* Il ſuit de-là que pour avoir le rapport du tems total de la deſcription de la trajectoire entière au tems employé à décrire une portion particulière de cette trajectoire, il faut connoître le rapport de l'aire totale de la courbe à l'aire correſpondante à la portion décrite de la trajectoire. Nous allons nous occuper de l'expreſſion de cette aire particulière.

(159) Si l'on conſerve les définitions du §. 141, on démontre généralement en Géométrie, que dans toute courbe décrite par rapport à un pôle, l'élément de l'aire de la courbe a pour expreſſion $\frac{R^2\,du}{2r}$ ; mais puiſque les aires parcourues par le rayon vecteur, ſont proportionnelles au tems (§. 158) ;

ſoit

X le nombre de ſecondes que le projectile emploie à décrire les différentes portions de ſa trajectoire ;

on aura

$$LX = \int \frac{R^2\,du}{2r}.$$

L eſt un multiplicateur conſtant qu'il s'agit de déterminer.

(160) Pour déterminer la quantité L ; ſoit un corps

quelconque circulant dans la trajectoire QP, en vertu d'une force centrale variable en raiſon inverſe du quarré des diſtances; S le centre des forces; QS le rayon vecteur; YQR la Tangente à la trajectoire au point Q; SY la perpendiculaire abaiſſée du centre des forces ſur la Tangente; QC le rayon oſculateur au point Q; PQ un arc infiniment petit décrit par le projectile; Q*m* l'eſpace correſpondant parcouru dans la direction du rayon vecteur en vertu de la force centrale; Q*n* l'eſpace correſpondant dans la direction du rayon oſculateur. Fig. VI.

Plus le point P approche du point Q, plus $\frac{PQ \times SY}{2}$ approche d'être égal à l'aire PSQ; & par conſéquent, plus PQ approche d'être égal à $\frac{2 \times \text{l'aire PSQ}}{SY}$.

Par une autre propriété commune à toutes les courbes; plus le point P approche du point Q, plus $PQ^2$ approche d'être égal à $Qn \times 2\,QC$. D'après les conſtructions précédentes, l'angle $Qnm$ eſt droit, & l'angle $Qmn$ eſt égal à l'angle de la Tangente avec le rayon vecteur; donc $Qn : Qm ::$ ſin. (angle Tang. avec le rayon vecteur) : ſin. total $::$ ſin. $\theta : r$. Donc plus le point P approche du point Q, plus PQ approche d'être égal à $\sqrt{\left(2\,QC \times Qm \times \frac{\text{ſin. } \theta}{r}\right)}$, ou plutôt à $\sqrt{\left(2\,QC \times \frac{\text{ſin. } \theta}{r} \times \frac{\rho^2\,\delta}{QS^2}\right)}$, puiſque Q*m* eſt l'eſpace parcouru dans la direction du rayon vecteur en vertu de la force centrale, & que cet eſpace a pour expreſſion (§. 146) $\frac{\rho^2\,\delta}{QS^2} \cdot \frac{2 \times \text{l'aire PSQ}}{SY}$ & $\sqrt{\left(2QC \times \frac{\text{ſin. } \theta}{r} \times \frac{\rho^2\,\delta}{QS^2}\right)}$ ſont donc les limites dont PQ approche à la fois; donc, en vertu de la théorie des limites, il a égalité

Fig. VI. entre $\sqrt{\left(2QC \times \frac{\text{sin. }\theta}{r} \times \frac{\rho^2 \delta}{QS^2}\right)}$ & $\frac{2 \times \text{l'aire PSQ}}{SY}$; les aires parcourues en même tems par différens corps, qui circulent autour du même centre de gravité, ſont donc rigoureuſement égales à $\frac{1}{2} SY \sqrt{\left(2QC \times \frac{\text{sin. }\theta}{r} \times \frac{\rho^2 \delta}{QS^2}\right)}$.

(161) Il eſt facile maintenant d'évaluer la quantité L; en effet, ſi l'on compare les différentes valeurs de L pour les différentes trajectoires, & que pour ne pas confondre ces quantités, l'on nomme L, R, $u$, &c. les valeurs qui appartiennent à une des trajectoires, L', R', $u'$, &c. les valeurs qui appartiennent à l'autre trajectoire; on aura, en ſuppoſant les tems égaux (§. 159);

$$L : L' :: \int \frac{R^2\, du}{2r} : \int \frac{R'^2\, du'}{2r};$$

mais (§. 160)

$$\int \frac{R^2\, du}{2r} : \int \frac{R'^2\, du'}{2r} :: \tfrac{1}{2} SY \sqrt{\left(2QC \times \frac{\text{sin. }\theta}{r} \times \frac{\rho^2 \delta}{QS^2}\right)}$$
$$: \tfrac{1}{2} SY' \sqrt{\left(2QC' \times \frac{\text{sin. }\theta'}{r} \times \frac{\rho^2 \delta}{QS^2}\right)};$$

donc

$$L : L' :: \tfrac{1}{2} SY \sqrt{\left(2QC \times \frac{\text{sin. }\theta}{r} \times \frac{\rho^2 \delta}{QS^2}\right)}$$
$$: \tfrac{1}{2} SY' \sqrt{\left(2QC' \times \frac{\text{sin. }\theta'}{r} \times \frac{\rho^2 \delta}{QS^2}\right)};$$

donc en général

$$L = \tfrac{1}{2} SY \sqrt{\left(2QC \times \frac{\text{sin. }\theta}{r} \times \frac{\rho^2 \delta}{QS^2}\right)}.$$

(162) L'expreſſion de L du §. précédent peut être miſe ſous une forme plus commode. En effet, puiſque L eſt une quantité conſtante, il eſt indifférent de l'évaluer par rapport à un point quelconque, & il eſt naturel de préférer celui qui donnera l'expreſſion la plus ſimple. Evaluons donc cette quantité par rapport

à l'apſide inférieure, où le rayon vecteur eſt perpendiculaire à la Tangente. Dans ce cas, la perpendiculaire abaiſſée du centre des forces ſur la Tangente, eſt évidemment égale au rayon vecteur, d'ailleurs dans toute ſection conique, relativement à ce point le rayon de courbure eſt égal à la moitié du paramêtre; on a donc $SY = QS$, $2QC = P$, ſin. $\theta = r$; donc $L = \frac{1}{2} r \sqrt{P\delta}$; donc Fig. VI.

$$X = \int \frac{R^2\, du}{\rho r \sqrt{P\delta}}.$$

(163) J'ai avancé (§. 150) que relativement à toutes les trajectoires coniques, *le paramêtre de la ſection eſt égal à quatre fois la hauteur dont il faudroit que le projectile tombât librement, pour acquérir pendant ſa chûte, en vertu des impulſions uniformes de la force centrale qui agit à l'extrêmité du rayon vecteur, ſa vîteſſe tangentielle; multipliée par le quarré du ſinus de l'angle de la Tangente avec le rayon vecteur, & diviſée par le quarré du rayon.* On ne ſera peut-être pas fâché de voir comment cette propoſition ſe déduit des conſtructions précédentes.

Soit S le centre des forces; PS, QS deux rayons vecteurs infiniment proches; PQ la Tangente au point P qui approche de ſe confondre avec l'arc PQ; P*m* l'arc décrit du centre S & du rayon SP; & conſervons les définitions de V, $h$, R, P, $\theta$, $\rho$, $\delta$ des §. précédens. Fig. VII.

Puiſque V eſt la vîteſſe ſuivant la Tangente PQ; que PQ*m* eſt égal à l'angle du rayon vecteur avec la Tangente, angle que nous avons nommé $\theta$; $\frac{V \text{ ſin. } \theta}{r}$ ſera la vîteſſe ſuivant P*m*. Dans toute trajectoire, P*m* a pour expreſſion $\frac{R\, du}{r}$; donc puiſque la vîteſſe eſt égale à l'eſpace diviſé par le tems, ſi l'on nomme X le tems, & par conſéquent $dX$ le tems infiniment petit,

Fig. VII. la vîteſſe ſuivant P $m$ ſera égale à $\frac{R\,du}{r\,dX}$ ; mais (§. 162)

$$dX = \frac{R^2\,du}{\rho\, r \sqrt{P\delta}} ;$$

donc $\frac{V \text{ ſin. } \theta}{r} = \frac{R\,du}{R^2\,du} \times \rho \sqrt{P\delta} = \frac{\rho\sqrt{P\delta}}{R}$ ;

donc $V^2 R^2 \text{ ſin}^2.\,\theta = \rho^2 r^2 P \delta$ ;

mais (§. 149 (éq. 2)) $V^2 R^2 = 4h\rho^2\delta$ ; donc

$$P = \frac{4h \text{ ſin}^2.\,\theta}{r^2}.$$

*Remarques ſur l'expreſſion du tems que les projectiles employent à parcourir les différentes portions de leurs trajectoires, relativement aux Problêmes de la Section quatrième.*

(164) Lorſqu'il a été queſtion dans la Section quatrième, de déterminer la durée du tems que la Comète & la Terre ſont à des diſtances reſpectives plus petites qu'une diſtance aſſignée, & les conditions qui rendent cette durée nulle, ou la plus grande poſſible ; j'ai dit que la relation entre les aires ſimultanées décrites par la Comète & la Terre, chacune dans leur orbite, donnoit une équation entre les angles $u$, $u'$ correſpondans. Je n'ai fait qu'indiquer cette équation ſans en donner la forme ; les recherches précédentes nous mettent en état de développer cette idée.

(165) Soit R le rayon vecteur de la Comète ;

$\beta$ la différence en longitude du nœud aſcendant & du périhélie de la Comète ;

$a$ le demi-grand axe de la trajectoire de la Comète ;

E la diſtance du foyer au centre de la trajectoire ;

$u$ l'angle du rayon vecteur de la Comète avec la ligne des nœuds à l'inſtant donné ; cet angle doit être compté ſur le plan de l'orbite de la Comète, en partant du nœud aſcendant ;

T le rayon vecteur de la Terre ;

$\beta'$ la longitude du nœud ascendant de la Comète moins la longitude du périhélie de la Terre ;

$a'$ le demi-grand axe de la trajectoire de la Terre ;

E' la distance du foyer au centre de la trajectoire ;

P' le paramêtre de l'orbite terrestre ;

$u'$ l'angle du rayon vecteur de la Terre avec la ligne des nœuds ; cet angle doit être compté sur l'écliptique, en partant du nœud ascendant de la Comète ;

$r$ le rayon du cercle sur lequel les angles $u, u'$ sont comptés.

Il est évident que l'on a les équations suivantes,

*Pour la Comète.*

$$(1)\quad 2R\left(r+\frac{E}{a}\text{cosin. }(u+\beta)\right)-rP=0.$$

*Pour la Terre.*

$$(2)\quad 2T\left(r+\frac{E'}{a'}\text{cosin. }(u'+\beta')\right)-rP'=0.$$

Maintenant puisque l'on compare des tems écoulés depuis une certaine époque déterminée, la même pour la Terre que pour la Comète ; que d'ailleurs la Terre & la Comète ont toutes deux le Soleil pour centre de leurs mouvemens ; dans l'expression du §. 162, les valeurs de X relatives à la Terre sont égales aux valeurs de X relatives à la Comète ; on a donc

$$\int\frac{R^2\,du}{pr\sqrt{(P\delta)}}=\int\frac{T^2\,du'}{pr\sqrt{(P'\delta)}};$$

si dans cette équation l'on élimine R & T au moyen des équations (1) & (2), on parviendra au résultat suivant ;

$$(3)\quad P^{\frac{1}{2}}\int\frac{du}{\left(r+\frac{E}{a}\text{cos.}(u+\beta)\right)^2}=P'^{\frac{1}{2}}\int\frac{du'}{\left(r+\frac{E'}{a'}\text{cos.}(u'+\beta')\right)^2}.$$

On voit par-là que la ſolution du Problême dépend de la quadrature de deux ſecteurs elliptiques. On ne doit point oublier que chacun des membres de cette équation doit être intégré de maniere que par l'addition des conſtantes ils ſoient nuls à la même époque.

(166) Si l'on ſuppoſe la trajectoire de la Comète, parabolique ; comme dans le cas de la parabole $E = a$, & $P = 4 \times$ diſtance périhélie $= 4D$ ; l'équation (3) du §. précédent deviendra

$$8D^{\frac{1}{2}} r^{\frac{1}{2}} \int \frac{du}{\left(r + \text{cof.}(u+\beta)\right)^2} = P'^{\frac{1}{2}} r^{\frac{1}{2}} \int \frac{du'}{\left(r + \frac{E'}{a'}\text{cof.}(u'+\beta)\right)^2}.$$

Le premier membre s'intégre & a pour intégrale

$$\frac{8}{3} r^{-\frac{1}{2}} \frac{D^{\frac{1}{2}} \text{ſin.}(u+\beta)}{(r+\text{cof.}(u+\beta))^2} \times \left( 2r + \text{cof.}(u+\beta) \right) + C.$$

Quant au ſecond membre, il dépend de la quadrature d'un ſecteur elliptique.

(167) Si l'on ſuppoſe l'orbite de la Terre circulaire, alors $E' = 0$, & $P' = 2T$. Le ſecond membre de l'équation aura pour intégrale $\frac{2\sqrt{2} \times T^{\frac{1}{2}} (u' + \beta' + C')}{r^{\frac{1}{2}}}$ ; & l'on parviendra au réſultat ſuivant.

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{D^{\frac{1}{2}} \text{ſin.}(u+\beta)}{r^{\frac{1}{2}} (r + \text{coſin.}(u+\beta))^2} \times \left( 2r + \text{cof.}(u+\beta) \right) + C - \frac{T^{\frac{1}{2}}}{r^{\frac{1}{2}}} (u' + \beta' + C') = 0.$$

C & C' ſont des conſtantes ajoutées dans l'intégration, afin que chacun des membres de l'équation ſoit nul à la même époque.

(168) Dans l'hypothèſe d'une trajectoire parabolique, ſi l'on part de l'inſtant du paſſage de la Comète par le périhélie, comme dans ce cas, C eſt une quan-

tité nulle, que $P = 4D$, & que $u + \beta$ exprime l'angle traverſé par la Comète depuis ſon paſſage par le périhélie, l'équation du §. 162 conduira au réſultat ſuivant.

$$X = \int \frac{2r D^{\frac{1}{2}} du}{\rho (r + \text{cosin.}(u+\beta))^2 \sqrt{\delta}}$$

$$= \tfrac{2}{3} \times \frac{D^{\frac{1}{2}} \text{ſin.}(u+\beta) \times (2r + \text{cosin.}(u+\beta))}{\rho (r + \text{cosin.}(u+\beta))^2 \sqrt{\delta}}$$

$$= \tfrac{2}{3} \times \frac{D^{\frac{3}{2}} (r - \text{cof.}(u+\beta))^{\frac{1}{2}} \times (2r + \text{cof.}(u+\beta))}{\rho (r + \text{cosin.}(u+\beta))^{\frac{1}{2}} \sqrt{\delta}}.$$

C'eſt la relation entre le tems exprimé en ſecondes horaires, & l'angle traverſé par la Comète depuis ſon paſſage par le périhélie.

Dans cette équation D eſt la diſtance périhélie de la Comète, $\rho$ eſt le demi-diamètre du Soleil, & $\delta$ eſt le nombre de pieds qu'un corps parcourroit à la ſurface du Soleil pendant la première ſeconde de ſa chûte. On ne doit point oublier que les quantités D, $\rho$, $\delta$, doivent être évaluées d'une manière analogue; c'eſt-à-dire que ſi, par exemple, $\delta$ eſt évalué en pieds, D & $\rho$ doivent être évalués en pieds.

*Remarques ſur la Table du mouvement des Comètes.*

(169) On appelle en Aſtronomie, *Table générale du mouvement des Comètes*, la relation entre le tems X & les différentes anomalies $u + \beta$, relativement à la Comète particulière dont la diſtance périhélie eſt égale à la moyenne diſtance de la Terre au Soleil. Cette Comète s'appelle quelquefois *Comète de 109 jours*, attendu qu'elle emploie en 109, 6153 jours à parvenir du périhélie à l'extrêmité du rayon vecteur perpendiculaire au grand-axe de la Parabole; ainſi qu'il eſt aiſé de le vérifier au moyen de l'équation du §. 167, en ſuppoſant dans cette équation $D = \Gamma$, $C = 0$, $C' = 0$, $\beta' = 0$, $u + \beta = 90°$; & en cherchant la

valeur de $u'$ correſpondante. Cette valeur eſt de 108° 2′ 17″, à laquelle répond le tems ci-deſſus. Cette Table a été nommée *Table du mouvement des Comètes*, parce qu'elle repréſente les mouvemens de toutes les Comètes poſſibles. En effet ſi dans deux trajectoires différentes l'on compare les tems correſpondans aux mêmes angles $u + \beta$, comme pour les deux cas $u + \beta$, $r$, $\rho$ & $\delta$ ſont les mêmes, on aura $X : X' :: D^{\frac{3}{2}} : D'^{\frac{3}{2}}$; d'où il ſuit que pour des Comètes qui circulent autour du même centre d'attraction, les tems correſpondans aux mêmes anomalies ſont comme les racines quarrées du cube des grands axes. Il eſt aiſé de voir comment on déduiroit de mes formules, la Table du mouvement des Comètes, déjà calculée par M. Halley & de la Caille. On peut voir auſſi comment on pourroit comparer les tems correſpondans aux mêmes anomalies, quand même les corps circuleroient autour de deux centres d'attraction différens.

(170) Relativement à la Comète dont la diſtance périhélie eſt égale à la moyenne diſtance de la Terre au Soleil, ſi l'on veut que la quantité X du §. 168 exprime des ſecondes horaires, on fera Log. $\frac{2}{3} \frac{D^{\frac{3}{2}}}{\rho \sqrt{\delta}} = 6{,}6753557$. Si l'on veut que X exprime des centièmes de jour, on fera Log. $\frac{2}{3} \frac{D^{\frac{3}{2}}}{\rho \sqrt{\delta}} = 3{,}7388420$.

Si l'on vouloit conſtruire une Table des mouvemens relativement à toute autre Comète. Soit

D la diſtance périhélie de la Comète de 109 jours;

D′ la diſtance périhélie de la nouvelle Comète;

on ajouteroit aux logarithmes précédens la quantité ſuivante,

$\frac{1}{2}$ (Log. D′ — Log. D).

*Détermination de la durée du tems qu'une Comète eſt à des diſtances de l'orbite de la Terre plus petites qu'une quantité donnée, & de l'époque préciſe où la Comète eſt à ces diſtances.*

(171) Il eſt facile de déterminer la durée du tems que les Comètes de 837, 1618, 1680, 1743, 1763 & 1770 ont été à des diſtances de l'orbite de la Terre plus petites qu'un million de lieues. Nous avons vu, en effet (§. 74, 75, 76, 77, 78, 79 & 80) que l'arc décrit par la Comète de 837 dans ſa trajectoire, pendant le tems qu'elle s'eſt approchée de l'écliptique plus près que d'un million de lieues, eſt compris entre 6ſ 29° 54′ 22″ & 6ſ 26° 5′ 2″ ſur l'orbite de la Comète; la longitude du nœud aſcendant étant d'ailleurs dans 6ſ 26° 33′ 0″, & celle du périhélie, dans 9ſ 19° 3′ 0″. Que l'arc décrit dans la même circonſtance par la Comète de 1618, eſt compris entre 8ſ 16° 25′ 25″ & 8ſ 18° 9′ 40″; la longitude du nœud aſcendant étant d'ailleurs dans 2ſ 16° 1′ 0″, & celle du périhélie dans 0ſ 2° 14′ 0″. Que l'arc décrit par la Comète de 1680, eſt compris entre 3ſ 1° 35′ 0″ & 3ſ 1° 50′ 47″; la longitude du nœud aſcendant étant d'ailleurs dans 9ſ 2° 2′ 0″, & celle du périhélie dans 8ſ 22° 39′ 30″. Que l'arc décrit par la Comète de 1743, eſt compris entre 1ſ 13° 37′ 10″ & 1ſ 20° 30′ 14″; la longitude du nœud aſcendant étant d'ailleurs dans 2ſ 8° 10′ 48″, & celle du périhélie dans 3ſ 2° 58′ 4″. Que dans la même circonſtance la Comète de 1763 a décrit deux portions différentes de ſa trajectoire; qu'un des arcs eſt compris entre 11ſ 24° 31′ 8″ & 11ſ 26° 17′ 3″; que l'autre arc eſt compris entre 5ſ 24° 53′ 7″ & 5ſ 26° 35′ 17″; la longitude du nœud aſcendant étant d'ailleurs dans 11ſ 26° 29′ 29″, & celle du périhélie, dans 2ſ 25° 0′ 48″. Qu'il en eſt de même de la Comète de 1770; qu'un des arcs eſt compris entre 2ſ 7° 56′ 41″ & 2ſ 8° 51′ 16″; que l'autre arc eſt compris entre 9ſ 8° 36′ 34″ &

9ſ 11° 41′ 36″ ; la longitude du nœud aſcendant étant d'ailleurs dans 4ſ 19° 39′ 5″ , & celle du périhélie dans 11ſ 25° 27′ 16″. De plus, la Comète de 837 a paſſé par ſon périhélie, le 1 Mars oh 0′ 0″ ; celle de 1618 a paſſé par le périhélie, le 8 Novembre 12h 32′ 0″ ; celle de 1680 a paſſé par ce point de ſon orbite, le 18 Décembre oh 15′ 0″ ; celle de 1743 , le 10 Janvier 21h 24′ 57″ ; celle de 1763, le 1 Novembre 21h 6′ 29″; & enfin celle de 1770 a paſſé par ſon périhélie, le 9 Août oh 16′ 54″. Il s'agit, d'après ces données, de déterminer l'intervalle de tems que ces différentes Comètes ont été à des diſtances de l'écliptique plus petites qu'un million de lieues, & l'époque préciſe où ces Comètes ont été à ces diſtances.

(172) L'équation du §. 168 réſout le premier Problême. En effet ſi l'on ſouſtrait la longitude du périhélie de celle du nœud aſcendant, on connoîtra pour chaque Comète la quantité $\beta$ ; on connoîtra pareillement la diſtance périhélie D. Soit maintenant

$u1$, $u2$ les angles qui terminent l'arc que la Comète décrit dans ſa trajectoire pendant le tems qu'elle eſt à des diſtances de l'écliptique plus petites que la diſtance donnée ; ces angles ſe concluent en ſouſtrayant la longitude du nœud aſcendant des angles déterminés par la formule du §. 70 ;

$dX$ le tems que la Comète eſt à des diſtances de l'écliptique plus petites que la diſtance donnée ;

on aura

$$dX = \frac{2}{3} \times \frac{D^{\frac{3}{2}}}{p\sqrt{p}} \left( \frac{\text{ſin.}(u1+\beta) \times (2r + \text{coſ.}(u1+\beta))}{(r + \text{coſin.}(u1+\beta))^2} - \frac{\text{ſin.}(u2+\beta)\,(2r + \text{coſin.}(u2+\beta))}{(r + \text{coſin.}(u2+\beta))^2} \right).$$

(173) Il eſt également facile de déterminer quelle eſt

eſt préciſément l'époque où la Comète ſe trouve à des diſtances de l'orbite de la Terre plus petites qu'une quantité aſſignée. En effet, puiſque X exprime le tems que la Comète emploie à parvenir du périhélie, à l'angle $u\,2$ extrêmité de l'arc que cet aſtre décrit dans ſa trajectoire, pendant le tems qu'elle eſt à des diſtances de l'orbite de la Terre plus petite qu'une diſtance donnée; on aura pour expreſſion du tems où elle eſt à l'extrêmité de cet arc

$$X = \tfrac{2}{3} \times \frac{D^{\frac{3}{2}} \text{ ſin. } (u\,2 + \beta) \times (2r + \text{ coſin. } (u\,2 + \beta))}{p\,(r + \text{ coſin. } (u\,2 + \beta))^2 \sqrt{p}}.$$

Si maintenant l'on compare ce tems avec celui du paſſage de la Comète par le périhélie, la queſtion ſera réſolue.

Avant de faire uſage de ces formules, on relira ce qui a été dit (§. 101) ſur la manière d'évaluer l'angle $\beta$. On remarquera auſſi que relativement aux Comètes rétrogrades, les angles $u\,1$, $u\,2$, ſe concluent en ſouſtrayant les arcs déterminés §. 70, de la longitude du nœud aſcendant. Nous appellerons $u\,1$ le plus grand de ces angles, & $u\,2$ le plus petit.

*Application des théories précédentes aux Comètes de 837, 1618, 1680, 1743, 1763 & 1770.*

*Comète de 1680.*

(174) Relativement à la Comète de 1680, nous avons vu que l'arc décrit par cette Comète, pendant le tems qu'elle étoit à des diſtances de l'écliptique plus petites qu'un million de lieues, eſt compris entre 3ſ 1° 35′ 0″ & 3ſ 1° 50′ 47″. Que de plus la longitude du nœud aſcendant eſt dans 9ſ 2° 2′ 0″; & celle du périhélie dans 8ſ 22° 39′ 30″; d'ailleurs la diſtance périhélie eſt de 612,5. On a donc $\beta = 9° 22' 30''$; $D = 612,5$; $u\,1 = 15ſ\ 1° 50' 47'' - 9ſ\ 2° 2' 0'' = 5ſ 29° 48' 47'' = 179° 48' 47''$; $u\,1 + \beta = 189° 11' 17''$; $u\,2 = 15ſ\ 1° 35' 0'' - 9ſ\ 2° 2' 0'' = 5ſ\ 29° 33' 0'' = 179° 33' 0''$; $u\,2 + \beta = 188° 55' 30''$.

D'ailleurs le logarithme de la distance périhélie de la Comète de 109 jours = 10,0000000 ; le logarithme de la distance périhélie de la Comète de 1680 = 7,7871061 ; donc $\frac{3}{2}$ (Log. dist. périhélie de la Comète de 1680 — Log. dist. périhélie Comète de 109 jours) = $\frac{3}{2}$ (7,7871061 — 10,0000000) = —3,3193408 ; si donc l'on veut que $d$X exprime des secondes horaires, on fera Log. $\frac{2}{3}\frac{D^{\frac{1}{2}}}{\rho\sqrt{\delta}}$ = 6,6753557 — 3,3193408 = 3,3560149 ; donc dans le cas de la Comète de 1680 $d$X = 200255″ = $2^{\text{jours}}$ $7^{h}$ 37′ 35″ ; la Comète de 1680 a donc été $2^{\text{jours}}$ $7^{h}$ 37′ 35″ à des distances de l'orbite de la Terre plus petites qu'un million de lieues.

Relativement à la même Comète, si l'on vouloit que $d$X exprimât des centièmes de jour, on feroit

Log. $\frac{2}{3}\frac{D^{\frac{1}{2}}}{\rho\sqrt{\delta}}$ = 3,7388420 — 3,3193408 = 0,4195012.

(175) Dans le cas de la Comète de 1680, si l'on veut déterminer pareillement à quelle époque la Comète s'est trouvée à des distances de l'orbite de la Terre, plus petites qu'un million de lieues, on aura X = — 28,13 jours ; = — $28^{\text{jours}}$ $3^{h}$ 7′ 12″ ; d'ailleurs le passage de cette Comète par le périhélie, est arrivé le 18 Décembre à $0^{h}$ 15′ 0″. La Comète a donc commencé à être à des distances de l'orbite de la Terre moindres qu'un million de lieues, le 19 Novembre $21^{h}$ 7′ 48″, & elle a continuée jusqu'au 22 Novembre $4^{h}$ 45′ 23″. Pour que cette Comète eût été effectivement à des distances de la Terre plus petites qu'un million de lieues, il auroit fallu que le milieu de l'espace précédent eût coincidé avec le 25 Décembre ; la Comète a donc passé par le périhélie environ 34 jours trop tôt.

*Comète de 837.*

(176) On trouvera par de ſemblables calculs que la Comète de 837 a été $3^{\text{jours}}\ 19^{h}\ 37'\ 40''$ à des diſtances de l'orbite de la Terre plus petites qu'un million de lieues, depuis le 5 Avril $20^{h}\ 9'\ 56''$, juſqu'au 9 Avril $15^{h}\ 47'\ 16''$. Pour que cette Comète eût pu être effectivement à des diſtances de la Terre plus petites qu'un million de lieues, il auroit fallu que le milieu de l'eſpace précédent eût coincidé avec le 16 Avril. La Comète a donc paſſé environ 9 jours trop tôt par le périhélie. Au reſte on ne doit point oublier que l'exactitude des réſultats eſt ſubordonnée à l'exactitude des élémens.

*Comète de 1618.*

(177) La Comète de 1618 a été $2^{\text{jours}}\ 0^{h}\ 43'\ 12''$ à des diſtances de l'orbite de la Terre plus petites qu'un million de lieues, depuis le 29 Septembre $8^{h}\ 12'\ 48''$, juſqu'au 1 Octobre $8^{h}\ 56'\ 0''$. Pour que cette Comète eût pu être effectivement à des diſtances de la Terre plus petites qu'un million de lieues, il auroit fallu que le milieu de l'eſpace précédent eût coincidé avec le 7 Juin. La Comète a donc paſſé 114 jours trop tard par le périhélie.

*Comète de 1743.*

(178) La Comète de 1743 a été $5^{\text{jours}}\ 9^{h}\ 36'\ 0''$ à des diſtances de l'orbite de la Terre plus petites qu'un million de lieues, depuis le 10 Décembre 1742 $3^{h}\ 39'\ 21''$, juſqu'au 15 Décembre $13^{h}\ 15'\ 21''$ de la même année. Pour que cette Comète eût pu être effectivement à des diſtances de la Terre plus petites qu'un million de lieues, il auroit fallu que le milieu de l'eſpace précédent eût coincidé avec le 9 Novembre. La Comète a donc paſſé plus d'un mois trop tard par le périhélie. Il ne faut pas confondre cette Comète avec la belle Comète de 1744, qui a commencé à paroître vers la fin de 1743.

*Comète de 1763.*

(179) La Comète de 1763 a été deux fois à des distances de l'orbite de la Terre plus petites qu'un million de lieues. Savoir, 1°. $1^{jour}$ 18h 39′ 12″ depuis le 23 Septembre 20h 56′ 5″, jusqu'au 25 Septembre 15h 35′ 17″; 2°. $2^{jours}$ 7h 40′ 48″ depuis le 9 Décembre 18h 28′ 5″, jusqu'au 12 Décembre 2h 8′ 53″. Pour que cette Comète eût pu être effectivement à des distances de la Terre plus petite qu'un millions de lieues, il auroit fallu que le milieu de la première époque eût coincidé avec le 19 Septembre, ou que le milieu de la seconde époque eût coincidé avec le 17 Mars. Cette Comète a donc passé 5 jours trop tard, ou 3 mois $\frac{1}{3}$ trop tôt par le périhélie.

*Comète de 1770.*

(180) La Comète de 1770 a été deux fois à des distances de l'orbite de la Terre plus petites qu'un million de lieues. Savoir 1°. $2^{jours}$ 20h 38′ 24″ depuis le 29 Juin 22h 7′ 18″, jusqu'au 2 Juillet 18h 45′ 42″; 2°. 19h 18′ 32″ depuis le 14 Septembre 2h 49′ 32″, jusqu'au 14 Septembre 22h 8′ 4″. Comme l'arc parcouru par la Comète dans sa trajectoire pendant la première époque, est compris entre 9ſ 8° 36′ 34″ & 9ſ 11° 41′ 36″ sur son orbite; que l'arc correspondant de la trajectoire de la Terre est compris entre 9ſ 8° 37′ 25″ & 9ſ 11° 42′ 27″, & que c'est justement l'arc que la Terre a décrit dans l'intervalle du 30 Juin au 3 Juillet 1770, la Comète de 1770 a réellement approché de la Terre plus près qu'un million de lieues. Le *minimum* de distance a été d'environ 750000 lieues dans la journée du 1 Juillet. Quant à la seconde époque, pour que la Comète eût pu être effectivement à des distances de la Terre plus petites qu'un million de lieues, il auroit fallu que le milieu de cette seconde époque eût coincidé avec le 30 Novembre.

Cette Comète a donc passé deux mois & demi trop tard par le périhélie, relativement à cette dernière époque.

(181) On peut conclure de ces recherches que de toutes les Comètes observées, celle qui a approché le plus près de la Terre, est constamment la Comète de de 1770; le phénomène a eu lieu de nos jours sans qu'il y ait eu la moindre altération dans la nature. On peut remarquer aussi, qu'en général les Comètes qui ont effrayé l'Univers, ne sont pas celles qui ont approché le plus près de la Terre; ce sont celles dont les distances périhélies étant très-petites, ont déployé de longues queues, depuis leur passage par ces points de leurs orbites.

## SECTION SEPTIÈME.

*Des altérations que les orbites peuvent éprouver en vertu des actions réciproques de la Terre & de la Comète.*

(182) JE me propose dans cette Section, de donner une idée des altérations que les actions réciproques de la Terre & de la Comète, peuvent faire éprouver aux orbites. On ne doit pas s'attendre à trouver ici la solution rigoureuse de cette question; il faudroit résoudre le Problême des trois corps dans sa plus grande généralité. Sans donner à la solution cette extrême exactitude, qu'on ne peut obtenir que par des calculs très-compliqués, je ferai usage d'une méthode facile, & qui me paroît suffisante pour donner une idée fort approchée des perturbations que les actions réciproques de la Terre & de la Comète peuvent occasionner dans les orbites.

(183) Pour décomposer la difficulté & rendre le Problême le plus accessible qu'il est possible, je partagerai

cette Section en deux Articles ; dans le premier Article je ſuppoſerai la Maſſe de la Comète infiniment petite relativement à celle de la Terre, & je calculerai dans cette hypothèſe les perturbations qu'éprouve l'orbite de la Comète de la part de la Terre. Dans le ſecond Article, je ſuppoſerai les Maſſes de la Comète & de la Terre comparables entre elles, & je calculerai les perturbations des deux orbites dans cette nouvelle hypothèſe.

---

## *Article Premier.*

### Dans lequel on ſuppoſe la Maſſe de la Comète infiniment petite relativement à celle de la Terre.

*Hypothèſe qui ſert de baſe aux calculs.*

Fig. VIII. (184) Soit F un centre d'attraction dont la ſphère d'activité ne s'étende pas au-delà de la circonférence B T *b t*. Quoique cette ſuppoſition ne ſoit pas rigoureuſement vraie, puiſque l'on ne peut point aſſigner de terme où finiſſe véritablement l'action de la gravité, il eſt aiſé d'apprécier la légitimité de la ſuppoſition. Je ſuppoſe qu'un corps B entre ſuivant la direction B $\beta$, dans la ſphère d'attraction du corps F. Dans tout le tems où il ſe trouve dans cette ſphère d'attraction, je néglige toute autre action qui peut s'exercer d'ailleurs ſoit ſur le corps F, ſoit ſur le corps B ; ou, ſi l'on veut, je ſuppoſe que les corps B & F ſont aſſez peu éloignés l'un de l'autre, pour que l'attraction du Soleil ſur le corps B, par exemple, diffère infiniment peu de l'attraction du Soleil ſur le corps F ; deſorte que ſans l'attraction du corps F, le corps B décriroit d'un mouvement relatif une ligne qui différeroit infiniment peu de la ligne droite. Il s'agit de déterminer dans cette hypo-

thèſe la trajectoire décrite par le corps B autour du centre F d'attraction. Fig. VIII.

(185) Soit T F $t$ la direction du mouvement du corps F dans ſon orbite ; B $\beta$ la direction du mouvement du corps B ; F le point où le corps F ſe trouve dans ſon orbite lorſque le corps B entre dans la ſphère d'attraction. Pour pouvoir regarder le corps F comme immobile ; lorſque le corps B entre dans la ſphère d'attraction du corps F, je ſuppoſe qu'on imprime au corps B un mouvement B K′ égal & parallèle au mouvement du corps F, mais dans une direction oppoſée ; la diagonale B K ſera le mouvement relatif du corps B ; on connoîtra le rayon vecteur F B, l'angle F B K du rayon vecteur avec la Tangente à l'orbite relative, & la vîteſſe tangentielle au point B ; on pourra donc déterminer par les formules des paragraphes précédens, toutes les dimenſions de la trajectoire relative B A $b$ décrite autour du point F comme centre des forces, ſon excentricité, ſon grand-axe, ſon paramêtre, la diſtance A F du foyer à l'apſide, l'angle A F B du premier rayon vecteur avec le grand-axe, &c.

(186) Lorſqu'après avoir parcouru la trajectoire relative B A $b$, le corps B ſe trouvera à l'extrêmité $b$ de la ſphère d'activité du corps F ; pour le dépouiller de la partie de ſon mouvement relatif due au mouvement du corps F, ſoit $b$ L la vîteſſe tangentielle du corps B au point $b$ de la trajectoire relative B A $b$, & par le point $b$ menons la droite $b\,m$ parallèle & égale au mouvement du corps F, mais dans une direction oppoſée ; par la nature des mouvemens compoſés, la droite $b$ L eſt la diagonale du parallélograme $b\,m$ L $n$, dont le côté $m$ L ou $b\,n$ eſt le mouvement vrai du corps B, on pourra donc déterminer ce mouvement vrai.

L'application de ces principes développera les préceptes que je n'ai fait qu'indiquer. Je choiſirai pour

Exemple une Comète qui auroit les élémens ſuivans,

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Nœud aſcendant ..... | 3ſ | 19° | 20′ | 6″ |
| Nœud deſcendant ..... | 9 | 19 | 20 | 6 |
| Périhélie ..... | 0 | 13 | 1 | 4 |
| Inclinaiſon de l'orbite ..... | 53 | 54 | 20 | |

Diſtance périhélie ..... 56418.
Sens du mouvement ..., rétrograde.

*Examen de la légitimité de l'hypothèſe précédente ; & détermination du rayon que l'on peut donner à la ſphère d'attraction de la Terre.*

(187) Je vais faire voir maintenant que dans le calcul des perturbations des orbites comètaires par l'action de la Terre, lorſque les Comètes approchent fort près de notre globe, on peut ſuppoſer ſans erreur ſenſible à la Comète & à la Terre, une ſphère d'attraction d'une étendue limitée ; de ſorte que lorſque la Comète & la Terre ne ſont point engagées dans cette ſphère, elles n'éprouvent que l'action du Soleil, mais quand une fois elles y ſont entrées, elles ſe meuvent l'une autour de l'autre comme ſi le Soleil n'agiſſoit point ſur elles.

Pour le démontrer, je ſuppoſerai les Maſſes de la Terre & de la Comète infiniment petites par rapport à celle du Soleil ; cette ſuppoſition n'eſt point fort éloignée de la vérité, puiſque la Maſſe du Soleil eſt environ 365412 fois plus grande que celle de la Terre, & que l'on peut probablement faire la même ſuppoſition pour la Maſſe de la Comète qui n'eſt point connue.

Fig. IX. (188) Soit T la Terre, S le Soleil, C la Comète ; je prendrai les mêmes lettres pour exprimer leurs Maſſes reſpectives. D'après cette conſtruction la diſtance du Soleil à la Terre ſera égale à S T, la diſtance du Soleil à la Comète ſera égale à S C, & la diſtance de la Terre à la Comète ſera égale à T C ; l'action du Soleil ſur la

Comète ſera donc exprimée par $\frac{S}{SC^2}$, & celle de la Fig. IX.
Terre ſur la Comète ſera exprimée par $\frac{T}{TC^2}$ ; or T étant par la ſuppoſition infiniment petit par rapport à S, on voit que tant que TC eſt fini, on peut conſidérer la Comète comme n'éprouvant que l'action du Soleil. On ne doit donc avoir égard à l'action de la Terre que lorſque TC étant infiniment petit, $\frac{T}{TC^2}$ eſt comparable à $\frac{S}{SC^2}$ ; donc 1°. on ne doit ſuppoſer à la Terre & à la Comète qu'une ſphère d'attraction d'une étendue infiniment limitée.

Maintenant dans le cas où TC eſt infiniment petit, je décompoſe l'action du Soleil ſur la Comète, ſuivant deux directions, dont la première eſt parallèle & égale à la force que le Soleil exerce ſur la Terre. Il eſt viſible que cette force ne troublera point les mouvemens relatifs de la Terre & de la Comète qui réſultent de leur action réciproque ; mais ces mouvemens ſeront troublés par la ſeconde force. Cherchons conſéquemment l'expreſſion de celle-ci. Pour y parvenir, je nomme $r$ le ſinus total, $\Omega$ l'angle CST du rayon vecteur SC mené de la Comète au Soleil, avec le rayon vecteur ST mené de la Terre au Soleil, $\Omega'$ l'angle CTK formé à la Terre. J'obſerve que TC étant infiniment petit, $\Omega$ doit pareillement l'être. Je repréſente par SM la force $\frac{S}{SC^2}$ qu'exerce le Soleil ſur la Comète, & par SN la force $\frac{S}{ST^2}$ qu'il exerce ſur la Terre. Si l'on décompoſe SM ſuivant deux directions, la première égale & parallèle à SN, & la ſeconde repréſentée par MN ; MN exprimera la force

Fig. IX. perturbatrice du Soleil pour troubler les mouvemens relatifs de la Terre & de la Comète ; il s'agit donc d'avoir l'expreſſion de MN. Pour y parvenir du point M abaiſſons ſur SN la perpendiculaire MQ ; d'après les conſtructions précédentes, on aura

$$MQ = \frac{S}{SC^2} \times \frac{\text{ſin. } \Omega}{r} \text{ ; \&}$$

$$QN = \frac{S}{ST^2} - \frac{S}{SC^2} = S\left(\frac{SC^2 - ST^2}{ST^2 \times SC^2}\right)$$

$$= \frac{S}{ST^2 \times SC^2} \times \left(ST^2 + \frac{2ST \times TC \times \text{coſin. } \Omega'}{r} + \text{\&c.} - ST^2\right)$$

$$= \frac{S}{SC^2} \times \frac{2TC \text{ coſin. } \Omega'}{ST \times r},$$

attendu que l'on peut négliger le quarré de TC ; donc

$$MN = \frac{S}{SC^2} \times \sqrt{\left(\frac{\text{ſin}^2. \Omega}{r^2} + \frac{4TC^2 \text{ coſin}^2. \Omega'}{ST^2 \times r^2}\right)}$$

$$= \frac{S}{ST^2 + 2ST \times \frac{TC \text{ coſin. } \Omega'}{r}}$$

$$\times \sqrt{\left(\frac{\text{ſin}^2. \Omega}{r^2} + \frac{4TC^2 \times \text{coſin}^2. \Omega'}{ST^2 \times r^2}\right)}$$

$$= \frac{S}{ST^2} \sqrt{\left(\frac{\text{ſin}^2. \Omega}{r^2} + \frac{4TC^2 \times \text{coſin}^2. \Omega'}{ST^2 \times r^2}\right)},$$

en négligeant dans le dénominateur de la fraction, la quantité $\frac{2ST \times TC \text{ coſin. } \Omega'}{r}$ infiniment petite relativement à $ST^2$.

(189) Dans la ſuppoſition que $\Omega$ & TC ſont infiniment petits, la force précedente eſt évidemment infiniment petite ; mais (§. 188) la Terre n'exerce ſur la Comète une action finie que lorſque T & $\Omega$ ſont infiniment petits ; donc lorſque la Terre exerce ſur la Comète une action finie, l'action du Soleil ne peut troubler les mouvemens relatifs de la Comète & de la Terre ;

l'hypothèſe du §. 184 ſeroit donc exacte dans la ſuppoſition que la Comète & la Terre euſſent réellement une Maſſe infiniment petite, relativement au Soleil; donc cette ſuppoſition eſt à-très-peu-près exacte dans la nature, attendu la très-grande différence entre la Maſſe du Soleil & celle de la Terre. Fig. IX.

(190) On peut même faire varier aſſez conſidérablement l'étendue de la ſphère d'attraction de la Terre, ſans que cela trouble les réſultats du calcul, ce qui eſt fort remarquable. Il y a cependant des limites au-delà deſquelles on ne peut l'étendre. Si on lui donne par exemple trop d'étendue, il eſt à craindre que la force $\frac{S}{S T^2}\sqrt{\left(\frac{4 T C^2 \cos^2.\Omega'}{S T^2 \times r^2} + \frac{\sin^2.\Omega}{r^2}\right)}$ que l'on néglige, ne devienne trop conſidérable; & ſi on lui en donne trop peu, il eſt à craindre que la force $\frac{T}{T C^2}$ que l'on néglige, tant que la Comète n'eſt point engagée dans la ſphère d'activité de la Terre, ne ſoit cependant pas dans le cas d'être négligée. La limite de la ſphère d'activité de la Terre doit donc être telle qu'au-delà de cette limite, $\frac{T}{T C^2}$ ſoit conſidérablement moindre que $\frac{S}{S T^2}$; & qu'en-deçà $\frac{T}{T C^2}$ ſoit conſidérablement plus grand que la plus grande valeur de $\frac{S}{S T^2}\sqrt{\left(\frac{4 T C^2 \cos^2.\Omega'}{S T^2 \times r^2} + \frac{\sin^2.\Omega}{r^2}\right)}$ c'eſt-à-dire que $\frac{2 S \times T C}{S T^3}$; d'où il ſemble que la limite la plus naturelle que l'on puiſſe choiſir, eſt celle dans laquelle $\frac{T}{T C^2}$ ſeroit moyenne proportionnelle géométrique entre $\frac{S}{S T^2}$ & $\frac{2 S \times T C}{S T^3}$; on a donc

$$T C = S T \sqrt[3]{\frac{T^2}{2 S^2}}.$$

(191) Si l'on ſuppoſe la parallaxe du Soleil de 8″ 55, le rapport de 360° à 8″, 55 exprimera le nombre de fois que le rayon de la Terre eſt contenu dans la circonférence de l'orbite terreſtre ; ſi donc l'on multiplie ce nombre par le rapport du rayon à la circonférence du cercle, on aura le nombre de fois que le demi-diamètre de la Terre eſt contenu dans le rayon de l'orbite terreſtre ; la diſtance de la Terre au Soleil évaluée en demi-diamètres terreſtres eſt donc de 24125 demi-diamètres de la Terre. Dans l'équation du §. précédent nous ferons ST = 24125 ; d'ailleurs la Maſſe du Soleil eſt à la Maſſe de la Terre à-peu-près comme 365412 eſt à 1 ; donc T = 1, S = 365412 ; donc TC = 125,07 demi-diamètres terreſtres.

(192) Pour démontrer de plus en plus la légitimité de l'hypothèſe précédente, appliquons le calcul au cas dont il s'agit. La diſtance de la Terre au Soleil étant de 24125 demi-diamètres de la Terre ; 125,07 demi-diamètres terreſtres ſont la cent quatre-vingt-treizième partie de la diſtance de la Terre au Soleil ; ſuppoſons donc une Comète qui entre dans la ſphère d'attraction de la Terre & dont la vîteſſe relative ſoit la plus petite poſſible. Cette vîteſſe pour une ſeconde de tems ne peut être plus petite que de 0,0082475 parties telles que la moyenne diſtance de la Terre au Soleil en contient 100000 ; c'eſt le cas d'une Comète directe dont le mouvement vrai ſeroit parallèle à celui de la Terre, & dont par conſéquent le mouvement relatif ſeroit égal à la différence des mouvemens vrais de la Terre & de la Comète ; ce mouvement réduit en pieds ſeroit de 39025 pieds par ſeconde de tems. Suppoſons d'ailleurs les actions du Soleil ſur la Terre & ſur la Comète, les plus différentes qu'il eſt poſſible. Les diſtances reſpectives de la Terre & du Soleil à la Comète, ſont par la ſuppoſition 1 & 193—1 ; les Maſſes de la Terre & du Soleil ſont 1 & 365412. L'action du Soleil ſur la

Comète étant exprimée par $\frac{365412}{(193-1)^2}$, celle du Soleil ſur la Terre ſera exprimée par $\frac{365412}{(193)^2}$; celle de la Terre ſur la Comète par 1; & la différence des actions du Soleil ſur la Terre & ſur la Comète, par $\frac{365412\,((193)^2-(193-1)^2)}{(193)^2\times(193-1)^2} = 0,\ 10245$. A la ſurface de la Terre un corps grave parcourt 15, 098 pieds dans la première ſeconde de ſa chûte. Je fais abſtraction de l'inégalité de cette chûte relativement aux différens parallèles terreſtres; je néglige pareillement la petite correction qu'il faudroit faire à ce réſultat relativement à la force centrifuge due au mouvement de rotation, pour avoir uniquement l'effet de la force centrale. Donc à la diſtance de 125 demi-diamètres, un corps grave parcourroit 0, 1390 lignes dans la première ſeconde de ſa chûte; & comme nous avons vu précédemment que la force perturbatrice du Soleil pour troubler la trajectoire relative, eſt à l'attraction de la Terre ſur la Comète comme 0, 10245 eſt à 1, la force perturbatrice du Soleil n'eſt dans les points les plus défavorables de la ſphère d'attraction, que de 0, 0139 lignes par ſeconde de tems, ſur une vîteſſe de 39025 pieds; il eſt donc évident que l'on peut la négliger. On pourroit même, ſi l'on vouloit, augmenter un peu le rayon d'activité de la Terre, conformément à la remarque du §. 190; mais nous nous en tiendrons à la détermination précédente.

(193) Je me ſuis confirmé dans les idées que je viens de développer par la remarque ſuivante. La diſtance de la Lune à la Terre eſt d'environ 60 demi-diamètres terreſtres. L'étendue que je ſuppoſe à la ſphère d'attraction de la Terre, eſt de 125 demi-diamètres terreſtres; ce rayon eſt donc au rayon de l'orbite lunaire comme 125 eſt à 60; il eſt un peu plus du

doublé. Dans les cas les plus ſinguliers, une Comète pourroit à peine être engagée pendant 34 heures dans cette ſphère d'attraction ; le calcul appliqué à la trajectoire de la Lune conſidérée comme elliptique, donne une trajectoire approchée qui repréſente aſſez bien ſes mouvemens, pour un petit intervalle de tems tel qu'un jour ; la vîteſſe de la Comète eſt infiniment plus grande que celle de la Lune, il ne s'agit pas d'un corps qui reſte dans cette ſphère d'attraction, mais d'un corps qui ne fait qu'y paſſer rapidement ; je croirois donc que les réſultats doivent être auſſi conformes à la vérité, que le ſeroit le calcul du mouvement de la Lune dans l'orbite elliptique, en prenant les dimenſions de l'orbite, qui ont lieu dans les circonſtances pour leſquelles on calcule. L'analyſe & l'expérience me paroiſſent donc confirmer également la légitimité de l'hypothèſe dont nous ſommes parti.

*Remarque ſur la Comète de 1770.*

(194) A l'occaſion des derniers calculs je ne puis me refuſer à une remarque ſur la Comète de 1770. On ſait que cette Comète a paſſé à environ 750000 lieues de la Terre. Les Aſtronomes qui ont calculé ſon orbite, ont eu beaucoup de peine à faire cadrer les deux branches qu'elle a parcourues avant & après ſa plus grande proximité de notre globe. On pourroit être tenté de croire que cela viendroit d'un petit dérangement dans ſes élémens occaſionné par cette proximité ; je ne ſçai cependant ſi cette concluſion eſt fondée. Je remarque d'abord que la diſtance de 750000 lieues contient 523, 5 demi-diamètres terreſtres. Cette Comète a donc réellement paſſé à une diſtance de la Terre, quadruple du rayon que nous avons donné à la ſphère d'activité de la Terre. Cette première remarque me paroît exclure toute idée d'altération ſenſible dans les élémens de la Comète, de la part de la Terre. Si l'on avoit quelque doute à ce

ſujet, les réflexions ſuivantes pourroient les diſſiper. A la diſtance de 523, 5 demi-diamètres terreſtres, l'action de la Terre ſur la Comète n'eſt que de 0, 0074 lignes par ſeconde de tems. Eſt-il naturel de penſer qu'une action auſſi infiniment petite, continuée pendant un intervalle de tems aſſez court, ait pu produire un effet ſenſible dans les mouvemens de la Comète, dont la vîteſſe relative étoit d'ailleurs très-conſidérable, & beaucoup plus grande que 39025 pieds par ſeconde. Je croirois donc que la difficulté dont je viens de parler tiendroit plutôt à une parallaxe dans les lieux obſervés, dont il auroit fallu peut-être tenir compte. Peut-être auſſi auroit-il fallu calculer cette Comète dans l'ellipſe ?

*Du tems ou la Comète s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre.*

(195) Après avoir déterminé le rayon que l'on peut ſuppoſer à la ſphère d'attraction de la Terre, il faut calculer le tems où la Comète s'engage dans cette ſphère d'attraction. Ce Problême ſe réſout facilement par la méthode du §. 86 ; en effet j'ai donné dans ce paragraphe une formule pour déterminer l'inſtant où la Comète & la Terre ſont à une diſtance reſpective aſſignée. Il ne s'agit donc que de ſuppoſer à la quantité $\Delta$, une valeur égale au rayon de la ſphère d'attraction de la Terre ; & de chercher la valeur de $x$ correſpondante. Il eſt ſuperflu d'avertir que l'on doit choiſir pour époque des mouvemens, un inſtant voiſin de celui où l'on ſçait d'avance par un premier calcul fait dans les véritables orbites (§. 63) que la Comète & la Terre ne doivent pas être à une diſtance fort différente de la diſtance donnée. On pourroit choiſir de préférence, l'inſtant, où ſans l'action de la Terre ſur la Comète, ces deux Aſtres euſſent été à leur plus petite diſtance ; on pourroit choiſir auſſi l'inſtant où la Comète eût traverſé l'écliptique.

(196) Dans le cas de la Comète du §. 186, puiſque nous ſuppoſons que la Comète & la Terre ſe rencontrent dans le nœud, & que d'ailleurs l'orbite de la Terre eſt perpendiculaire à la ligne des nœuds, on a $R = T$, $b = 0$, $b' = 0$, $A = 0$, ſin. $b = 0$, coſin. $b = r$, ſin. $b' = 0$, coſin. $b' = r$, ſin. $A = 0$, coſin. $A = r$. Nous avons vu (§. 100) que $\nu$ contient 0,0199111 parties telles que la moyenne diſtance de la Terre au Soleil en contient 100000, & que $\nu'$ contient 0,0281586 de ces parties; donc puiſque $\Delta$ eſt la cent quatre-vingt-treizième partie de la diſtance de la Terre au Soleil; on aura (§. 86) $R = 100000$; $T = 100000$; $\Delta = 518,135$; $\nu = 0,0199111$; $\nu' = 0,0281586$; d'ailleurs $I = 126° 5' 40''$; coſin. $I =$ coſin. $126° 5' 40''$; on trouvera de plus par la formule du §. 98, que $A' = 318° 9' 31''$; coſin. $A' =$ coſin. $318° 9' 31''$. Donc §. 92, $Mr = 168,1511$; $S = 0$; $Q^2 = -1596,6$; $x = -12636''$. La Comète s'engageroit donc dans la ſphère d'attraction de la Terre, $3^h 30' 36''$ avant ſon paſſage par le nœud.

*Détermination de la quantité du mouvement relatif de la Comète, à l'inſtant où elle s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre.*

(197) Pour tranſporter à la Comète le mouvement de la Terre, il faut déterminer la quantité de ſon mouvement relatif, à l'inſtant où elle s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre. Pour y parvenir, on ſe rappellera les conſtructions du §. 84, qu'il eſt eſſentiel de relire.

Si l'on donne à $b$, $b'$, $\nu$, $\nu'$, $x$, I, $r$, A, A', $\Delta$, les mêmes définitions que dans ce paragraphe, & que l'on veuille décompoſer les mouvemens ſimultanés de la Terre & de la Comète, en les rapportant à trois co-ordonnées perpendiculaires entre elles, la ligne des nœuds, la perpendiculaire à la ligne des nœuds menée ſur le plan

de

de l'écliptique, & une ligne perpendiculaire au plan de l'écliptique; on aura pour les mouvemens ſimultanés de la Terre & de la Comète correſpondans à un nombre $x$ de ſecondes horaires (§. 84);

*Mouvemens dans le ſens de la ligne des nœuds.*

$$\text{Comète} = \frac{n' x \text{ ſin. } A'}{r} ; \text{ Terre} = \frac{n x \text{ ſin. } A}{r}.$$

*Mouvemens dans la direction de la perpendiculaire à la ligne des nœuds menée ſur le plan de l'écliptique.*

$$\text{Comète} = \frac{n' x \text{ coſin. } A' \text{ coſin. } I}{r^2} ; \text{ Terre} = \frac{n x \text{ coſin. } A}{r}.$$

*Mouvemens dans la direction de la perpendiculaire au plan de l'écliptique.*

$$\text{Comète} = \frac{n' x \text{ coſin. } A' \text{ ſin. } I}{r^2} ; \text{ Terre} = 0.$$

Si donc l'on ſuppoſe la Terre immobile, & que l'on tranſporte à la Comète le mouvement de la Terre, en lui donnant un ſigne contraire au mouvement de la Terre, on aura

Mouvement relatif de la Comète dans le ſens de la ligne des nœuds

$$= \frac{n' x \text{ ſin. } A'}{r} - \frac{n x \text{ ſin. } A}{r} ;$$

Mouvement relatif de la Comète ſuivant la perpendiculaire à la ligne des nœuds

$$= \frac{n' x \text{ coſin. } A' \text{ coſin. } I}{r^2} - \frac{n x \text{ coſin. } A}{r} ;$$

Mouvement relatif de la Comète ſuivant la perpendiculaire au plan de l'écliptique

$$= \frac{n' x \text{ coſin. } A' \text{ ſin. } I}{r^2} ;$$

I

donc

Mouvement relatif de la Comète dans l'eſpace

$$= x\sqrt{\left(n'^2 + n^2 - 2n'n\left(\frac{\text{ſin. A' ſin. A}}{r^2} + \frac{\text{cof. A' cof. A cof. I}}{r^3}\right)\right)}.$$

Soit maintenant

$n''$ le mouvement relatif de la Comète dans l'eſpace, correſpondant à une ſeconde horaire;

comme dans ce cas $x = 1$, on aura

$$n'' = \sqrt{\left(n'^2 + n^2 - 2n'n\left(\frac{\text{ſin. A' ſin. A}}{r^2} + \frac{\text{cof. A' cof. A cof. I}}{r^3}\right)\right)}.$$

Dans l'eſpèce de la Comète du §. 186; on a $n'' = 0,0410062$.

*Détermination de l'angle du rayon vecteur menée de la Terre à la Comète, avec la Tangente à la trajectoire relative, à l'inſtant où la Comète s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre.*

(198) Nous venons de déterminer la quantité du mouvement relatif de la Comète, à l'inſtant où elle s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre; nous connoiſſons de plus (§. 191) le rayon vecteur correſpondant à cet inſtant, puiſqu'il eſt égal au rayon de la ſphère d'attraction de la Terre. Il faut déterminer pour le même inſtant, l'angle de ce rayon vecteur particulier avec la Tangente à la trajectoire relative.

(199) Nous remarquerons d'abord que par la nature de la queſtion, relativement aux mouvemens relatifs toutes les circonſtances ſont les mêmes que dans l'hypothèſe ordinaire d'un projectile circulant autour d'un centre d'attraction fixe & immobile; le plan des mouvemens relatifs ſe meut donc d'un mouvement uniforme avec la Terre, en gardant toujours le même paralléliſme; & ſa poſition eſt déterminée par celle du rayon vecteur & de la Tangente à l'orbite relative, à l'inſtant où la Comète s'engage dans la ſphère

d'attraction de la Terre. A ce moment nous connoiſſons le rayon vecteur ; il eſt égal au rayon de la ſphère d'attraction de la Terre ; par l'extrêmité de ce rayon vecteur ſuppoſons menée la Tangente dont il s'agit de déterminer la poſition.

Soit

$\gamma$ ce rayon vecteur égal au rayon de la ſphère d'attraction de la Terre ;

$v$ l'angle cherché de ce rayon vecteur avec la Tangente à l'orbite relative.

En vertu des conſtructions précédentes, on connoît (§. 195) la diſtance du moment où la Comète s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre, à l'inſtant que l'on a pris pour l'époque des mouvemens dans les orbites rectilignes non altérées. Nommons $x$ ce tems exprimé en ſecondes horaires ; on aura évidemment $\nu'' x$ pour l'expreſſion de l'eſpace parcouru pendant le même tems dans la trajectoire rectiligne compoſée, c'eſt-à-dire dans la trajectoire rectiligne relative qui auroit lieu, ſi l'attraction de la Terre n'agiſſoit point ſur la Comète. De plus, ſi dans l'expreſſion de $\Delta$ du §. 84 l'on ſuppoſe $x = 0$ ; on aura la diſtance de la Comète à la Terre, qui auroit eu lieu dans la trajectoire rectiligne relative, à l'inſtant que l'on a pris pour époque des mouvemens, ſi l'attraction de la Terre n'eût point agi ſur la Comète.

Soit

$r$ cette diſtance ;

on aura (§. 84)

$$r = \sqrt{\left(R^2 + T^2 - 2TR\left(\frac{\text{ſin. } b \text{ ſin. } b' \text{ cof. } I}{r^3} + \frac{\text{cof. } b \text{ cof. } b'}{r^2}\right)\right)}.$$

& comme les quantités $r$, $\gamma$, $\nu'' x$, ſont les côtés d'un triangle rectiligne, dont l'angle $v$ eſt oppoſé au côté $r$ ; on aura (trigonométrie rectiligne)

$$\text{cofin. } v = \frac{r(\nu''^2 x^2 + \gamma^2 - r^2)}{2\gamma\nu'' x}.$$

(200) Dans l'exemple de la Comète du §. 186, $T = R$; $b = 0$, $b' = 0$; ſin. $b = 0$, coſin. $b = r$; ſin. $b' = 0$, coſin. $b' = r$; donc $I = 0$; d'ailleurs (§. 196 & 197) $\gamma = \gamma'' x$; donc $v = 180°$. L'angle du rayon vecteur avec la direction du mouvement relatif, à l'inſtant où la Comète s'engageroit dans la ſphère d'attraction de la Terre, eſt donc de 180°; & la Comète parcourroit ſon rayon vecteur d'un mouvement accéléré.

*Détermination du plan dans lequel eſt ſituée la trajectoire relative de la Comète; & de l'angle du premier rayon vecteur à la trajectoire relative, avec l'interſection du plan des mouvemens relatifs & de l'écliptique.*

(201) Puiſque le plan dans lequel eſt ſituée la trajectoire relative de la Comète, garde toujours ſon paralléliſme; ſi pour un certain inſtant, l'on connoît la ſituation de ce plan, relativement à une droite donnée, cette poſition ſera connue pour tout le tems du mouvement. On peut choiſir pour terme de comparaiſon la perpendiculaire mobile à la ligne des nœuds menée par le centre mobile de la Terre ſur le plan de l'écliptique; & comme le plan eſt toujours parallèle quoique mobile, il ſuffira de déterminer pour un inſtant quelconque l'angle de ſon interſection mobile, avec cette perpendiculaire mobile à la ligne des nœuds, ainſi que ſon inclinaiſon ſur le plan de l'écliptique.

(202) Par la nature de la queſtion, on voit *à priori* que le plan de la trajectoire relative n'eſt pas différent de celui dans lequel les mouvemens ſe paſſeroient, ſi les orbites relatives n'étoient point troublées. En effet l'action ſeule de la Terre trouble l'orbite relative de la Comète; & comme cette action s'exerce entiérement dans le plan des mouvemens relatifs, l'orbite relative de la Comète, quelqu'altération qu'elle ſubiſſe d'ailleurs, ne change pas de plan. On pourra donc connoître l'interſection mobile du plan de l'orbite troublée, & ſon inclinaiſon ſur l'écliptique, par la détermina-

tion de ces mêmes élémens dans l'hypothèse de l'orbite non troublée.

(203) Il est facile de déterminer l'angle de l'intersection des plans des mouvemens relatifs & de l'écliptique, avec la perpendiculaire à la ligne des nœuds, dans l'hypothèse de l'orbite rectiligne non troublée. En effet cet angle est égal à l'angle de la perpendiculaire à la ligne des nœuds, avec le rayon vecteur particulier qui auroit eû lieu lorsque la Comète eût traversé l'écliptique. Or, dans ce cas, puisque la distance perpendiculaire de la Comète au plan de l'écliptique, est nulle; on auroit eû (§. 84)

$$R \text{ sin. } b' + \nu' x \text{ cosin. } A' = 0.$$

On déterminera donc la quantité $x$ qui convient à cet instant. Soit maintenant

$\omega$ l'angle de ce rayon vecteur particulier avec la perpendiculaire à la ligne des nœuds;

comme en général la distance de la Comète à la Terre dans le sens perpendiculaire à la ligne des nœuds menée sur l'écliptique, est exprimée (§. 84) par

$$\left(\frac{R \text{ sin. } b'}{r} + \frac{\nu' x \text{ cosin. } A'}{r}\right) \times \frac{\text{cosin. I}}{r} - \frac{T \text{ sin. } b}{r} - \frac{\nu x \text{ cosin. A}}{r};$$

& que la distance dans le sens de la ligne de nœuds est exprimée par

$$\frac{R \text{ cosin. } b'}{r} - \frac{\nu' x \text{ sin. } A'}{r} - \frac{T \text{ cosin. } b}{r} + \frac{\nu x \text{ sin. A}}{r};$$

que de plus dans le cas particulier dont il s'agit,

$$R \text{ sin. } b' + \nu' x \text{ cosin. } A' = 0;$$

on aura

$$\text{Tang. } \omega = -\frac{r(R \text{ cos. } b'' - \nu' x \text{ sin. } A' - T \text{ cos. } b + \nu x \text{ sin. A})}{T \text{ sin. } b + \nu x \text{ cosin. A}};$$

$x$ étant d'ailleurs déterminée par l'équation

$$R \text{ sin. } b' + \nu' x \text{ cosin. } A' = 0;$$

c'est l'expression de l'angle de l'intersection des plans

des mouvemens relatifs & de l'écliptique, avec la perpendiculaire à la ligne des nœuds.

(204) Si l'on nomme

$r'$ le rayon vecteur particulier qui auroit eû lieu lorſque la Comète eût traverſé l'écliptique ;

puiſqu'en général la diſtance de la Comète à la Terre, dans le ſens de la perpendiculaire à la ligne des nœuds,

$$= \left(\frac{\text{R ſin. } b'}{r} + \frac{\nu' x \text{ coſin. A}'}{r}\right) \times \frac{\text{coſ. I}}{r} - \frac{\text{T ſin. } b}{r} - \frac{\nu x \text{ coſ. A}}{r} ;$$

& que d'ailleurs dans le cas dont il s'agit,

$$\text{R ſin. } b' + \nu' x \text{ coſin. A}' = 0 ;$$

on aura

$$r' = \frac{\text{T ſin. } b + \nu x \text{ coſin. A}}{\text{coſin. } \omega}.$$

(205) Pour déterminer l'inclinaiſon du plan ſur l'écliptique, je conſidère le moment où la Comète s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre ; & de chacun des points de ſon rayon vecteur pour cet inſtant, rayon égal au rayon de la ſphère d'attraction de la Terre, j'abaiſſe des perpendiculaires ſur l'écliptique. En général (§. 84) la diſtance de la Comète au plan de l'écliptique pour un inſtant quelconque, a pour expreſſion

$$\left(\frac{\text{R ſin. } b'}{r} + \frac{\nu' x \text{ coſin. A}'}{r}\right) \times \frac{\text{ſin. I}}{r}.$$

Si donc l'on ſubſtitue dans cette expreſſion la valeur particulière de $x$ déterminée §. 195, on aura la diſtance perpendiculaire de la Comète au plan de l'écliptique à l'inſtant où elle s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre. Soit maintenant

$\gamma$ le rayon de la ſphère d'attraction de la Terre ;

$\gamma'$ la projection de ce rayon ſur le plan de l'écliptique.

Comme $\gamma'$ eſt le coté d'un triangle rectangle, dont $\gamma$ eſt

l'hypothénuſe, & $\left(\frac{R \text{ ſin. } b'}{r} + \frac{x' x \text{ coſin. } A'}{r}\right) \times \frac{\text{ſin. } I}{r}$ eſt l'autre côté; on aura

$$\gamma' = \sqrt{\left(\gamma^2 - \left(\frac{R \text{ ſin. } b'}{r} + \frac{x' x \text{ coſin. } A'}{r}\right)^2 \times \frac{\text{ſin}^2. I}{r^2}\right)}.$$

(206) Si l'on nomme

$\omega'$ l'angle de la droite $\gamma'$ avec la perpendiculaire à la ligne des nœuds menée ſur l'écliptique;

comme la diſtance de la projection de la Comète ſur l'écliptique, à la perpendiculaire à la ligne des nœuds paſſant par la Terre, a pour expreſſion

$$\frac{R \text{ coſin. } b'}{r} - \frac{x' x \text{ ſin. } A'}{r} - \frac{T \text{ coſin. } b}{r} + \frac{x x \text{ ſin. } A}{r},$$

$x$ étant d'ailleurs déterminée par le §. 195; on aura

$$\text{ſin. } \omega' = \frac{R \text{ coſin. } b' - x' x \text{ ſin. } A' - T \text{ coſin. } b + x x \text{ ſin. } A}{\gamma'}.$$

(207) Imaginons maintenant que l'on mène par la Terre ſur le plan de l'écliptique, l'interſection mobile mais toujours parallèle du plan des mouvemens relatifs, ainſi que la perpendiculaire à la ligne des nœuds; que de plus, de la projection de la Comète ſur l'écliptique à l'inſtant dont il s'agit, l'on mène une perpendiculaire à l'interſection du plan des mouvemens relatifs; l'angle de la ligne $\gamma'$ avec l'interſection mobile du plan des mouvemens relatifs, ſera évidemment égal à la différence des angles $\omega$ & $\omega'$; on aura donc $\frac{\gamma' \text{ ſin. } (\omega' - \omega)}{r}$ pour expreſſion de la diſtance de la projection de la Comète, à l'interſection mobile du plan des mouvemens relatifs; d'ailleurs la diſtance perpendiculaire de la Comète au plan de l'écliptique pour le même inſtant, eſt égale à $\left(\frac{R \text{ ſin. } b'}{r} + \frac{x' x \text{ coſin. } A'}{r}\right) \times \frac{\text{ſin. } I}{r}$.

Soit donc

I′ l'inclinaiſon du plan des mouvemens relatifs ſur l'écliptique ;

on aura

$$\frac{\gamma' \text{ ſin. } (\omega' - \omega)}{r} : \left(\frac{R \text{ ſin. } b'}{r} + \frac{s' \times \text{ cof. } A'}{r}\right) \times \frac{\text{ſin. I}}{r} :: r : \text{Tang. I}';$$

donc

$$\text{Tang. I}' = \frac{r\,(R \text{ ſin. } b' + s' \times \text{coſin. } A')}{\gamma' \text{ ſin. } (\omega' - \omega)} \times \frac{\text{ſin. I}}{r}.$$

(208) Il faut encore déterminer l'angle du premier rayon vecteur de la trajectoire relative, avec l'interſection du plan des mouvemens relatifs & de l'écliptique. Pour y parvenir, du lieu de la Comète à l'inſtant où elle s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre, abaiſſons une perpendiculaire ſur l'interſection du plan des mouvemens relatifs & de l'écliptique ; cette perpendiculaire ſera l'hypothénuſe d'un triangle rectangle dont un des côtés ſera la diſtance de la Comète au plan de l'écliptique, & dont l'angle oppoſé à ce côté ſera l'inclinaiſon du plan des mouvemens relatifs ſur l'écliptique ; cette perpendiculaire aura donc pour expreſſion

$$\left(\frac{R \text{ ſin. } b'}{r} + \frac{s' \times \text{coſin. } A'}{r}\right) \times \frac{\text{ſin. I}}{\text{ſin. I}'} ;$$

maintenant ſi l'on nomme

$\varphi$ l'angle du premier rayon vecteur de la trajectoire relative, avec l'interſection du plan des mouvemens relatifs & de l'écliptique ;

comme cet angle fait partie d'un triangle rectangle dont le rayon de la ſphère d'attraction de la Terre eſt l'hypothénuſe ; & que d'ailleurs il eſt oppoſé au côté trouvé ci-deſſus, on aura

$$\text{ſin. } \varphi = \frac{(R \text{ ſin. } b' + s' \times \text{coſin. } A') \times \text{ſin. I}}{\gamma \text{ ſin. I}'} ;$$

$x$ étant d'ailleurs déterminée par le §. 195.

(209) Dans l'eſpèce de la Comète du §. 186, on

trouvera que Tang. $\omega = \frac{\bullet}{\circ}$ ; l'angle $\omega$ eſt donc arbitraire. Pour la facilité du calcul nous le ſuppoſerons $= 0$. On trouvera enfin que $l' = 42° 3' 50''$ ; & que $\varphi = 63° 58' 0''$.

*Application des Théories precédentes à la Comète du §. 186, & remarques ſur la trajectoire relative décrite par cette Comète.*

(210) Nous avons vu (§. 200) que dans le cas que nous conſidérons, la trajectoire relative de la Comète ſeroit une ligne droite. Comme cette conſidération particulière ne feroit pas voir d'une manière bien diſtincte comment on calculeroit dans le cas général ; je vais ſuppoſer que l'angle du rayon vecteur avec la Tangente à l'orbite relative, au moment ou la Comète s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre, au lieu d'être préciſément de 180°, en diffère d'une ſeconde. Dans cette hypothèſe ſi l'on porte les valeurs convenables dans les équations des §. 141, 142, 143, 145, &c. ; on verra que la trajectoire eſt une hyperbole dont le paramêtre $= 917$ pieds ; le grand-axe $= 323180$ pieds, l'excentricité $= 323410$ pieds ; la diſtance du foyer à l'apſide inférieure $= 230$ pieds. La ligne des apſides fait un angle de $177° 18' 0''$ avec le premier rayon vecteur, & par conſéquent de $241° 16' 0''$ avec l'interſection du plan des mouvemens relatifs & de l'écliptique.

(211) Le calcul précédent donne lieu à une réflexion intéreſſante. La trajectoire dont on vient de déterminer les dimenſions, au lieu d'être la droite B F $b'$, comme elle le ſeroit véritablement ſi l'angle du rayon vecteur avec la Tangente étoit abſolument nul, eſt l'hyperbole B A $b$, dont l'axe A F C fait un angle de $2° 42'$ avec la ligne B F $b'$. On voit par-là combien l'orbite de la Comète ſeroit altérée ſi elle ne venoit pas préciſément dans la direction du centre de la Terre. Elle entreroit dans la ſphère d'attraction de la Terre, par le point B, & en ſortiroit par le point $b$, avec une direction de mouvement oppoſée ; la Comète de rétro- Fig. X.

Fig. X. grade deviendroit directe, ou réciproquement ; ſon nœud deſcendant deviendroit ſon nœud aſcendant. On peut auſſi remarquer que le cas de la trajectoire rectiligne eſt une exception au cas général. C'eſt celui où les deux hyperboles B A $b$, B′ A′ $b'$ oppoſées, ſe réuniſſent au centre des hyperboles. Le projectile, après avoir décrit une branche de la première hyperbole, paſſe, ſi j'oſe m'exprimer ainſi, dans la ſeconde hyperbole. Mais il faut, pour que cela ait lieu, que les deux hyperboles ſe réuniſſent au centre ; c'eſt-à-dire que la trajectoire ſoit abſolument ligne droite.

*Remarque ſur le calcul des vîteſſes dans la trajectoire rectiligne.*

(2[illegible]) On a pu remarquer que la trajectoire relative, décrite véritablement dans l'eſpèce de la Comète du §. 186, étoit rectiligne. Comme cette circonſtance auroit occaſionnée quelques changemens dans les formules, nous avons ſuppoſé que le rayon vecteur, au lieu d'être dans la direction du mouvement relatif, faiſoit un angle d'une ſeconde avec cette direction. Cette ſuppoſition a donné lieu à la courbe hyperbolique que nous venons de diſcuter. Quoiqu'en général la courbe B A $b$ diffère de la droite B F $b'$ ; il eſt cependant évident que l'on peut ſe ſervir des circonſtances du mouvement dans la branche B A, pour déterminer à-peu-près le mouvement dans la droite B F ; car ces circonſtances ne peuvent être fort différentes. Si la trajectoire de la Comète n'étoit point troublée par l'attraction de la Terre, cette trajectoire ſeroit une ligne droite, & ſa vîteſſe relative ſeroit uniformément de 194030 pieds par ſeconde de tems ; c'eſt celle qui a lieu lorſque la Comète s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre. Mais au moyen de cette attraction cette vîteſſe eſt variable. Si l'on veut ſavoir, par exemple, le rapport de la vîteſſe de la Comète lorſqu'elle eſt parvenue au centre des forces, à la vîteſſe de la Comète lorſqu'elle entre dans la ſphère

d'attraction, j'ai recours à la formule du §. 150, que je mets ſous la forme ſuivante;

$$V = \frac{r \cdot \sqrt{(P\delta)}}{R \text{ ſin. } \theta}.$$

Comme dans ce cas (§. 210) R = 230 pieds, P = 917 pieds, $\delta$ = 15,098 pieds, $\rho$ = 19613790 pieds; ſin. $\theta$ = $r$; on aura V = 10033000 pieds. La viteſſe de la Comète ſera donc de 51,70 fois plus grande qu'elle ne l'eût été ſans l'attraction de la Terre; & elle décrira alors environ 733 lieues par ſeconde de tems. Si la Comète conſervoit toujours cette vîteſſe, elle ne ſeroit que 35′ de tems au lieu de 1835″, à une diſtance de la Terre moindre que 13000 lieues. Mais cette vîteſſe diminue très-rapidement à meſure que la Comète s'éloigne de notre globe. Si l'on vouloit chercher, par exemple, quelle ſeroit la vîteſſe de la Comète lorſque cet Aſtre ſeroit à la diſtance de 732 lieues ou de 10033000 pieds, de la Terre; par les formules (1), (4), (5) & (6) du §. 141, dans leſquelles on ſubſtitueroit les valeurs convenables à la trajectoire relative de la Comète, il faudroit d'abord déterminer les valeurs de $u$ & de $\theta$ correſpondantes au rayon vecteur dont il s'agit; on connoîtra enſuite la vîteſſe V demandée, par le moyen de l'équation du préſent paragraphe. Dans le cas dont il eſt queſtion, la vîteſſe de la Comète ne ſeroit déjà plus à cette diſtance de la Terre, que d'un vingt-ſixième plus grande que ſi ſon orbite n'avoit point été troublée.

(213) Les calculs auxquels nous venons de nous livrer, font voir que lorſque la Comète tend preſque directement au centre de la Terre, la perturbation de ſon orbite eſt peu ſenſible, juſques vers l'inſtant où elle approche de l'abſide inférieure de l'orbite relative. C'eſt à cet inſtant que ſe font les grands changemens dans l'orbite. L'eſpace où s'opèrent ces changemens, s'étend très peu loin, car dans le cas de la Comète que nous conſidérons, à la diſtance de 733 lieues du centre de la Terre, ſa vîteſſe n'eût été altérée que d'un vingt-ſixième de la vîteſſe primitive. Il eſt évident

qu'il y auroit eu choc entre la Comète & la Terre, avant le terme de ces grands changemens.

*Remarque ſur l'étendue de la ſphère d'attraction de la Terre.*

(214) On peut conclure de ces calculs que l'étendue plus ou moins grande de la ſphère d'attraction de la Terre, influe infiniment peu ſur le réſultat, ainſi que nous l'avons déjà obſervé (§. 190). On ſera confirmé dans cette idée par la réflexion ſuivante.

Fig. XI. Soit TDCC′ le plan de la trajectoire relative de la la Comète; T la Terre; TC le rayon de la ſphère d'attraction de la Terre dans une première hypothèſe; TC′ le rayon de la ſphère d'attraction de la Terre dans une ſeconde hypothèſe; CC′ l'orbite rectiligne de la Comète à l'inſtant où elle s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre; TCD, TC′D les angles des rayons vecteurs avec la Tangente à l'orbite relative de la Comète, à l'inſtant où cet Aſtre s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre; TD un certain rayon vecteur qui auroit eu lieu, ſi la trajectoire relative n'étoit point altérée par l'attraction de la Terre. Si l'on rapproche cette dernière conſtruction des précédentes, il ſera aiſé de ſe convaincre, que les quantités TC, TC′, ſont celles que nous avons déſignées dans les formules par R, & que les angles TCD, TC′D, ſont déſignées par $\theta$. L'étendue plus ou moins grande de la ſphère d'attraction de la Terre n'altère point le côté TD, ni l'angle TDC. Dans les triangles TDC, TDC′, on a TC : TD :: ſin. TDC : ſin. TCD; TC′ : TD :: ſin. TDC′ : ſin. TC′D; mais par l'hypothèſe TD × ſin. TDC, = TD × ſin. TDC′; TC × ſin. TCD & TC′ × ſin. TC′D ſont donc des produits conſtans; donc ſoit que l'on donne un peu plus, ou un peu moins d'étendue à la ſphère d'attraction de la Terre, les quantités R × ſin. $\theta$ ſeront conſtantes; & comme d'ailleurs les quantités V, $\rho$, $\omega$, ne varient point par cette ſuppoſition, le paramètre de la

trajectoire (§. 150) ſera le même dans les deux cas. On prouvera de la même manière que l'on parviendra à des réſultats à peu près ſemblables pour E & pour *a*.

*Application des principes précédens à quelques Comètes particulières.*

(215) La diſcuſſion à laquelle nous venons de nous livrer, ne peut donner une idée complette de ce qui arriveroit dans tous les cas. Quoiqu'il ſoit impoſſible de prévoir toutes les circonſtances qui pourroient avoir lieu, je vais diſcuter ſommairement trois Comètes, qui ſans les perturbations des orbites, euſſent reſpectivement approché de 13000 lieues, de 6500 lieues & de 3250 lieues du centre de la Terre. Je ſuppoſerai à ces Comètes la plus petite vîteſſe relative poſſible, afin d'avoir les plus grandes perturbations. Pour les diſtinguer, j'appellerai ces Comètes, *Comète de* 13000 *lieues*, *Comète de* 6500 *lieues*, *Comète de* 3250 *lieues*; je les ſuppoſerai d'ailleurs ſans Maſſe.

*Comète de* 13000 *lieues.*

(216) Pour déterminer l'orbite relative de cette Comète autour de la Terre, je remarque que le rayon de la ſphère d'attraction que nous avons ſuppoſée à la Terre, étant de 125,07 demi-diamètres terreſtres, ce rayon contient 179160 lieues; donc pour avoir l'angle de la Tangente à l'orbite relative, avec le rayon vecteur correſpondant à l'inſtant où la Comète s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre, je fais la proportion ſuivante; 179160 eſt au ſinus total comme 13000 eſt au ſinus de l'angle cherché. Cet angle eſt donc de 4° 9′ 40″. La plus petite vîteſſe relative de la Comète & de la Terre eſt de 39025 pieds; donc dans la formule du §. 150, ſin. $\delta$ = ſin. 4° 9′ 40″; V = 39025 pieds; $\frac{R}{p}$ = 125,07, $\delta$ = 15,098 pieds; donc P = 826920000 pieds; c'eſt la valeur du paramètre de

la trajectoire relative. Si l'on réduit maintenant R en pieds, on aura R = 2510240000 pieds ; & les équations des §. 142 & 145, font voir que la trajectoire décrite eſt une hyperbole dont le demi-grand axe = 7710900 pieds, & dont la diſtance du centre au foyer = 179120000 pieds. On voit enfin (§. 141 éq. (1)) que le grand-axe de la ſection fait avec le premier rayon vecteur un angle de 88° 18′ 32″ ; & par le §. 6, que la Comète paſſeroit à 17140900 pieds du centre de la Terre. Et comme l'orbite relative eſt une courbe ſymmétrique dont toutes les parties analogues ſont ſemblablement poſées par rapport au grand-axe, la Comète ſortiroit de la ſphère d'attraction de la Terre, à l'extrêmité d'un rayon vecteur qui feroit avec le premier rayon vecteur un angle de 176° 37′ 4″. Maintenant il eſt évident que ſans l'attraction de la Terre, la Comète en vertu de ſon mouvement relatif, eût décrit une ligne droite d'un mouvement uniforme ; lors de ſa plus petite diſtance du centre de la Terre, elle eût été à 178000000 pieds du centre de notre globe ; cette plus courte diſtance eût eu lieu dans un rayon qui auroit fait un angle de 85° 50′ 20″ avec le premier rayon vecteur ; elle eût enfin ſorti de la ſphère d'attraction de la Terre par un point éloigné de 171° 40′ 40″ du point par lequel elle y ſeroit entré. On voit donc que l'attraction de la Terre diminueroit de 6590900 pieds ou de 481, 37 lieues, la plus petite diſtance de la Comète au centre de la Terre ; qu'elle feroit varier de 2° 28′ 12″ la poſition du rayon vecteur auquel répond cette plus petite diſtance ; & qu'elle feroit pareillement varier de 4° 56′ 24″ la poſition du point par lequel la Comète ſortiroit de la ſphère d'attraction de la Terre. Il eſt ſuperflu d'avertir que tous les angles dont nous venons de parler, ſont comptés ſur un cercle qui a la Terre pour centre, & le rayon de la ſphère d'activité pour demi-diamètre.

*Comète de 6500 lieues.*

(217) On trouvera par des calculs entiérement ſemblables que relativement à *la Comète 6500 lieues*, le paramêtre de la trajectoire relative eſt de 2067300000 pieds ; que ſon demi-grand axe eſt de 7710900 pieds ; que la diſtance du centre au foyer eſt de 89555000 pieds ; que le grand-axe de la ſection fait avec le premier rayon vecteur un angle de 92° 51′ 20″, & que la Comète paſſeroit à 81844100 pieds du centre de la Terre, & qu'elle ſortiroit de la ſphère d'attraction de la Terre à l'extrêmité d'un rayon vecteur qui feroit avec le premier rayon vecteur un angle de 185° 42′ 40″ ; & comme ſans l'attraction de la Terre, la Comète, lors de ſa plus petite diſtance de la Terre, eût été à 8900000 pieds du centre de notre globe ; que cette plus courte diſtance eût eu lieu dans un rayon qui auroit fait un angle de 87° 55′ 15″ avec le premier rayon vecteur ; qu'elle eût enfin ſorti de la ſphère d'attraction par un point éloigné de 175° 50′ 30″ du point par lequel elle y ſeroit entré ; on voit que l'attraction de la Terre diminueroit de 7155900 pieds ou de 522,63 lieues, la plus petite diſtance de la Comète au centre de la Terre ; qu'elle feroit varier de 4° 56′ 5″ la poſition du rayon vecteur auquel répond cette plus petite diſtance ; & qu'elle feroit pareillement varier de 9° 52′ 10″ la poſition du point par lequel la Comète ſortiroit de la ſphère d'attraction de la Terre.

*Comète de 3250 lieues.*

(218) On trouvera pareillement que relativement à cette Comète, le paramêtre de la trajectoire relative eſt de 51682900 pieds ; que ſon demi-grand axe eſt de 7710900 pieds ; que la diſtance du centre au foyer eſt de 44778000 pieds ; que le grand-axe de la ſection fait avec le premier rayon vecteur, un angle de 98° 51′ 45″ ; que la Comète paſſeroit à 37067100 pieds du centre de la Terre ; & qu'elle ſortiroit de la ſphère

d'attraction de la Terre à l'extrêmité d'un rayon vecteur, qui ſeroit avec le premier rayon vecteur un angle de 197° 43′ 30″; & comme ſans l'attraction de la Terre, la Comète, lors de ſa plus petite diſtance de la Terre, eût été à 44500000 pieds du centre de notre globe; que cette plus courte diſtance eût eu lieu dans un rayon qui auroit fait un angle de 88° 57′ 18″ avec le premier rayon vecteur; qu'elle eût enfin ſorti de la ſphère d'attraction par un point éloigné de 177° 54′ 36″ du point par lequel elle y ſeroit entré; on voir que l'attraction de la Terre diminueroit de 7432900 pieds, ou de 542, 87 lieues, la plus petite diſtance de la Comète au centre de la Terre; qu'elle feroit varier de 9° 54′ 27″ la poſition du rayon vecteur auquel répond cette plus petite diſtance; & qu'elle feroir pareillement varier de 19° 48′ 54″ la poſition du point par lequel la Comète ſortiroit de la ſphère d'attraction de la Terre.

(219) Ce ſeroit ici naturellement le lieu de calculer *la Comète de 1625 lieues*; c'eſt-à-dire, celle qui ſans l'attraction de la Terre, eût approché de 1625 lieues du centre de notre globe; mais il y auroit déjà choc entre la Comète & la Terre, long-tems avant cette diſtance. En effet puiſqu'en général, ſi l'on nomme B la diſtance du foyer à l'apſide inférieure, & que l'on conſerve toutes les définitions du §. 141, on a (§. 6) $B^2 + 2aB - \frac{aP}{2} = 0$; que (§. 145) $a = \frac{2R^2 \sin^2.\theta}{P r^2 - 4R \sin^2.\theta}$; & qu'enfin (§. 150) $P = \frac{V^2 R^2 \sin^2.\theta}{r^2 \rho^2 \delta}$; il eſt évident que ſi l'on nomme

$\Delta'$ la diſtance du centre de la Terre, où devroit paſſer la Comète ſans l'attraction de notre globe, pour qu'avec cette attraction B ſoit égal à $\rho$;

dans

dans le cas dont il s'agit ; on aura

$$B = \rho \text{ ; } \sin\theta = \frac{r\Delta'}{R} \text{ ; donc}$$

$$\Delta' = \frac{\rho}{V}\sqrt{\left(V^2 + 4\rho\delta - \frac{4\rho^2\delta}{R}\right)}.$$

(220) Si l'on applique le calcul à l'équation précédente, on aura

$$\Delta' = 1910 \text{ lieues.}$$

C'eſt dans nos hypothèſes, l'expreſſion de la plus grande diſtance du centre de notre globe, à laquelle la Comète devroit paſſer ſans l'attraction de la Terre, pour qu'en vertu de cette attraction elle devienne Tangente à la Terre. Si cette diſtance étoit plus petite, il y auroit choc entre les deux corps.

(221) On voit par ces calculs qu'une Comète qui auroit très-peu de maſſe & dont la viteſſe relative ſeroit la plus petite des viteſſes qui peuvent convenir aux Comètes paraboliques, ne choqueroit la Terre qu'autant que ſans l'attraction de notre globe elle eût paſſé à environ 500 lieues de la ſurface de la Terre ; ſi ſa viteſſe relative étoit plus grande, elle pourroit approcher un peu davantage de notre globe, ſans qu'il y ait choc entre ces deux corps. On peut auſſi conclure de ces calculs, que quoiqu'il ſoit impoſſible d'avoir une idée bien diſtincte de ce qui arriveroit dans tous les cas, il eſt cependant probable que les très-grandes perturbations, celles qui rendroient méconnoiſſable l'orbite de la Comète, n'auroient lieu que vers les limites que nous avons conſidérées. Avant ce terme les perturbations, quoique très-ſenſibles, ne ſeroient pas infiniment grandes.

*Détermination du plan de la nouvelle trajectoire de la Comète autour du Soleil, lorſqu'elle ſort de la ſphère d'attraction de la Terre.*

(222) Lorſque la Comète ſort de la ſphère d'attrac-

tion de la Terre, elle rentre dans la ſphère d'activité du Soleil ; je me propoſe de déterminer le nouveau plan dans lequel ſe paſſeront ſes mouvemens, ainſi que ſa nouvelle trajectoire autour du Soleil. Il eſt aiſé de voir que ce Problême eſt l'inverſe de celui que nous avons réſolu précédemment. En effet dans les queſtions précédentes nous avons conclu les circonſtances du mouvement dans l'orbite relative, des circonſtances connues du mouvement dans les orbites non troublées ; dans la queſtion dont il s'agit au contraire, nous concluerons les circonſtances du mouvement dans les orbites déſormais non troublées, des circonſtances connues du mouvement dans les orbites relatives. Comme dans ces nouvelles queſtions il ne peut manquer de ſe trouver des quantités analogues à celles des queſtions précédentes ; pour éviter la confuſion, nous nommerons des mêmes Lettres les quantités analogues, mais nous ajouterons le chiffre 2 & nous mettrons le tout entre deux parenthèſes, pour marquer que ces quantités appartiennent au ſecond Problême.

*Du tems où la Comète ſe dégage de la ſphère d'attraction de la Terre.*

(223) On a vu précédemment que le plan des mouvemens relatifs de la Terre & de la Comète paſſoit toujours par le centre de la Terre, en gardant le même paralléliſme. On a de plus déterminé la poſition de ce plan relativement [illegible] perpendiculaire à l'ancienne ligne des nœuds, [illegible]on inclinaiſon ſur l'écliptique ; nous avons enfin appris à connoître toutes les dimenſions de la trajectoire relative décrite dans ce plan ; ſon paramêtre, la poſition de ſon axe par rapport à l'interſection des plans de l'écliptique & des mouvemens relatifs ; en un mot, toutes les dimenſions de cette trajectoire. On connoîtra donc par la formule du §. 162, le tems que la Comète doit reſter engagée dans la ſphère d'attraction de la Terre ; &

comme l'on connoît le tems où elle s'eſt engagée dans cette ſphère d'attraction, on connoîtra le tems où elle ſe dégagera de cette ſphère, & par conſéquent le lieu de la Terre à cet inſtant. On remarquera ſeulement que ces calculs dépendent des ſurfaces des trajectoires relatives, compriſes entre les deux rayons vecteurs extrêmes; on les déterminera facilement par approximation.

*De la nouvelle ligne des nœuds de la Comète.*

(224) Pour déterminer maintenant la poſition de la nouvelle ligne des nœuds de la Comète, conſidérons d'abord les élémens qui ont lieu dans l'orbite relative, à l'inſtant où la Comète ſe dégage de la ſphère d'attraction de la Terre. Ces élémens ſont 1°. le rayon vecteur du point correſpondant de l'orbite relative; ce rayon eſt égal au rayon de la ſphère d'attraction de la Terre; 2°. l'angle de la Tangente à l'orbite relative avec le rayon vecteur pour cet inſtant; cet angle eſt donné par les formules du §. 141; 3°. l'angle de ce rayon vecteur avec l'interſection des plans de l'écliptique & des mouvemens relatifs; cet angle ſe conclut de la poſition de l'axe de la trajectoire relative, par rapport à l'interſection de l'écliptique & du plan des mouvemens relatifs, comparée à l'angle du rayon vecteur avec cet axe; on peut donc le regarder comme connu d'après les méthodes précédentes. Suppoſons enfin Fig. XII. que l'on prolonge la dernière Tangente à l'orbite relative, juſqu'à ce qu'elle rencontre le plan de l'écliptique. Il eſt évident que l'on aura ſur le plan des mouvemens relatifs, le triangle rectiligne TCE, dans lequel le côté TC ſera égal au rayon vecteur de la Comète dans l'orbite relative, c'eſt-à-dire égal au rayon de la ſphère d'attraction de la Terre; on connoîtra de plus dans ce triangle, l'angle en C égal à l'angle de la dernière Tangente avec le rayon vecteur, & l'angle en T égal à l'angle du rayon vecteur avec l'interſection

Fig. XII. ET des plans de l'écliptique & des mouvemens relatifs. On aura donc un triangle dans lequel on connoîtra les trois angles & un côté ; on déterminera donc toutes les parties de ce triangle, & par conſéquent les côtés TE & EC.

(225) Soit $\gamma$ le dernier rayon vecteur TC, égal au rayon de la ſphère d'attraction de la Terre ;

($\upsilon$ 2) l'angle de ce rayon vecteur avec la dernière Tangente à l'orbite relative ;

($\varphi$ 2) l'angle de ce rayon vecteur, avec l'interſection ET des plans de l'écliptique, & des mouvemens relatifs ;

($\Gamma'$ 2) la diſtance ET de la Terre à la Comète, qui auroit eu lieu à l'inſtant où la Comète eût coupé l'écliptique, ſi cet Aſtre avoit parcouru d'un mouvement uniforme ſa dernière Tangente ;

($x$ 2) le tems écoulé dans cette dernière hypothèſe, entre l'inſtant où la Comète eût coupé l'écliptique, & celui où elle ſort de la ſphère d'attraction de la Terre ;

($\Gamma''$ 2) l'eſpace EC que la Comète eût parcouru pendant ce tems dans le plan des mouvemens relatifs ;

$u''$ le mouvement relatif déterminé par la formule du §. 198.

Par la nature des trajectoires coniques, les vîteſſes des projectiles ſont égales lorſque ces corps ſont à une égale diſtance du centre des forces ; la vîteſſe tangentielle de la Comète dans l'orbite relative, lorſqu'elle ſort de la ſphère d'attraction de la Terre, eſt donc égale à la vîteſſe tangentielle qu'elle avoit lorſqu'elle eſt entré dans cette ſphère d'attraction ; l'eſpace parcouru par la Comète pendant une ſeconde de tems, étoit égal à $u''$ dans la première circonſtance ; il eſt donc égal à $u''$

dans le ſecond cas ; & conſéquemment $EC = \nu''(x\,2)$ ; mais d'après les conſtructions du §. 224. Fig. XII.

$\text{ſin.}\,(180° - (\varphi\,2) - (v\,2)) : TC :: \text{ſin.}\,(v\,2) : ET$ ;

$\text{ſin.}\,(180° - (\varphi\,2) - (v\,2)) : TC :: \text{ſin.}\,(\varphi\,2) : EC$ ;

donc

$$(1)\quad (\Gamma' 2) = \frac{\gamma\ \text{ſin.}\,(v\,2)}{\text{ſin.}\,(180° - (\varphi\,2) - (v\,2))}\ ;$$

$$(2)\quad (\Gamma'' 2) = \frac{\gamma\ \text{ſin.}\,(\varphi\,2)}{\text{ſin.}\,(180° - (\varphi\,2) - (v\,2))}\ ;$$

$$(3)\quad (x\,2) = \frac{(\Gamma''\,2)}{\nu''}\ .$$

Au moyen de ces dernières équations, on déterminera le tems écoulé depuis l'inſtant où la Comète auroit coupé l'écliptique, ſi elle avoit parcouru ſa dernière Tangente d'un mouvement uniforme, juſqu'à l'inſtant où elle ſort de la ſphère d'attraction de la Terre. On connoîtra donc l'inſtant où cette Comète auroit coupé l'écliptique ; puiſque par la ſuppoſition, on a déterminé précédemment le tems où la Comète ſe dégage de la ſphère d'attraction de la Terre ; on connoîtra pareillement qu'elle eût été dans la même circonſtance, la diſtance $(\Gamma' 2)$ de la Terre à la Comète ; on déterminera enfin le lieu de la Terre à cet inſtant.

(226) Maintenant ſi dans le plan de l'écliptique ; & par le lieu connu de la Terre à l'inſtant où la Comète auroit traverſé l'écliptique, l'on mene au Soleil la droite TS ; que par le lieu E de la Comète l'on mene pareillement la droite ES ; dans le triangle rectiligne EST l'on connoît la diſtance TS de la Terre au Soleil, & le côté $ET = (\Gamma' 2)$ ; l'on connoît de plus l'angle ETS, égal à l'angle du rayon vecteur de la Terre à l'inſtant dont il s'agit, avec l'interſection des plans de l'écliptique & des mouvemens relatifs de la Comète ; on connoîtra donc l'angle EST formé au Soleil par les rayons vecteurs de la Terre & de la

Fig. XII. Comète, à l'inſtant où ce dernier Aſtre auroit traverſé l'écliptique ; & comme l'on connoît la poſition du rayon vecteur de la Terre à cet inſtant, on déterminera la poſition de la nouvelle ligne des nœuds ; & par conſéquent l'angle de la nouvelle ligne des nœuds de la Comète avec l'ancienne ligne des nœuds.

Nous nommerons

$\Psi$ l'angle de la nouvelle ligne des nœuds de la Comète avec l'ancienne ligne des nœuds.

*Du rayon vecteur de la nouvelle orbite de la Comète, rapporté au Soleil.*

(227) Les conſtructions précédentes ne font pas ſeulement connoître la poſition de la nouvelle ligne des nœuds de la Comète, on peut encore déterminer par le même triangle la longueur du rayon vecteur de la nouvelle orbite de la Comète rapporté au Soleil, à l'inſtant où cet Aſtre auroit traverſé l'écliptique ; élément dont nous aurons beſoin par la ſuite pour déterminer les dimenſions de ſa nouvelle orbite autour du Soleil. On connoît auſſi l'angle compris entre le lieu de la Terre & la nouvelle ligne des nœuds, pour le même inſtant. En effet, la première de ces quantités n'eſt autre choſe que le côté E S du triangle E S T, & la ſeconde eſt égale à l'angle S du même triangle.

*De l'inclinaiſon ſur l'écliptique du plan de la nouvelle orbite de la Comète autour du Soleil ; de l'angle de ſon rayon vecteur avec ſa Tangente, & de ſa vîteſſe tangentielle dans ſa nouvelle orbite.*

(228) J'ai déterminé la poſition de la nouvelle ligne des nœuds de la Comète ; la longueur de ſon rayon vecteur rapporté au Soleil, à l'inſtant où elle auroit traverſé l'écliptique, ſi elle eût toujours parcouru ſa nouvelle orbite ; l'inſtant où ce phénomène auroit eu lieu, & l'angle compris entre la Terre & la nouvelle ligne

des nœuds pour cet inſtant. D'ailleurs, puiſque l'on connoît l'angle de la nouvelle ligne des nœuds de la Comète, avec l'ancienne ligne des nœuds, & que l'on connoît l'angle de l'interſection des plans de l'écliptique & des mouvemens relatifs de la Comète, avec l'ancienne ligne des nœuds, on concluera facilement l'angle de l'interſection des plans de l'écliptique & des mouvemens relatifs de la Comète, avec la nouvelle ligne des nœuds. Il reſte donc, pour avoir une idée complette de la nouvelle trajectoire de la Comète, à déterminer l'inclinaiſon du plan de la nouvelle orbite ſur l'écliptique, l'angle de ſon rayon vecteur avec ſa Tangente, & ſa vîteſſe tangentielle; car ces quantités feront évidemment connoître toutes les dimenſions de la nouvelle orbite. Comme ces Problêmes dépendent de la détermination des mouvemens ſoit relatifs ſoit abſolus de la Comète, par rapport aux trois co-ordonnées ſuivantes, la nouvelle ligne des nœuds, la perpendiculaire à cette nouvelle ligne des nœuds menée ſur le plan de l'écliptique, & la perpendiculaire au plan de l'écliptique, je vais d'abord réſoudre ces queſtions incidentes. J'entends par mouvemens relatifs de la Comète, ceux qu'elle auroit eû par rapport à la Terre ſuppoſée immobile, ſi elle avoit parcouru ſa dernière Tangente d'un mouvement uniforme.

*Détermination du mouvement relatif de la Comète dans le ſens de la perpendiculaire à l'écliptique.*

(229) Soit

$y$ le rayon vecteur de l'orbite relative de la Comète, à l'inſtant où elle ſort de la ſphère d'attraction de la Terre; ce rayon eſt égal au rayon de la ſphère d'attraction;

($v2$) l'angle du rayon vecteur avec la dernière Tangente à l'orbite relative;

($\varphi$ 2) l'angle de ce rayon vecteur avec l'interſection des plans de l'écliptique & des mouvemens relatifs ;

($\varphi'$ 2) un angle égal à $180^{o} - (v\,2) - (\varphi\,2)$ ;

($\Gamma''$ 2) l'eſpace que la Comète eût parcouru dans le plan des mouvemens relatifs, ſi cet Aſtre avoit décrit d'un mouvement uniforme ſa dernière Tangente ; cette quantité a été déterminée (§. 225) ;

$I'$ l'inclinaiſon du plan des mouvemens relatifs ſur l'écliptique ; cette inclinaiſon a été déterminée (§. 207) ;

$r$ le ſinus total ;

($x$ 2) le tems écoulé entre l'inſtant où la Comète eût coupé l'écliptique, ſi elle eût parcouru ſa dernière Tangente d'un mouvement uniforme, & celui où elle ſort de la ſphère d'attraction de la Terre ;

$v''$ le mouvement relatif déterminé par la formule du §. 197.

Si du lieu de la Comète, à l'inſtant où elle ſe dégage de la ſphère d'attraction de la Terre, l'on abaiſſe deux perpendiculaires, l'une ſur l'interſection des plans de l'écliptique & des mouvemens relatifs, l'autre ſur l'écliptique ; il eſt évident que la diſtance du pied de la première des deux perpendiculaires au point où la Comète eût coupé le plan de l'écliptique, ſi cet Aſtre avoit parcouru ſa dernière Tangente relative d'un mouvement uniforme, aura pour expreſſion $\frac{(\Gamma''2)\,\text{cof.}\,(\varphi'2)}{r}$, & que cette perpendiculaire elle-même s'exprimera par $\frac{(\Gamma''2)\,\text{ſin.}\,(\varphi'2)}{r}$. Il eſt également évident que puiſque $I'$

eſt l'inclinaiſon du plan des mouvemens relatifs ſur l'écliptique, $\frac{(\Gamma'' 2) \text{ ſin. } I' \text{ ſin. } (\phi' 2)}{r^2}$ ſera l'expreſſion de la ſeconde des deux perpendiculaires dont nous venons de parler; & $\frac{(\Gamma'' 2) \text{ cof. } I' \text{ ſin. } (\phi' 2)}{r^2}$ exprimera la diſtance du pied des deux perpendiculaires. La Comète parcourroit donc l'eſpace $\frac{(\Gamma'' 2) \text{ ſin. } I' \text{ ſin. } (\phi' 2)}{r^2}$ en vertu de ſon mouvement compoſé, dans le ſens de la perpendiculaire à l'écliptique, tandis qu'elle parcourroit l'eſpace $u''(x 2)$, en vertu de la totalité de ſon mouvement compoſé; & comme d'ailleurs $(I'' 2) = u''(x 2)$, on aura

Mouvement relatif de la Comète dans le ſens de la perpendiculaire à l'écliptique, correſpondant à une ſeconde de tems

$$= \frac{u'' \text{ ſin. } I' \text{ ſin. } (\phi' 2)}{r^2}.$$

*Détermination du mouvement relatif de la Comète dans le ſens de la nouvelle ligne des nœuds, & dans le ſens de la perpendiculaire à la nouvelle ligne des nœuds.*

(230) Pour déterminer le mouvement relatif de la Comète dans le ſens de la nouvelle ligne des nœuds; je remarque que d'après les conſtructions précédentes, on a $\frac{(I'' 2) \text{ cof. } (\phi' 2)}{r}$ pour expreſſion de la diſtance du pied de la perpendiculaire abaiſſée de la Comète ſur l'interſection des plans de l'écliptique & des mouvemens relatifs, au point où la Comète eût coupé l'écliptique, ſi cet Aſtre avoit parcouru ſa dernière Tangente d'un mouvement uniforme. De ce point ſuppoſons menée

une droite au pied de la perpendiculaire abaiſſée de la Comète ſur l'écliptique, & nommons

$(\Gamma''' 2)$ cette droite ;

$\chi$ l'angle de cette droite avec l'interſection de l'écliptique & du plan des mouvemens relatifs.

D'après les conſtructions précédentes, il eſt évident que pour déterminer l'angle $\chi$ on aura la proportion ſuivante ;

$$\frac{(\Gamma'' 2)\ \text{cof.}\ (\phi' 2)}{r} : \frac{(\Gamma'' 2)\ \text{cof.}\ I'\ \text{ſin.}\ (\phi' 2)}{r^2} :: r : \text{Tang.}\ \chi ;$$

donc

$$\text{Tang.}\ \chi = \frac{\text{cofin.}\ I'\ \text{tang.}\ (\phi' 2)}{r} ;$$

$$(\Gamma''' 2) = \frac{(\Gamma'' 2)\ \text{cofin.}\ (\phi' 2)}{\text{cofin.}\ \chi} .$$

Maintenant ſi l'on nomme

$\omega$ l'angle de l'interſection des plans des mouvemens relatifs & de l'écliptique, avec la perpendiculaire à l'ancienne ligne des nœuds ;

$\Psi$ l'angle de la nouvelle ligne des nœuds de la Comète avec l'ancienne ligne des nœuds ; cet angle doit être compté ſuivant l'ordre des ſignes ;

l'angle de l'interſection des plans des mouvemens relatifs & de l'écliptique avec la perpendiculaire à la nouvelle ligne des nœuds, ſera évidemment égal à $\omega - \Psi$, & l'angle de la droite $(\Gamma''' 2)$ avec la perpendiculaire à la nouvelle ligne des nœuds, ſera égal à la ſomme de l'angle précédent & de l'angle $\chi$ ; & comme d'ailleurs $(\Gamma'' 2) = u'' (x 2)$ on aura

Mouvement relatif de la Comète dans le ſens de la nouvelle ligne des nœuds, correſpondant à une ſeconde de tems

$$= \frac{n'' \text{ coſin. } (\varphi' z) \times \text{ſin. } (\omega - \Psi + \chi)}{r \text{ coſin. } \chi}.$$

(231) Par une raiſon entiérement analogue, on aura

Mouvement relatif de la Comète dans le ſens de la perpendiculaire à la nouvelle ligne des nœuds, correſpondant à une ſeconde de tems

$$= \frac{n'' \text{ coſin. } (\varphi' z) \times \text{coſin. } (\omega - \Psi + \chi)}{r \text{ coſin. } \chi}.$$

*Détermination des mouvemens vrais de la Comète dans les mêmes directions que ci-deſſus.*

(232) Pour réſoudre les queſtions dont il s'agit, il ne ſuffit pas de connoître les mouvemens relatifs de la Comète, ſuivant les trois directions dont nous avons parlé; il faut de plus connoître ſes mouvemens vrais ſuivant ces trois directions. Le Problême ne préſente aucune difficulté; il ne s'agit que d'ajouter les mouvemens correſpondans de la Terre ſuivant les mêmes directions.

(233) La Terre ne quittant point le plan de l'écliptique, ſon mouvement dans le ſens de la perpendiculaire à ce plan eſt nul; le mouvement vrai de la Comète ſuivant cette direction eſt donc égal à ſon mouvement relatif (§. 229). Quant aux mouvemens de la Comète ſuivant les autres directions, ſi l'on nomme

A l'angle de la Tangente à l'orbite de la Terre avec la perpendiculaire à l'ancienne ligne des nœuds, menée ſur le plan de l'écliptique;

$n$ le mouvement de la Terre dans ſon orbite, correſpondant à une ſeconde de tems;

& que l'on conſerve les définitions des §. précédens.

Comme, d'après les conſtructions précédentes, les mouvemens de la Terre correſpondans à une ſeconde de tems, ſeront exprimés par $\frac{n \text{ ſin. } (A - \Psi)}{r}$ dans le ſens de la nouvelle ligne des nœuds, & par $\frac{n \text{ coſin. } (A - \Psi)}{r}$ dans le ſens de la perpendiculaire à cette ligne; on aura

Mouvement vrai de la Comète dans le ſens de la nouvelle ligne des nœuds, correſpondant à une ſeconde de tems

$$= \frac{n'' \text{ coſin. } (\phi' 2) \times \text{ ſin. } (\omega - \Psi + \chi)}{r \text{ coſin. } \chi} + \frac{n \text{ ſin. } (A - \Psi)}{r};$$

Mouvement vrai de la Comète dans le ſens de la perpendiculaire à la nouvelle ligne des nœuds, correſpondant à une ſeconde de tems

$$= \frac{n'' \text{ coſin. } (\phi' 2) \times \text{ coſin. } (\omega - \Psi + \chi)}{r \text{ coſin. } \chi} + \frac{n \text{ coſ. } (A - \Psi)}{r}.$$

(234) Nous pouvons maintenant réſoudre les queſtions propoſées §. 228. Il eſt évident en effet que l'inclinaiſon du plan de la nouvelle orbite de la Comète autour du Soleil ſur l'écliptique, eſt égale à un angle dont la Tangente a pour expreſſion le ſinus total multiplié par le mouvement vrai de la Comète dans le ſens perpendiculaire à l'écliptique, & diviſé par le mouvement vrai correſpondant de la Comète dans le ſens de la perpendiculaire à la nouvelle ligne des nœuds.

(235) Quant à l'angle du rayon vecteur de la Comète avec la Tangente à l'orbite, à l'inſtant où cet Aſtre auroit traverſé l'écliptique, ſi la Comète eût toujours décrit ſa nouvelle orbite; il eſt égal à un angle dont la Tangente a pour expreſſion, le ſinus total multiplié

par l'hypothénuſe d'un triangle rectangle dans les côtés ſont le mouvement vrai de la Comète dans le ſens de la perpendiculaire au plan de l'écliptique, & le mouvement vrai de la Comète dans le ſens de la perpendiculaire à la ligne des nœuds, & diviſé par le mouvement vrai de la Comète dans le ſens de la nouvelle ligne des nœuds.

(236) Il ſuit également des conſtructions précédentes que le mouvement vrai de la Comète dans ſon orbite, correſpondant à une ſeconde de tems, a pour expreſſion la racine quarrée de la ſomme des quarrés des mouvemens vrais de la Comète ſuivant les trois directions.

(237) Puiſque nous connoiſſons (§. 226 & 227) la poſition de la nouvelle ligne des nœuds de la Comète, ainſi que la longueur du rayon vecteur correſpondant à ce point; que nous avons déterminé (§. 234) l'inclinaiſon du plan de la nouvelle orbite de la Comète ſur l'écliptique; que nous connoiſſons de plus (§. 235 & 236) l'angle du rayon vecteur avec la Tangente à la nouvelle orbite de la Comète, ainſi que ſa vîteſſe tangentielle; nous déterminerons par l'équation du §. 150 le paramêtre de la nouvelle trajectoire; par l'équation du §. 142 l'eſpèce de cette nouvelle trajectoire; par les équations du §. 145 le demi-grand axe & la diſtance du foyer au centre de la trajectoire; & enfin par l'équation (1) du §. 141, l'angle de la ligne des nœuds avec le grand-axe de la trajectoire; nous aurons donc une idée diſtincte de cette nouvelle trajectoire.

## ARTICLE SECOND.

*Dans lequel on ſuppoſe la Maſſe de la Comète comparable à celle de la Terre.*

(238) DANS les calculs précédens j'ai ſuppoſé la Maſſe de la Comète infiniment petite relativement à celle de la Terre; dans les paragraphes ſuivans je ſuppoſerai la Maſſe de la Comète comparable à celle de la Terre. Comme cette partie de mon travail a beaucoup d'analogie avec la précédente, je me contenterai de parcourir ſommairement les différences qui ſe trouvent entre ces deux ſolutions.

*Principes dont nous partirons pour réſoudre la nouvelle queſtion propoſée.*

(239) Pour réſoudre cette nouvelle queſtion, on ſe rappellera les principes ſuivans démontrés en Méchanique, & que l'on doit regarder comme des Lemmes.

*Premier principe.*

L'état du centre commun de gravité de deux corps n'eſt point changé par l'action mutuelle qu'ils exercent l'un ſur l'autre. Si ſans l'action de ces deux corps le centre de gravité eût eu un mouvement uniforme ſuivant une certaine direction, de quelque manière que ces deux corps agiſſent l'un ſur l'autre, ce centre continuera de ſe mouvoir avec le même mouvement uniforme ſuivant la même direction.

*Second principe.*

Si l'on ſuppoſe les maſſes de deux corps A & B, concentrées dans le ſeul corps A fixe & immobile; & que dans cette hypothèſe le corps B décrive autour

du corps A, une trajectoire dont la nature eſt déterminée par les circonſtances du Problême ; qu'on rende enſuite aux corps A & B leurs véritables Maſſes, qu'on les ſuppoſe libres & pouvant obéir à leur action mutuelle, & qu'on leur donne les mêmes vîteſſes relatives ; ces corps décriront autour du centre commun de gravité, deux courbes ſemblables à la première, & dont les dimenſions homologues ſeront aux dimenſions de la première courbe, comme la Maſſe du corps A, s'il s'agit de la trajectoire du corps B, ou comme la Maſſe du corps B, s'il s'agit de la trajectoire décrite par le corps A, eſt à la ſomme des Maſſes des corps A & B.

Le premier de ces principes eſt le quatrième corollaire de la troiſième loi du mouvement du Livre de la Philoſophie naturelle de M. Newton ; le ſecond principe eſt la Propoſition cinquante-huitième du premier Livre du même Ouvrage.

(240) D'après les principes précédens tout ce que nous avons dit de la Terre, pourra s'appliquer au centre commun de gravité de la Terre & de la Comète ; les ſolutions du préſent Article auront donc beaucoup d'analogie avec celles de l'Article précédent ; nous allons parcourir ſommairement les reſſemblances & les différences qui ſe trouvent entre ces ſolutions.

*Du rayon de la ſphère d'attraction de la Terre & de la Comète dans la nouvelle hypothèſe ; de la diſtance de la Terre & de la Comète au centre commun de gravité, à l'inſtant où la Comète s'engage dans la ſphère d'attraction ; & du tems où la Comète s'engage dans la ſphère d'attraction.*

(241) Dans la ſuppoſition que la Maſſe de la Comète eſt infiniment petite relativement à celle de la Terre, nous avons ſuppoſé le rayon de la ſphère d'attraction de la Terre de 125,07 demi-diamètres terreſtres. Si

l'on ſuppoſe maintenant la Maſſe de la Comète comparable à celle de la Terre, on pourroit croire que l'on doit augmenter le rayon de la ſphère d'attraction de la Terre; je ne ſçai cependant ſi cette opinion eſt fondée. En effet nous nous ſommes appuyés pour déterminer ce rayon, ſur le raiſonnement ſuivant. La limite de la ſphère d'attraction de la Terre doit être telle qu'au-delà de cette limite la force d'attraction de la Terre ſur la Comète ſoit infiniment moindre que la force attractive du Soleil; & qu'en-deçà de cette limite, la force attractive de la Terre ſur la Comète ſoit conſidérablement plus grande que la plus grande valeur de la force perturbatrice du Soleil pour troubler l'orbite relative. Or, la Maſſe de la Comète n'influe en aucune manière ſur cette détermination. La Terre fait parcourir à la Comète le même eſpace ſuivant la même direction, ſoit que l'on ſuppoſe à la Comète une Maſſe infiniment petite relativement à celle de la Terre, ſoit que cette Maſſe ſoit comparable à celle de la Terre. La ſeule différence entre les deux hypothèſes, c'eſt que dans le ſecond cas la Comète imprime un mouvement à la Terre pour l'attirer vers elle, au lieu que dans le premier cas ce mouvement eſt nul. Ce raiſonnement tend à établir que la Maſſe de la Comète n'entre pour rien dans la détermination du rayon de la ſphère de commune attraction lorſqu'elle eſt moindre que celle de la Terre; ou plus exactement, il tend à établir qu'en général ce rayon doit être ſuppoſé égal à 125, 07 demi-diamètres terreſtres multipliés par la plus grande des deux Maſſes de la Terre ou de la Comète, & diviſés par la Maſſe de la Terre.

(242) Comme l'étendue de la ſphère d'attraction de la Terre peut varier conſidérablement, ſans que cela trouble ſenſiblement les réſultats du calcul, ainſi qu'il a été démontré (§. 190 & 214); au lieu d'adopter la dernière détermination, qui me paroît cependant la plus naturelle, on pourroit dans ce cas vouloir étendre

étendre la ſphère d'attraction ; ſans entrer dans une plus grande diſcuſſion à ce ſujet, j'appellerai

$\gamma$ le rayon de la ſphère d'attraction que l'on aura choiſi.

(243) Puiſque l'on connoît maintenant le rayon de la ſphère d'attraction dans la nouvelle hypothèſe, on déterminera facilement les diſtances reſpectives de la Comète & de la Terre au centre commun de gravité, à l'inſtant où la Comète s'engage dans la ſphère d'attraction ; ſoit en effet

M la Maſſe de la Terre ;
M′ la Maſſe de la Comète ;
($\gamma$T) la diſtance de la Terre au centre commun de gravité pour l'inſtant dont il s'agit ;
($\gamma$C) la diſtance de la Comète au centre de gravité pour le même inſtant ;

on aura

$$(\gamma C) = \frac{\gamma M}{M + M'} \; ; \; (\gamma T) = \frac{\gamma M'}{M + M'} .$$

(244) Quant au tems où la Comète s'engage dans la ſphère de commune attraction, il ſe détermine par la méthode du §. 195.

*Du mouvement du centre commun de gravité de la Terre & de la Comète, dans l'eſpace abſolu.*

(245) Pour déterminer le mouvement du centre commun de gravité de la Terre & de la Comète dans l'eſpace abſolu, je rapporterai ce mouvement à trois co-ordonnées perpendiculaires entre elles, la ligne des nœuds de la Comète ſur l'écliptique, la perpendiculaire à la ligne des nœuds de la Comète menée ſur le plan de l'écliptique, & la perpendiculaire au plan de l'écliptique. En général, le mouvement du centre

commun de gravité par rapport à la Terre ſuppoſée immobile, eſt au mouvement relatif de la Comète par rapport à la Terre également ſuppoſée immobile, comme $M'$ eſt à $M + M'$. J'ai donné (§. 197) l'expreſſion des mouvemens relatifs de la Comète ſuivant la ligne des nœuds, ſuivant la perpendiculaire à la ligne des nœuds, ſuivant la perpendiculaire à l'écliptique, en ſuppoſant la Terre dans un repos relatif; ſi l'on multiplie ces expreſſions par $\frac{M'}{M + M'}$, on aura

Mouvement du centre de gravité, dans le ſens de la ligne des nœuds, relativement à la Terre ſuppoſée immobile, correſpondant à une ſeconde de tems

$$= \frac{M'}{M + M'} \left( \frac{n' \text{ ſin. } A'}{r} - \frac{n \text{ ſin. } A}{r} \right);$$

Mouvement du centre de gravité, ſuivant la perpendiculaire à la ligne des nœuds, relativement à la Terre ſuppoſée immobile

$$= \frac{M'}{M + M'} \left( \frac{n' \text{ coſin. } A' \text{ coſin. } I}{r^2} - \frac{n \text{ coſin. } A}{r} \right);$$

Mouvement du centre de gravité, ſuivant la perpendiculaire au plan de l'écliptique

$$= \frac{M'}{M + M'} \times \frac{n' \text{ coſin. } A' \text{ ſin. } I}{r^2}.$$

(246) A ces quantités ſi l'on ajoute les mouvemens de la Terre ſuivant les mêmes directions (§. 197), on aura pour expreſſion des mouvemens du centre de gravité dans l'eſpace abſolu, correſpondans à une ſeconde de tems;

Mouvement du centre de gravité dans le ſens de la ligne des nœuds de la Comète

$$= \frac{M'}{M + M'} \times \frac{n' \text{ ſin. } A'}{r} + \frac{M}{M + M'} \times \frac{n \text{ ſin. } A}{r}.$$

Mouvement du centre de gravité dans la direction de la perpendiculaire à la ligne des nœuds

$$= \frac{M'}{M+M'} \times \frac{\nu' \text{ cosin. } A' \text{ cosin. } I}{r^2} + \frac{M}{M+M'} \times \frac{\nu \text{ cosin. } A}{r}.$$

Mouvement du centre de gravité suivant la perpendiculaire au plan de l'écliptique

$$= \frac{M'}{M+M'} \times \frac{\nu' \text{ cosin. } A' \text{ sin. } I}{r^2}.$$

(247) Je ferai voir (§. 265) que pour avoir une expression encore plus exacte du mouvement du centre de gravité dans le sens de la ligne des nœuds de la Comète, il est nécessaire d'ajouter un petit terme à l'expression du §. 246; pour donc représenter ce mouvement de la manière la plus générale, je lui supposerai la forme suivante

$$\frac{M'}{M+M'} \times \frac{\nu' \text{ sin. } A'}{r} + \frac{M}{M+M'} \times \frac{\nu \text{ sin. } A}{r} + \Omega.$$

*Du mouvement du centre commun de gravité de la Terre & de la Comète dans le plan de l'écliptique.*

(248) Il est facile de déterminer maintenant le mouvement du centre commun de gravité de la Terre & de la Comète, dans le plan de l'écliptique, & l'angle de la direction de ce mouvement avec la perpendiculaire à la ligne des nœuds. En effet, puisque nous avons donné l'expression du mouvement du centre de gravité, dans le sens de la ligne des nœuds de la Comète, & dans le sens de la perpendiculaire à cette ligne des nœuds; il est évident que si l'on nomme

$\omega$ l'angle de la direction du mouvement du centre de gravité dans le plan de l'écliptique, avec la perpendiculaire à la ligne des nœuds menée sur ce plan;

on aura

$$\text{Tang. } \vartheta = \frac{r^2\left(\frac{M'}{M+M'}\,n''\,\text{sin. } A' + \frac{M}{M+M'}\,n\,\text{sin. } A + \Omega r\right)}{\frac{M'}{M+M'}\,n''\,\text{cos. } A'\,\text{cos. } I + \frac{M}{M+M'}\,n\,r\,\text{cos. } A};$$

Mouvement du centre de gravité de la Terre & de la Comète dans le plan de l'écliptique, correſpondant à une ſeconde de tems

$$= \frac{\frac{M'}{M+M'}\,n''\,\text{coſin. } A''\,\text{coſin. } I + \frac{M}{M+M'}\,n\,r\,\text{cos. } A}{r\,\text{coſin. } \vartheta}.$$

*De la poſition du plan des trajectoires relatives de la Terre & de la Comète, par rapport à l'écliptique.*

(249) Pour déterminer la poſition du plan des trajectoires relatives de la Terre & de la Comète, par rapport à l'écliptique, nous obſerverons que l'action reſpective de la Terre & de la Comète ne change point le mouvement du centre de gravité. Ce mouvement eſt abſolument le même que ſi la Terre & la Comète n'agiſſoient point l'une ſur l'autre, ou qu'elles ne puſſent point obéir à leur action mutuelle. On déterminera donc par les méthodes des §. 201 & ſuivans, la poſition de ce plan par rapport à l'écliptique, puiſqu'en effet ce plan ſera mû d'un mouvement ſemblable dans les deux cas.

*De l'angle de la route du centre de gravité ſur le plan des trajectoires relatives, avec l'interſection de l'écliptique & du plan des trajectoires relatives. Du mouvement du centre de gravité dans cette orbite relative, & du point où la route du centre de gravité coupe l'interſection de l'écliptique & du plan des mouvemens relatifs.*

(250) J'ai déterminé (§. 197) relativement à la

Terre ſuppoſée immobile, le mouvement de la Comète correſpondant à une ſeconde de tems ; cette détermination fournit un moyen facile de réſoudre la queſtion propoſée. Soit, en effet, comme dans le §. 197,

$$n'' = \sqrt{\left(n^2 + n'^2 - 2n'n\left(\frac{\text{ſin. A' ſin. A}}{r^2} + \frac{\text{coſ. A' coſ. A coſ. I}}{r^3}\right)\right)};$$

puiſque le mouvement du centre de gravité relativement à la Terre ſuppoſée immobile, eſt au mouvement de la Comète, par rapport à la Terre ſuppoſée pareillement immobile, comme $M'$ eſt à $M + M'$ ; que d'ailleurs le mouvement du centre de gravité ſur le plan des mouvemens relatifs, doit être rapporté à un point qui, ſans l'action reſpective de la Terre & de la Comète, eût été dans un repos relatif ; le mouvement du centre de gravité ſur le plan des mouvemens relatifs ſera exprimé par $\frac{n'' M'}{M + M'}$.

(251) Maintenant ſi l'on détermine comme dans le §. 204, le rayon vecteur particulier $r'$ qui auroit eû lieu ſans l'action reſpective de la Comète & de la Terre, lorſque la Comète eût traverſé l'écliptique ; que l'on nomme $\gamma$ le rayon de la ſphère de commune attraction, & $x$ le nombre de ſecondes horaires écoulées entre l'inſtant où la Comète s'engageroit dans cette ſphère d'attraction, & celui où elle eût traverſé l'écliptique, on aura, pour déterminer l'angle de la route du centre de gravité, à réſoudre un triangle rectiligne, dont les côtés ſont $\frac{n'' x M'}{M + M'}$, $\frac{r' M'}{M + M'}$, $\frac{\gamma M'}{M + M'}$ ; & dont l'angle de la route du centre de gravité ſur le plan des mouvemens relatifs, avec l'interſection de l'écliptique & du plan des mouvemens relatifs, eſt oppoſé au côté $\frac{\gamma M'}{M + M'}$ ; on aura donc (trig. rect.)

$$\text{Coſinus angle cherché} = \frac{r\left(r'^2 - \gamma^2 + n''^2 x^2\right)}{2r' \times n'' x}.$$

(252) Quant au point où la route du centre de gravité sur le plan des mouvemens relatifs, coupe l'intersection de l'écliptique & de ce plan, il est situé à une distance $\frac{r' M'}{M + M'}$ du point où la Terre se seroit trouvée à l'instant correspondant, si son orbite n'avoit point été troublée.

*Des mouvemens relatifs de la Terre & de la Comète, par rapport au centre commun de gravité.*

(253) Les mouvemens relatifs de la Terre & de la Comète par rapport au centre de gravité, sont faciles à évaluer après ce qui vient d'être dit; en effet le mouvement de la Terre relativement au centre de gravité supposé immobile, est évidemment égal au mouvement du centre de gravité relativement à la Terre supposée immobile. De plus, les mouvemens relatifs de la Comète par rapport au centre de gravité supposé immobile, sont aux mouvemens relatifs de la Terre par rapport au même centre, comme M est à M'; si donc l'on nomme

$u'''$ le mouvement relatif de la Terre par rapport au centre de gravité, correspondant à une seconde de tems;

$u''''$ le mouvement relatif de la Comète correspondant à une seconde de tems;

& que l'on conserve d'ailleurs toutes les autres définitions des §. précédens; on aura

$$u''' = \frac{M'}{M + M'} \times \sqrt{\left( u^2 + u'^2 - 2uu' \left( \frac{\text{sin. } A' \text{ sin. } A}{r^2} + \frac{\text{cos. } A' \text{ cos. } A \text{ cos. } I}{r^3} \right) \right)};$$

$$u'''' = \frac{M}{M + M'} \times \sqrt{\left( u^2 + u'^2 - 2uu' \left( \frac{\text{sin. } A' \text{ sin. } A}{r^2} + \frac{\text{cos. } A' \text{ cos. } A \text{ cos. } I}{r^3} \right) \right)}.$$

*De l'angle des rayons vecteurs menés du centre de gravité, avec les Tangentes aux trajectoires relatives de la Terre & de la Comète, à l'instant où la Comète s'engage dans la sphère d'attraction; & de l'angle de ces rayons vecteurs avec l'écliptique & avec la route du centre de gravité sur le plan des mouvemens relatifs.*

(254) Pour déterminer l'angle des rayons vecteurs menés du centre de gravité, avec les Tangentes aux trajectoires relatives de la Terre & de la Comète, à l'instant où la Comète s'engage dans la sphère d'attraction, ainsi que l'angle de ces rayons vecteurs avec l'intersection du plan des trajectoires relatives & de l'écliptique; les méthodes sont absolument les mêmes que celles des §. 199 & 208. Quant à l'angle de ces rayons vecteurs, avec la route du centre de gravité, il se concluera des déterminations précédentes, puisque l'on connoît l'angle de ces rayons avec l'intersection de l'écliptique & du plan des trajectoires relatives, & l'angle de la route du centre de gravité, avec la même intersection.

*De la force attractive qu'il faut supposer dans le centre commun de gravité, pour pouvoir employer les formules de la Section sixième.*

(255) Nous connoissons maintenant la position du plan des trajectoires relatives par rapport à l'écliptique; nous avons déterminé de plus les distances respectives de la Terre & de la Comète au centre commun de gravité, ainsi que leurs vîtesses relatives par rapport au centre de gravité, à l'instant où la Comète s'engage dans la sphère d'attraction; nous connoissons enfin l'angle des rayons vecteurs avec les Tangentes aux orbites relatives, & les angles de ces rayons vecteurs soit avec l'intersection de l'écliptique & du plan des mouvemens relatifs, soit avec la route du centre de gravité sur le plan de ces mouvemens. Il reste à déterminer quelle force centrale nous supposerons dans le centre de gravité,

pour pouvoir calculer par les formules de la Section ſixième, les orbites relatives de la Comète & de la Terre autour de ce centre de gravité.

(256) Si l'on jette les yeux ſur l'expreſſion du paramètre de la trajectoire du §. 150, on verra que cette expreſſion renferme le rayon vecteur, la vîteſſe tangentielle, l'angle du rayon vecteur avec la Tangente, & le nombre $\delta$ de pieds qu'un projectile parcourroit pendant la première ſeconde de ſa chûte, en vertu des impulſions uniformes de la force centrale qui agit à une diſtance connue $\rho$. Lorſque la ſphère attirante eſt un corps certain comme la Terre, il eſt évident que $\delta$ & $\rho$ ſont donnés; puiſque ſi l'on entend par $\rho$ le rayon de la Terre, $\delta$ eſt le nombre de pieds qu'un corps grave parcourt à la ſurface de la Terre, pendant la première ſeconde de ſa chûte; mais lorſqu'il s'agit d'un centre d'attraction qui n'exiſte que fictivement, $\delta$ & $\rho$ ne ſont point donnés immédiatement par l'obſervation, & ces quantités ne ſont que fictives. Pour ſimplifier la queſtion, je ſuppoſerai au centre de gravité une ſphère dont le rayon ſeroit égal au rayon de la Terre, & je chercherai quelle valeur l'on doit donner à $\delta$ dans cette hypothèſe, pour calculer par la formule du §. 150, le paramètre de la trajectoire relative de la Comète autour du centre de gravité. Je ferai la même choſe pour la Terre.

(257) Pour déterminer la valeur que l'on doit donner à $\delta$ dans l'hypothèſe dont il s'agit, conſidérons la quantité dont la Terre & la Comète s'approchent l'une de l'autre pendant une ſeconde de tems, à l'inſtant où la Comète s'engage dans la ſphère d'attraction. Cette quantité eſt égale à la ſomme des eſpaces que la Terre fait décrire à la Comète, & que la Comète fait décrire à la Terre, pendant cette première ſeconde, dans le ſens du rayon qui joint la Terre & la Comète.

A la ſurface de la Terre un projectile parcourt

15, 098 pieds pendant la première ſeconde de ſa chûte; ſa diſtance au centre de la Terre eſt alors égale à $\rho$; lorſque la Comète s'engage dans la ſphère de commune attraction, ſa diſtance de la Terre eſt égale à $\gamma$; donc le nombre de pieds que la Terre fait parcourir à la Comète pendant une ſeconde $= \frac{\rho^2 \times 15,098 \text{ pieds}}{\gamma^2}$. La Maſſe de la Comète eſt à la Maſſe de la Terre :: M′ : M; la Comète fait donc parcourir pendant le même tems à la Terre un eſpace égal à $\frac{M' \rho^2 \times 15,098 \text{ pieds}}{\gamma^2 M}$, & la ſomme des eſpaces parcourus en vertu des deux actions $= \frac{(M + M') \rho^2 \times 15,098 \text{ pieds}}{\gamma^2 M}$; c'eſt la quantité dont la Comète & la Terre s'approchent en vertu de leur action mutuelle. Si l'on multiplie cette quantité par $\frac{M}{M + M'}$, on aura le nombre de pieds dont la Comète s'approchera du centre de gravité; cet eſpace eſt donc égal à $\frac{\rho^2 \times 15,098 \text{ pieds}}{\gamma^2}$, c'eſt-à-dire égal à l'eſpace que la Terre fait parcourir à la Comète dans le ſens du rayon qui joint ces deux Aſtres.

Soit

($\gamma$C) la diſtance de la Comète au centre de gravité.

On peut conclure du §. 146 que dans notre hypothèſe

$$\frac{\rho^2 \times 15,098 \text{ pieds}}{\gamma^2} = \frac{\delta \rho^2}{(\gamma C)^2};$$

mais (§. 243) $(\gamma C) = \frac{\gamma M}{M + M'}$; donc

$$\delta = \frac{M^2 \times 15,098 \text{ pieds}}{(M + M')^2}.$$

C'eſt la quantité que l'on ſubſtituera à $\delta'$ dans la formule du §. 150, pour calculer l'orbite relative de la Comète.

(258) Quant à l'orbite relative de la Terre autour du centre de gravité, on peut ſe diſpenſer de la calculer, attendu que cette orbite eſt entiérement ſemblable à celle de la Comète, & que les quantités homologues ſont en raiſon inverſe des Maſſes. Si cependant on vouloit calculer directement cette orbite, on feroit $\delta = \frac{M'}{M} \times \frac{M'^2 \times 15,098 \text{ pieds}}{(M+M')^2}$.

(259) Nous pouvons maintenant calculer par les méthodes de la Section ſixième, les orbites relatives de la Terre & de la Comète autour du centre de gravité; leurs paramêtres, leurs grands axes, leurs excentricités, la poſition de la ligne des apſides, la poſition du dernier rayon vecteur, ſoit relativement à la route du centre de gravité, ſoit relativement à l'interſection du plan de l'écliptique & des mouvemens relatifs, le tems que la Comète & la Terre emploient reſpectivement à parcourir ces trajectoires, &c. On remarquera ſeulement qu'il faudra faire un double calcul, l'un pour la Comète & l'autre pour la Terre. Dans le premier calcul on emploiera les quantités relatives à la trajectoire de la Comète; dans le ſecond calcul, il faudra employer les quantités relatives à la trajectoire de la Terre. Au reſte, on pourra ſe diſpenſer de ce ſecond calcul, puiſque les orbites relatives décrites par la Comète & par la Terre autour du centre commun de gravité, ſont entiérement ſemblables; que les quantités homologues ſont ſeulement réciproques aux Maſſes; & que toutes les parties ſemblables ſont décrites dans les mêmes tems. Il s'agit maintenant de déterminer les nouvelles trajectoires de la Terre & de la Comète autour du Soleil.

*Détermination du lieu du nœud des nouvelles trajectoires de la Terre & de la Comète autour du Soleil, & des rayons vecteurs correſpondans aux nœuds.*

(260) Pour déterminer le lieu du nœud des nouvelles trajectoires de la Terre & de la Comète autour du Soleil, il eſt néceſſaire de faire un double calcul, l'un pour la Terre & l'autre pour la Comète.

Soit E *d* G D la route du centre de gravité ſur le plan des mouvemens relatifs ; E T′ F l'interſection du plan des mouvemens relatifs & de l'écliptique ; N T′ *n* la perpendiculaire à l'ancienne ligne des nœuds de la Comète ; G le point où ſe trouve le centre de gravité à l'inſtant que la Terre & la Comète ſortent de la ſphère de commune attraction ; T′ le point où ſe ſeroit trouvée la Terre au même inſtant, ſi ſon orbite n'avoit point été troublée ; T & C les lieux vrais de la Terre & de la Comète à cet inſtant ; G T, G C les derniers rayons vecteurs aux orbites relatives ; T *d*, C D les dernières Tangentes aux orbites relatives, dont le prolongement coupe l'interſection de l'écliptique & des mouvemens relatifs aux points *f*, F. Par la ſuppoſition on connoît l'angle G E T′, c'eſt l'angle de la route du centre de gravité ſur le plan des mouvemens relatifs, avec l'interſection du plan de l'écliptique & des mouvemens relatifs (§. 251) ; on connoît la diſtance E G du lieu du centre de gravité ſur le plan des mouvemens relatifs, au point E, où ce centre de gravité traverſe l'écliptique, puiſque l'on connoît (§. 250) le mouvement du centre de gravité ſur le plan des mouvemens relatifs correſpondant à une ſeconde de tems, & la diſtance de l'inſtant où la Terre & la Comète ſortent de la ſphère de commune attraction, à l'inſtant où le centre de gravité a traverſé l'écliptique. On connoît de plus toutes les parties des triangles C G D, T G *d* ; puiſque G C, G T ſont les diſtances déterminées §. 243 ; Fig. XIII.

Fig. XIII. que les angles TG*d*, CGD ſont ceux des derniers rayons vecteurs aux trajectoires relatives, avec la route du centre de gravité ſur le plan des mouvemens relatifs; que les angles GCD, GT*d* ſont ceux des derniers rayons vecteurs avec les dernières Tangentes aux orbites relatives; on concluera donc les quantités CD, GD, T*d*, G*d*; & comme d'ailleurs on connoît EG, & l'angle GEF, on connoîtra ED, E*d*, DF, *df*, CF, T*f*, EF, E*f*. A l'inſtant où la Terre & la Comète ſortent de la ſphère de commune attraction, le vrai lieu de la Terre eſt en T, & celui de la Comète eſt en C; & ſi ces corps euſſent toujours parcouru les trajectoires qu'ils vont déſormais décrire autour du Soleil, leurs orbites relatives rapportées au centre de gravité régardé comme immobile, ſeroient repréſentées par CF, T*f*; d'ailleurs leurs vîteſſes, ſuivant CF, T*f*, ſont égales à celles déterminées par le §. 253; ſi donc l'on diviſe reſpectivement les quantités T*f*, CF par les valeurs $n''$, $n''''$ du §. 253, on connoîtra les inſtans où la Terre & la Comète euſſent traverſé l'écliptique, ſi ces corps euſſent toujours parcouru les trajectoires qu'ils vont décrire autour du Soleil. On connoîtra pareillement pour ces inſtans, les points T′ où le plan des mouvemens relatifs coupe la perpendiculaire NT′*n* à l'ancienne ligne des nœuds de la Comète, puiſque ces points ſont ceux où la Terre ſe ſeroit trouvée ſi ſon orbite n'avoit point été troublée. Et comme ET′ eſt connu (§. 252), puiſqu'il eſt égal à $\frac{\Gamma' M'}{M + M'}$, on connoîtra les diſtances T′*f*, T′F des nœuds des nouvelles trajectoires de la Terre & de la Comète, aux points T′.

(261) Les conſtructions précédentes ne ſont pas ſeulement connoître le lieu des nœuds des nouvelles trajectoires de la Terre & de la Comète, elles déterminent encore les rayons vecteurs correſpondans aux

nœuds ; en effet, ſi des points T′, *f*, F, l'on mène au Soleil les rayons vecteurs T′S, *f*S, FS ; dans les triangles T′S*f*, T′SF, l'on connoîtra les côtés T′S ; ce ſont les rayons vecteurs de la Terre qui auroient eû lieu dans l'orbite non-troublée, aux inſtans où, dans l'hypothèſe des orbites troublées, la Comète & la Terre coupent le plan de l'écliptique ; on connoîtra de plus (§. 260) les droites T′*f*, T′F ; on connoîtra enfin les angles ST′*f*, ST′F, qui dépendent de l'angle des rayons ST′, avec l'ancienne ligne des nœuds de la Comète, & de l'angle de l'interſection ET′ du plan des mouvemens relatifs & de l'écliptique, avec la perpendiculaire à l'ancienne ligne des nœuds ; on concluera donc les angles T′S*f*, T′SF, qui détermineront la poſition de la ligne des nœuds, & les rayons vecteurs S*f*, SF correſpondans aux nœuds. Fig. XIII.

*De l'inclinaiſon ſur l'écliptique des plans des nouvelles orbites de la Terre & de la Comète autour du Soleil ; de l'angle des rayons vecteurs rapportés au Soleil, avec les Tangentes aux nouvelles orbites ; & des vîteſſes tangentielles dans les nouvelles orbites.*

(262) Pour déterminer l'inclinaiſon ſur l'écliptique, des plans des nouvelles orbites de la Terre & de la Comète autour du Soleil ; l'angle des rayons vecteurs avec les Tangentes aux nouvelles orbites ; & les vîteſſes tangentielles dans ces orbites ; examinons ce qui aura lieu pour la Comète, car il eſt évident que tout ce que nous dirons ſur la Comète s'appliquera à la Terre. Du lieu C de la Comète dans le plan des orbites relatives, abaiſſons deux perpendiculaires, l'une CH ſur l'interſection du plan des mouvemens relatifs & de l'écliptique, & l'autre CI ſur l'écliptique.

Fig. XIII. Soit

$\iota$ l'angle de la droite FC avec l'intersection de l'écliptique & du plan des mouvemens relatifs; il est connu par les calculs précédens;

I' l'inclinaison du plan des mouvemens relatifs sur l'écliptique.

Il est évident que d'après ces constructions la perpendiculaire CH aura pour expression $\frac{FC \text{ sin. } \iota}{r}$; que FH aura pour expression $\frac{FC \text{ cosin. } \iota}{r}$; que la perpendiculaire CI s'exprimera par $\frac{FC \text{ sin. } \iota \text{ sin. } I'}{r^2}$; & que la distance HI comprise entre le pied des deux perpendiculaires, aura pour expression $\frac{FC \text{ sin. } \iota \text{ cos. } I'}{r^2}$.

Il est pareillement évident que $\frac{FC \text{ sin. } \iota \text{ sin. } I'}{r^2}$ sera l'expression de l'espace relatif parcouru par la Comète dans le sens perpendiculaire à l'écliptique, pendant le tems que cette Comète auroit employé à parvenir à l'écliptique; que FI est le mouvement relatif correspondant de la Comète, dans le plan de l'écliptique; & que l'angle IFH est l'angle de l'intersection de l'écliptique & du plan des mouvemens relatifs, avec la direction du mouvement relatif de la Comète dans le plan de l'écliptique, rapporté au centre de gravité supposé immobile. Si donc l'on nomme

$\chi$ l'angle de la direction de ce mouvement relatif, avec l'intersection de l'écliptique & du plan des trajectoires relatives;

on aura

$$\text{Tang. } \chi = \frac{\text{cosin. I' tang. } \epsilon}{r}.$$

Mouvement relatif de la Comète dans le plan de l'écliptique, rapporté au centre de gravité supposé immobile, & correspondant à une seconde de tems

$$= \frac{n'''' \text{ cosin. } \epsilon}{\text{cosin. } \chi}.$$

Mouvement relatif de la Comète dans le sens de la perpendiculaire à l'écliptique

$$= \frac{n'''' \text{ sin. I' sin. } \epsilon}{r^2}.$$

On aura les expressions relatives à la Terre, en substituant dans les formules précédentes $n'''$ à $n''''$.

(263) Nous avons déterminé l'expression du mouvement absolu du centre de gravité dans le plan de l'écliptique & dans le sens perpendiculaire à l'écliptique (§. 246, 247 & 248); nous connoissons la direction de ce mouvement par rapport à la perpendiculaire à l'ancienne ligne des nœuds de la Comète (§. 248); Nous connoissons de plus pour le même plan le mouvement relatif de la Comète rapporté au centre de gravité supposé immobile (§. 262), ainsi que la direction de ce mouvement par rapport à des droites données de position; & comme les mouvemens absolus de la Comète dans l'espace, sont égaux à la somme des mouvemens absolus du centre de gravité dans l'espace, & des mouvemens relatifs de la Comète par rapport au centre de gravité supposé immobile; si l'on veut évaluer les mouvemens absolus de la Comète relativement aux trois directions suivantes, la ligne des nœuds de la nouvelle trajectoire, la perpendiculaire à la nouvelle ligne des nœuds, la perpendiculaire au plan de

l'écliptique, ſoit, en conſervant d'ailleurs toutes les définitions des §. précédens,

$$F = \frac{\frac{M'}{M+M'}\, n' \text{ cos. } A' \text{ cos. } I + \frac{M}{M+M'}\, n\, r \text{ cos. } A}{r \text{ cosin. } \vartheta};$$

$$G = \frac{M'}{M+M'} \times \frac{n' \text{ cosin. } A' \text{ sin. } I}{r^2};$$

$$H = \frac{n'''' \text{ cosin. } \varepsilon}{\text{cosin. } \chi}; \quad K = \frac{n'''' \text{ sin. } \varepsilon \text{ sin. } I'}{r^2}.$$

Soit de plus

- $\omega$ l'angle de l'interſection de l'écliptique & du plan des trajectoires relatives, avec la perpendiculaire à l'ancienne ligne des nœuds de la Comète;
- $\Psi$ l'angle de la nouvelle ligne des nœuds de la Comète avec l'ancienne ligne des nœuds;

on aura

Mouvement abſolu de la Comète dans le ſens de la nouvelle ligne des nœuds

$$= \frac{F \text{ sin. } (\vartheta - \Psi)}{r} + \frac{H \text{ sin. } (\chi + \omega - \Psi)}{r};$$

Mouvement abſolu de la Comète dans le ſens de la perpendiculaire à la nouvelle ligne des nœuds

$$= \frac{F \text{ cosin. } (\vartheta - \Psi)}{r} + \frac{H \text{ cosin. } (\chi + \omega - \Psi)}{r};$$

Mouvement abſolu de la Comète dans le ſens de la perpendiculaire au plan de l'écliptique $= G + K$.

(264) Nous pouvons maintenant déterminer l'inclinaiſon de la nouvelle orbite de la Comète ſur l'écliptique, l'angle du rayon vecteur avec la Tangente pour l'inſtant où la Comète eſt dans ſon nouveau nœud, & la vîteſſe tangentielle dans ſon orbite pour cet inſtant

inſtant, par les méthodes des §. 234, 235 & 236. On fera un ſemblable calcul pour la Terre.

*Détermination de la quantité Ω du §. 247.*

(265) Nous avons dit (§. 247), que pour donner aux méthodes précédentes toute l'exactitude dont elles ſont ſuſceptibles, il faut ajouter la quantité Ω à l'expreſſion du mouvement du centre de gravité dans le ſens de la ligne des nœuds de la Comète (§. 246); voici le fondement de cette aſſertion. En général nous avons ſuppoſé que l'orbite non altérée de la Terre étoit une ligne droite; dans le fait cette orbite eſt circulaire autour du Soleil; ſi donc les phénomènes des perturbations duroient quelque tems, il en réſulteroit une petite inexactitude dans les calculs. Il eſt facile d'obvier à cet inconvénient en donnant au ſyſtême des différens plans que nous avons conſidérés, un mouvement de paralléliſme, égal au ſinus verſe de l'arc décrit par la Terre autour du Soleil, pendant le tems dont il s'agit. On ſçait que le ſinus verſe d'un arc eſt égal au rayon moins le coſinus de l'arc; la différentielle du ſinus verſe eſt donc égal à moins la différentielle du coſinus, ou, ce qui revient au même, à la différentielle de l'arc multipliée par le ſinus de l'arc & diviſée par le rayon. Comme le mouvement dont il s'agit affecte tout le ſyſtême, il eſt indifférent de l'appliquer à un point quelconque, pourvu qu'il en réſulte le mouvement dont eſt queſtion, dans tout le ſyſtême. Pour la facilité des calculs, nous appliquerons ce mouvement au centre de gravité; ſoit donc

ζ l'arc que la Terre auroit décrit dans ſon orbite non troublée, pendant le temps que l'on conſidere;

» le mouvement de la Terre dans ſon orbite non troublée, correſpondant à une ſeconde de tems.

D'après les réflexions précédentes l'accroiſſement du ſinus verſe de l'arc décrit par la Terre autour du Soleil $= \frac{n \text{ ſin. } \zeta}{r}$ ; c'eſt la valeur de $\Omega$ du §. 247. Nous ſup-

Fig. XIII. poſerons auſſi la droite T'S égale à la diſtance de la Terre au Soleil dans l'orbite non troublée, à l'inſtant dont il s'agit.

*Application des théories précédentes à une Comète de 13000 lieues qui auroit une Maſſe égale à celle de la Terre.*

(266) Pour donner une idée plus diſtincte des théories précédentes, je vais appliquer le calcul à une Comète qui auroit une Maſſe égale à celle de la Terre, & qui, ſans l'action réciproque de la Terre & de la Comète, auroit approché de 13000 lieues de notre globe. Afin même de donner le plus grand effet poſſible aux attractions mutuelles, parmi toutes les Comètes qui pourroient approcher de 13000 lieues de notre globe, je choiſirai celle dont la trajectoire feroit un angle de 0° 43′ 10″ avec l'orbite de la Terre. Je ſuppoſerai de plus que le nœud de la Comète eſt dans 8ſ 7° 43′ 12″, & que la Comète couperoit l'orbite de la Terre dans le même point. Je ſuppoſerai enfin l'orbite rectiligne de la Terre perpendiculaire à la ligne des nœuds.

(267) Pour déterminer d'une manière plus préciſe les élémens de cette Comète hypothétique, je remarquerai que nous avons démontré (§. 126) que le coſinus de l'angle de la trajectoire de la Comète, conſidérée comme rectiligne, avec la trajectoire de la Terre, conſidérée pareillement comme rectiligne, a pour expreſſion coſ. $I \times \sqrt{\frac{D}{r}}$. D eſt la diſtance périhélie de la Comète, & I l'inclinaiſon du plan de

l'orbite de la Comète ſur l'écliptique. Par la ſuppoſition l'angle de la trajectoire de la Comète avec la trajectoire de la Terre eſt de 0° 43′ 10″ ; donc

cosin. $I \times \sqrt{\frac{D}{r}} =$ cosin. 0° 43′ 10″ ; cosin. $I =$ cos. 0° 43′ 10″ $\times \sqrt{\frac{r}{D}}$ ; d'où l'on voit que l'angle I eſt indéterminé, & dépend de la valeur que l'on ſuppoſera à D ; mais comme d'ailleurs on ne peut point ſuppoſer à D une valeur plus grande que $r$, puiſqu'autrement la Comète ne couperoit point l'orbite de la Terre, ſuppoſons $D = r$, & l'on aura $I = 0° 43′ 10″$. La Comète hypothétique aura donc les élémens ſuivans.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Nœud aſcendant ..... | 8ſ | 7° | 43′ 12″ |
| Périhélie ..... | 8 | 7 | 43 12 |
| Inclinaiſon de l'orbite ..... | | 0 | 43 10 |
| Diſtance périhélie ..... 101435. | | | |
| Sens du mouvement ... direct. | | | |

Comme d'ailleurs (§. 108) la diſtance de la Terre au nœud de cette Comète doit être de 30′, à l'inſtant où la Comète traverſe l'écliptique, pour que la Comète & la Terre puiſſent être un moment à la diſtance de 13000 lieues, nous ſuppoſerons qu'à l'inſtant où la Comète étoit dans le nœud, la Terre étoit dans 8ſ 8° 13′ 12″. D'après ces ſuppoſitions, on aura (§. 84) $T = 101435$, $R = 101435$, $b = 30′ 0″$, $b' = 0$, $A = 0$, $A' = 0$, $I = 0° 43′ 10$.

(268) Si l'on veut ſavoir à quel inſtant la Comète s'engageroit dans la ſphère de commune attraction, & que l'on ſuppoſe le rayon de cette ſphère, de 125,07 demi-diamètres de la Terre, on aura $A = 518,135$ parties telles que la moyenne diſtance de la Terre au Soleil, en contient 100000, & l'équation du §. 86 fait voir que la Comète s'engageroit

dans la ſphère de commune attraction 11h 57′ 3″ après le paſſage de la Comète par le nœud ; les diſtances reſpectives de la Comète & de la Terre, au centre commun de gravité, ſeroient alors de 259,068 parties ; le plan des mouvemens relatifs ſeroit un plan perpendiculaire à l'écliptique, & à la ligne des nœuds de la Comète. La route du centre de gravité ſur le plan des mouvemens relatifs, feroit un angle de 2° 26′ 20″ avec l'interſection de l'écliptique & du plan des mouvemens relatifs, & elle couperoit toujours cette dernière interſection, à une diſtance de 436, 33 parties du point où la Terre ſe ſeroit trouvée à l'inſtant dont il s'agit, ſi ſon orbite n'avoit point été troublée. Le mouvement du centre de gravité ſur le plan des mouvemens relatifs, ſeroit de 0, 0041264 parties, ou de 19525 pieds par ſeconde de tems ; les mouvemens relatifs de la Terre & de la Comète par rapport au centre de gravité, ſeroient pareillement de 0, 0041264 parties, ou de 19525 pieds par ſeconde ; l'angle des rayons vecteurs avec les Tangentes aux trajectoires relatives de la Terre & de la Comète, ſeroit de 175° 53′ 20″ ; & ces mêmes rayons vecteurs feroient des angles de 178° 19′ 40″ avec l'interſection du plan des mouvemens relatifs & de l'écliptique, & de 175° 53′ 20″ avec la route du centre de gravité ſur le plan des mouvemens relatifs. D'ailleurs le mouvement vrai du centre de gravité dans le ſens de la perpendiculaire à l'écliptique, ſeroit de 0, 0001768 parties pour une ſeconde de tems ; il ſeroit de 0, 0240337 parties pour le même tems, dans le ſens de la perpendiculaire à la ligne des nœuds.

### *Calcul des trajectoires relatives.*

(269) Nous pouvons maintenant calculer l'orbite relative, ſoit de la Terre, ſoit de la Comète, autour du centre de gravité. En effet, ſi dans l'expreſſion du paramètre du §. 150 nous ſuppoſons $V = 19525$

pieds, $\frac{R}{p} = 62,535$, $\delta = 3,774$ pieds, $\theta = 175° 53' 20''$,

on aura 2037220000 pieds pour valeur du paramètre de la Section. Maintenant si l'on réduit le rayon vecteur R en pieds, on aura R = 1225875000 pieds; on trouvera donc par les équations de la Section sixième, que les trajectoires relatives seroient des hyperboles dont le grand-axe = 7677030 pieds; la distance du foyer au centre de la Section = 88763600 pieds. Le grand-axe feroit avec le premier rayon vecteur un angle de — 90° 50' 16''; & comme ce premier rayon vecteur feroit un angle de 175° 53' 20'' avec la route du centre de gravité sur le plan des mouvemens relatifs, & de 178° 19' 40'' avec l'intersection du plan des mouvemens relatifs & de l'écliptique, le grand-axe feroit un angle de 85° 3' 4'' avec la route du centre de gravité sur le plan des mouvemens relatifs, & de 87° 29' 24'' secondes avec l'intersection du plan des mouvemens relatifs & de l'écliptique. La Terre & la Comète sortiroient de la sphère d'attraction, 1$^{jour}$ 22h 44' 27'' après le passage de la Comète par l'ancienne ligne des nœuds; pendant ce tems le centre de gravité parcourroit 694, 33 parties dans sa trajectoire rectiligne sur le plan des mouvemens relatifs; & à l'instant où la Comète sortiroit de la sphère d'attraction, le centre de gravité feroit à la distance de 694, 33 parties du point où la route rectiligne de ce centre de gravité sur le plan des mouvemens relatifs, couperoit l'écliptique.

*Calcul de la nouvelle orbite de la Comète.*

(270) Le dernier rayon vecteur G C de la trajectoire relative de la Comète feroit avec l'axe de l'hyperbole relative un angle de — 90° 50' 16'', & par conséquent un angle de 354° 12' 48'' avec la route du centre de gravité sur le plan des mouvemens Fig. XIII.

Fig. XIII. relatifs ; l'angle DGC ſeroit donc de 354° 12′ 48″ ; ou ſi l'on veut de 5° 47′ 12″ ; la dernière Tangente CD ſeroit d'ailleurs un angle de 4° 6′ 40″ avec ce rayon vecteur ; l'angle CDG de la dernière Tangente CD avec la route du centre de gravité, ſeroit donc de 350° 6′ 8″, ou ſi l'on veut, de 170° 6′ 8″. D'ailleurs le rayon vecteur GC. à l'orbite relative rapportée au centre de gravité, ſeroit de 259, 068 parties ; donc DC = 151, 96 ; GD = 108, 05 ; ED = 802, 38 ; & comme dans le triangle DEF, l'angle en E = 2° 26′ 20″, l'angle en D = 170° 6′ 8″, & l'angle en F = 7° 27′ 32″ ; on auroit DF = 263, 02 ; EF = 1062, 42 ; T′F = 626, 09, puiſque (§. 268) ET′ = 436, 33 ; & CF = DF − DC = 111, 06. La vîteſſe relative de la Comète par rapport au centre de gravité ſuppoſé immobile, ſeroit (§. 268) de 0, 0041264 ; il faudroit donc encore 26915″ de tems à la Comète pour gagner le plan de l'écliptique, & elle traverſeroit ce plan 2 jours 6h 13′ 2″ après ſon paſſage par ſon ancienne ligne des nœuds. Le lieu de la Terre, ſi ſon orbite n'avoit point été troublée, ſeroit à cet inſtant plus avancé de 2° 43′, 6883 que l'ancienne ligne des nœuds ; & comme T′F = 626, 09 parties, auxquelles répondent 21′, 524 dans l'orbite non troublée de la Terre, la nouvelle ligne des nœuds de la Comète feroit un angle de 3° 5′ 11″ avec l'ancienne ligne des nœuds.

(271) Puiſque le mouvement relatif de la Comète par rapport au centre de gravité ſuppoſé immobile = 0, 0041264 pour une ſeconde de tems, & que la direction de ce mouvement eſt ſuivant la droite CF qui fait un angle de 7° 27′ 32″, ou plutôt de 352° 32′ 28″, avec l'interſection du plan des mouvemens relatifs & de l'écliptique, on aura − 0, 0005356 pour l'expreſſion du mouvement relatif de la Comète dans le ſens de la perpendiculaire à l'écliptique, & 0, 0040914 pour le mouvement relatif de la Comète

dans le ſens de la perpendiculaire à l'ancienne ligne des nœuds ; ſi l'on ajoute à ces mouvemens relatifs, les mouvemens du centre de gravité ſuivant les mêmes directions (§. 268), on aura — 0, 0003588 pour l'expreſſion du mouvement vrai de la Comète dans le ſens perpendiculaire à l'écliptique ; + 0, 0281251 pour l'expreſſion du mouvement vrai de la Comète dans le ſens de la perpendiculaire à l'ancienne ligne des nœuds ; & (§. 265) + 0, 0009437 pour l'expreſſion du mouvement vrai de la Comète dans le ſens de l'ancienne ligne des nœuds. Donc le mouvement vrai de la Comète dans le plan de l'écliptique = 0, 0281408, & la direction de ce mouvement fait un angle de 1° 55′ 20″ avec la perpendiculaire à l'ancienne ligne des nœuds. Mais la nouvelle ligne des nœuds de la Comète (§. 270) fait un angle de 3° 5′ 11″ avec l'ancienne ligne des nœuds, & par conſéquent de 1° 9′ 51″ avec la direction du mouvement de la Comète dans le plan de l'écliptique ; donc le mouvement abſolu de la Comète dans le ſens de la nouvelle ligne des nœuds, correſpondant à une ſeconde de tems = — 0, 0005716 ; le mouvement abſolu de la Comète dans le ſens de la perpendiculaire à la nouvelle ligne des nœuds = 0, 0281350 ; le mouvement abſolu de la Comète dans le ſens de la perpendiculaire à l'écliptique = — 0, 0003588. Donc le plan de la nouvelle orbite de la Comète ſeroit incliné de 0° 43′ 51″ ſur l'ancienne orbite de la Terre ; le nœud aſcendant deviendroit nœud deſcendant ; le rayon vecteur de la Comète dans le nœud, ſeroit égal à 100033 ; l'angle du rayon vecteur avec la Tangente à l'orbite de la Comète ſeroit de 88° 50′ 10″, & la vîteſſe tangentielle pour cet inſtant ſeroit de 0, 0281430 par ſeconde de tems. Ces quantités ſubſtituées dans les formules de la Section ſixième feront connoître les dimenſions de la nouvelle orbite de la Comète.

*Calcul de la nouvelle orbite de la Terre.*

(272) Ce qu'il nous importe le plus de connoître ; ce ſont les perturbations qu'éprouveroit l'orbite de la Terre. On trouvera, par des calculs entiérement ſemblables à ceux des §. précédens, que la nouvelle orbite de la Terre ſeroit inclinée de 2° 4′ 10″ ſur l'ancienne orbite ; que ſon nœud ſeroit ſitué dans 8ſ 9° 20′ 21″ ; que ce nœud ſeroit aſcendant relativement à l'ancienne orbite ; que le rayon vecteur de la Terre dans le nœud, ſeroit égal à 101449, au lieu de 101435 dans l'ancienne orbite ; que l'angle du rayon vecteur avec la Tangente à l'orbite de la Terre, ſeroit de 89° 18′ 20″, au lieu de 89° 30′ 0″ ; que la vîteſſe tangentielle pour cet inſtant, ſeroit de 0,0197310, au lieu de 0, 0196893 dans l'écliptique ; que le lieu de l'aphélie ſeroit plus avancé d'environ 20° ; que l'excentricité ſeroit de 1620 parties, telles que la moyenne diſtance actuelle en contient 100000 ; que le demi grand axe ſeroit de 100441 parties ; & que la durée de la nouvelle année ſeroit de 367 jours 16h 4′ 48″.

## SECTION HUITIÈME.

*Recherches qui peuvent conduire à déterminer ſi la Lune a été primitivement une Comète qui ait circulé autour du Soleil.*

(273) C'ÉTOIT une opinion généralement reçue parmi les Arcadiens, que leurs Ancêtres avoient habité la Terre avant que cet Aſtre eût un Satellite. Cette opinion nous a été tranſmiſe par Lucien.

D'ailleurs, rien n'eſt plus formel que le paſſage d'Ovide à ce ſujet. A l'occaſion de l'Arcadie, ce Poëte s'exprime en ces termes dans ſes Faſtes ;

*Orta prior Lunâ, de ſe ſi creditur ipſi,*
*A magno Tellus Arcade nomen habet.*

Quelques Philoſophes frappés de ces autorités & de l'aſpect de la Lune vue au téleſcope, ont cru y découvrir les veſtiges d'un corps brûlé par le Soleil, & dont toute l'humidité avoit été tellement diſſipée, qu'il n'avoit point d'atmoſphère. Ils ont penſé en conſéquence que la Lune pouvoit bien être une Comète qui ayant paſſé très-près de la Terre après le périhélie, avoit été obligée de devenir ſon Satellite. Nous nous propoſons d'examiner ſi cette opinion eſt conforme aux Loix de la Méchanique.

*Des principes qui peuvent guider dans la queſtion dont il s'agit.*

(274) Pour nous guider dans la queſtion dont il s'agit, on ſe rappellera (§. 142) que pour déterminer ſi une trajectoire décrite par un projectile autour d'un centre de gravité, eſt une parabole, une hyperbole, ou une ellipſe, il faut déterminer au moyen de la proportion ſuivante,

$$E : a :: \sqrt{\left(R^2 - RP + \frac{p^2 r^2}{4 \sin^2 . \theta}\right)} : R,$$

ſi E égale, ſurpaſſe, ou eſt moindre que $a$. Si $E = a$ la trajectoire eſt une parabole; ſi E eſt moindre que $a$ la trajectoire eſt une ellipſe; ſi E ſurpaſſe $a$, la trajectoire eſt une hyperbole. On ſe rappellera également (§. 150) que P a pour expreſſion $\frac{V^2 R^2 \sin^2 . \theta}{r^2 \rho^2 \delta}$. Je renvoye aux §. 141, 146 & 149, pour avoir les définitions de $a$, E, R, $r$, P, $\theta$, V, $\rho$, $\delta$. La proportion précédente deviendra donc

$$E : a :: \sqrt{\left(R^2 - \frac{V^2 R^3 \sin^2 . \theta}{\rho^2 r^2 \delta} + \frac{V^4 R^4 \sin^2 . \theta}{4 \rho^4 r^2 \delta^2}\right)} : R.$$

(275) Il eſt bien évident que la Lune n'a pû être primitivement une Comète que la Terre ait obligée de devenir ſon Satellite, qu'autant que dans le

cas où après avoir ſubſtitué dans l'équation précédente, aux quantités R, V, $\theta$, $\rho$, $\delta$, leurs valeurs, il en a réſulté une expreſſion de E plus petite que $a$; puiſqu'en effet le phénomène n'a pu avoir lieu qu'autant que la courbe décrite par la Comète autour de la Terre, a pu être une courbe fermée, c'eſt-à-dire une ellipſe; il faut donc que $4\rho^2\delta$ ait pu ſurpaſſer $V^2R$.

Dans la diſcuſſion ſuivante, j'appellerai Comète parabolique, Comète hyperbolique, Comète elliptique, une Comète qui décrit une parabole, une hyperbole, une ellipſe autour du Soleil.

*Aucune Comète parabolique ou hyperbolique ne peut devenir Satellite de la Terre.*

(276) Dans l'expreſſion précédente $\rho$ eſt le rayon de la Terre; $\delta$ eſt la quantité de pieds qu'un corps grave parcourt pendant la première ſeconde de ſa chûte, à la ſurface de la Terre; R eſt la diſtance de la Comète au centre de la Terre, à l'inſtant où elle s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre; & V eſt la vîteſſe relative de la Comète par rapport à la Terre. Le premier membre de l'équation eſt conſtant. Le Problême ſera donc d'autant plus poſſible, que R & V ſeront des quantités plus petites; nous avons ſuppoſé $R = 125,07 \times \rho$; on peut voir (§. 187) les raiſons de cette détermination, & il ne paroît pas propoſable de le ſuppoſer plus petit; il eſt donc indiſpenſable que $\frac{4\rho\delta}{125,07}$ ſurpaſſe $V^2$; ou, ce qui revient au même, que $\frac{4 \times 1432,5 \times 13692 \times 15,098}{125,07}$ pieds ſurpaſſe $V^2$; ou enfin que V ſoit moindre que 2738 pieds.

(277) Ce premier calcul fait voir qu'aucune Comète parabolique, & à plus forte raiſon aucune Comète hyperbolique, ne peut devenir Satellite de la Terre. En effet nous avons vu (§. 100) que l'arc décrit

par la Terre dans ſon orbite pendant une ſeconde de tems, contient 0, 0199111 parties, telles que le rayon de l'orbite terreſtre en contient 100000; & que l'arc décrit par la Comète pendant le même tems dans ſon orbite parabolique rapportée au Soleil, lorſqu'elle eſt à la même diſtance du Soleil que la Terre, eſt de 0, 0281586 parties. Si donc l'on ſuppoſe les mouvemens de la Comète & de la Terre dans le même ſens, & cette ſuppoſition donne la plus petite valeur de V, on aura V = 0, 0082475 parties; mais (§. 18) chaque partie = 345, 58400 lieues = 345, 58400 × 13692 pieds; donc V = 39025 pieds; donc d'après cette première conſidération, aucune Comète parabolique ne peut devenir Satellite de la Terre; & à plus forte raiſon aucune Comète hyperbolique ne peut être forcée par la Terre de lui ſervir de Satellite, puiſque par les propriétés des trajectoires coniques, dans les Comètes hyperboliques la quantité V eſt plus grande que dans les Comètes paraboliques, à une même diſtance du centre des forces.

La Lune n'eſt donc point une Comète parabolique ou hyperbolique, que la Terre ait forcée à devenir ſon Satellite. Examinons maintenant l'hypothèſe d'une Comète elliptique.

*Dans quel cas une Comète elliptique pourroit devenir Satellite de la Terre.*

(278) En général il eſt évident qu'aucune Comète ne peut devenir Satellite de la Terre dans l'hypothèſe dont nous ſommes parti, qu'autant que cette Comète, au moment où elle s'engageroit dans la ſphère d'attraction de la Terre, ſeroit à l'extrêmité de la haute apſide de la trajectoire elliptique qu'elle tendroit à décrire autour de la Terre. Suppoſons en effet que la ſuppoſition précédente n'ait pas lieu, c'eſt-à-dire que la direction du mouvement, au lieu d'être perpendiculaire au rayon

vecteur, faſſe le plus petit angle avec lui ; il eſt aiſé de démontrer que quelque petite que ſoit la vîteſſe de la Comète lorſqu'elle s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre, elle ne peut y demeurer roujours. En effet, par la nature des ſections coniques, lorſqu'après avoir traverſé la ſphère d'atrraction de la Terre, la Comète ſe trouveroit à l'extrêmité de cette ſphère, c'eſt-à-dire à une diſtance de la Terre égale à celle où elle étoit lorſqu'elle a commencé à être ſoumiſe à l'action de notre globe, le rayon vecteur de la Comète ſeroit ſitué relativement à l'axe de la ſection conique, d'une manière ſemblable au rayon vecteur par lequel la Comète eſt entré dans la ſphère d'attraction. Les vîteſſes tangentielles ſeroient égales, leurs directions ſeroient ſeulement différentes. Dans le premier cas la vîteſſe tendoit à faire entrer la Comète dans la ſphère d'attraction de la Terre, dans le ſecond cas elle tendroit à l'en faire ſortir ; & comme par la ſuppoſition l'attraction de la Terre ceſſe d'agir à ce point, la Comète s'éloigneroit du centre de notre globe en vertu de cette viteſſe acquiſe.

(279) Pour déterminer d'une manière plus particulière les circonſtances qui feroient décrire une ellipſe autour de la Terre, à une Comète elliptique, dans l'hypothèſe du §. 184 ; je remarque que ſi l'on conſerve les définitions de $a$, E, R, $r$, P, $\theta$, $\rho$, $\delta$, V, des §. 141, 146 & 149, auxquels je renvoie ; puiſque la Comète doit pouvoir ſe trouver dans la haute apſide de l'ellipſe qu'elle doit décrire, à l'inſtant où elle eſt à l'extrêmité de la ſphère d'attraction ; la condition ſera exprimée par $a + E - R = 0$ ; $a$ & E ayant d'ailleurs pour expreſſions (§. 145)

$$a = \frac{2R^2 \sin^2.\theta}{4R\sin^2.\theta - Pr^2} ;$$

$$E = \frac{R.\sin.\theta}{4R\sin^2.\theta - Pr^2} \sqrt{\left(4R\sin^2.\theta\,(R-P) + P^2r^2\right)};$$

& R étant le rayon de la ſphère d'attraction de la Terre. On aura donc pour condition du Problême

$$(4\,R\,\text{ſin}^2.\,\theta - P\,r^2)\,P\,\text{coſin}^2.\,\theta = 0.$$

Ce qui donne trois conditions différentes ;

$$P = 0\ ;\ \text{coſin}.\,\theta = 0\ ;\ 4\,R\,\text{ſin}^2.\,\theta - P\,r^2 = 0.$$

(280) La condition $4\,R\,\text{ſin}^2.\,\theta - P\,r^2 = 0$, ne peut avoir lieu dans notre hypothèſe ; ce ſeroit le cas où $a$ & E ſeroient infinis, & où par conſéquent le rayon de la ſphère d'attraction de la Terre ſeroit infini.

La ſuppoſition de $P = 0$ donneroit une ellipſe dont le petit axe ſeroit nul, & qui ſe confondroit avec la ligne droite. Et comme d'ailleurs

$$r^2\,\rho^2\,\delta\,P - V^2\,R^2\,\text{ſin}^2.\,\theta = 0,$$

la vîteſſe relative de la Comète devroit être nulle, au moment où elle s'engageroit dans la ſphère de la Terre.

Examinons maintenant ce que donne la condition coſin. $\theta = 0$.

(281) Puiſque par la ſuppoſition coſin. $\theta = 0$ ; la direction du mouvement de la Comète doit être perpendiculaire au rayon vecteur, à l'inſtant où elle s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre, ainſi que nous l'avons déjà remarqué, & c'eſt la ſeule condition qu'exige l'analyſe. Le paramêtre peut donc être tout ce que l'on voudra ; & en effet, quel que ſoit le paramêtre, pourvu que ſin. $\theta = r$, on aura toujours $a \pm E - R = 0$ ; mais il y a une conſidération qui exclut ce nombre illimité de ſolutions ; il faut que la Comète puiſſe gagner la baſſe apſide de ſa trajectoire, ſans ſortir de la ſphère d'attraction de la Terre ; cette remarque fait voir que la dernière courbe qui ſatisfait au Problême, eſt le cercle dont le rayon ſeroit égal au rayon de la ſphère d'attraction de la Terre ; & comme dans le cercle $P = 2\,R$, l'équation $\rho^2\,\delta\,P - V^2\,R^2 = 0$, démontre que la vîteſſe relative de la Comète devroit être dans ce cas de 2176, 1 pieds par ſeconde de tems. Une

Comète elliptique ne peut donc devenir Satellite de la Terre dans nos ſuppoſitions, qu'autant qu'à l'inſtant où elle s'engageroit dans la ſphère d'attraction de la Terre, ſa vîteſſe relative ſeroit tout au plus de 2176,1 pieds par ſeconde, la direction de ſon mouvement étant d'ailleurs perpendiculaire au rayon vecteur mené de la Terre ; la courbe qu'elle décriroit alors ſeroit un cercle ſitué à l'extrêmité de la ſphère d'attraction.

(282) Si la vîteſſe relative de la Comète étoit plus grande que 2176,1 pieds par ſeconde, la Comète ne pourroit pas devenir Satellite de la Terre ; mais ſi cette vîteſſe étoit plus petite, elle pourroit décrire une ellipſe autour de notre globe, de ſorte cependant qu'à chacune de ſes révolutions elle paſſeroit à l'extrêmité de la ſphère d'attraction de la Terre.

*Remarque ſur l'hypothèſe du* §. 184, *relativement à la queſtion préſente.*

(283) Si l'hypothèſe dont nous ſommes parti (§. 184) étoit rigoureuſe, nos concluſions le ſeroient pareillement ; mais nous ne pouvons nous diſſimuler que dans cette hypothèſe l'on néglige de petites quantités, nulles, à la vérité, relativement aux queſtions que nous nous propoſions d'examiner alors, mais qui dans le point de paſſage dont il s'agit ici, pourroient être comparables à celles que nous conſidérons ; il nous eſt donc impoſſible de prononcer définitivement ſi une Comète elliptique, ayant tourné primitivement autour du Soleil, ne pourroit pas devenir Satellite de la Terre ; ce qu'il y a de sûr, c'eſt que dans le cas même où géométriquement parlant, l'impoſſibilité n'en paroîtroit point démontrée, la réunion des circonſtances qui devroient ſe rencontrer pour que cela eût lieu, eſt telle, que l'événement eſt contre toute probabilité. D'ailleurs cette Comète ne tiendroit preſque point à la Terre ; & lorſqu'elle ſe trouveroit dans ſa haute apſide, la plus petite force finie paroîtroit devoir l'en

détacher. En un mot, puiſque cette Comète ſeroit venu d'un point pris hors de la ſphère d'attraction de la Terre, & qu'elle auroit primitivement circulé autour du Soleil comme centre de ſes mouvemens, lorſque la ſuite des révolutions ramèneroit les mêmes poſitions reſpectives du Soleil, de la Terre & de la Comète, elle devroit ceſſer de tourner autour de la Terre & recommencer à circuler autour du Soleil.

*Application des principes précédens à la Lune.*

(284) Nous venons de diſcuter les raiſons qui doivent faire douter qu'une Comète elliptique puiſſe dans aucun cas devenir Satellite de la Terre; mais il s'en faut beaucoup, ce me ſemble, que relativement à la Lune, l'incertitude ſoit auſſi grande. La Lune eſt beaucoup en-deçà de la limite que nous avons donnée à la ſphère d'attraction de la Terre; ſa vîteſſe relative eſt beaucoup plus grande que 2176, 1 pieds par ſeconde de tems; elle paroît d'ailleurs fortement attachée à la Terre; ſes mouvemens calculés par les formules les plus rigoureuſes du Problême des trois corps, & pris dans un ordre rétrograde, ne préſentent aucune circonſtance où l'on puiſſe ſoupçonner qu'elle ſoit dans le cas de ceſſer de tourner autour de notre globe. Quand donc on auroit quelqu'incertitude ſur la poſſibilité du fait, relativement à des Comètes qui ſeroient à-peu-près dans le cas que nous avons diſcuté (§. 282), ces doutes ne pourroient pas, ſuivant moi, s'appliquer à la Lune.

(285) Il me paroît ſuivre évidemment de ce qui vient d'être dit, que la Terre ne peut eſpérer de nouveau Satellite. Certainement elle ne peut forcer aucune Comète parabolique ou hyperbolique à tourner autour d'elle; quand donc même on ne regarderoit point comme impoſſible l'hypothèſe du §. 281, elle ne pourroit eſpérer de nouveau Satellite qu'autant

qu'elle forceroit une Comète elliptique à s'attacher à elle. Mais une pareille Comète auroit nécessairement une orbite qui approcheroit dans beaucoup de points de celle de la Terre ; & elle n'auroit pas échappée aux observateurs.

(286) Si la Terre ne peut espérer de nouveau Satellite, elle ne doit pas craindre par la même raison de devenir Satellite d'une Comète. Son orbite pourroit être extrêmement altérée si cette Comète avoit une très-grande Masse ; mais la Terre continueroit d'avoir le Soleil pour centre de ses mouvemens.

*Remarque sur les Satellites de Jupiter & de Saturne.*

(287) Ce que nous avons dit de la Lune, s'applique également aux Satellites de Jupiter & de Saturne. Il y a même des raisons encore plus fortes pour ces Satellites, que pour la Lune ; ils sont, toute proportion gardée, beaucoup plus en-deçà de la limite des sphères d'attraction de ces Planètes, que la Lune même. D'ailleurs dans leur haute apside ils paroîtroient devoir tous remonter à-peu-près à une même distance de la Planète, c'est-à-dire, à l'extrêmité du rayon de la sphère d'attraction ; ce qui est contraire à ce que l'on observe. Tout me paroît donc écarter l'idée de regarder la Lune, & les Satellites de Jupiter & de Saturne, comme des Comètes, qui, ayant tourné primitivement autour du Soleil, ont été obligées, par notre globe, par Jupiter & par Saturne, de circuler autour d'eux ; du moins si l'on ne fait entrer en ligne de compte que la seule attraction. Examinons maintenant ce qui résulteroit de l'hypothèse dans laquelle on supposeroit qu'il y ait eû choc entre ces corps, ou qu'à l'approche de ces Planètes, les Comètes aient rencontré un fluide qui leur ait fait perdre une partie de leur mouvement.

*Examen*

*Examen de ce qui arriveroit, ſi à l'approche de la Planète, la Comète rencontroit un fluide qui lui fit perdre une partie de ſon mouvement.*

(288) Pour ſe former plus facilement l'idée de ce qui arriveroit, ſi à l'approche de la Planète, la Comète rencontroit un fluide qui lui fît perdre une partie de ſon mouvement; conſidérons ce qui auroit lieu ſi la Comète & la Planète tendoient à ſe rencontrer centre à centre. Soit *Bb* la direction relative du mouvement de la Comète & de la Planète, paſſant par le centre F de la Planète que je ſuppoſe ſuſceptible de pénétration; B le point par lequel la Comète entre dans la ſphère d'attraction de la Planète; *b* le point par lequel elle en ſort; *a a a a* une ſphère de fluide qui environne la Planète. A cauſe de l'attraction du corps F, la Comète ſera accélérée de B en F, de manière qu'elle pourra remonter en *b* en vertu de cette accélération. Au point *b* tout le mouvement acquis pendant la chûte B F, ſera détruit, & il ne reſtera à la Comète que le mouvement primitif qu'elle avoit en B, avec lequel elle continuera de ſe mouvoir comme ſi elle n'eût pas traverſé la ſphère d'activité du corps F; dans l'hypothèſe toutes fois qu'elle n'ait point rencontré de fluide qui lui ait fait perdre de ſon mouvement. Suppoſons maintenant que la Comète ait perdu de ſa vîteſſe par la rencontre du fluide qui environne la Planète. Dans ce cas la Comète arrivée au point *b*, continuera de ſe mouvoir avec une vîteſſe moindre que celle qu'elle avoit au point B, ſi la réſiſtance du milieu n'a pas été capable de détruire toute la vîteſſe qu'elle avoit au point B. Si au contraire, à cauſe de cette réſiſtance, elle n'a pu remonter en *b*, elle oſcillera quelque tems, juſqu'à ce que toute ſa vîteſſe ayant été détruite dans ſes différens paſſages par l'atmoſphère du corps F, elle retombera enfin ſur ce corps. Fig. XIV.

(289) Quoique j'aie ſuppoſé l'orbite relative rectiligne, il eſt évident que le même genre de démonſtration s'appliqueroit à une orbite relative curviligne. Dans chaque paſſage de la Comète par le fluide, où elle ſeroit ramenée à chaque révolution, elle perdroit de ſa vîteſſe tangentielle ; les grands-axes de ſes différentes orbites diminueroient de plus en plus, & elle retomberoit ſur la Planète, comme dans le premier cas.

*Examen de ce qui arriveroit ſi la Planète & la Comète venoient à ſe choquer.*

(290) Il faut examiner maintenant ce qui arriveroit ſi la Planète ſuppoſée dans un repos relatif, venoit à être choquée par la Comète. Soit P la Planète ; C la Comète ; D le point de contact ; CM la direction du mouvement relatif. Le mouvement ſuivant CM, ſe décompoſera ſuivant CD, DM ; le mouvement DM étant parallèle à la Tangente au point de contact, ne ſouffrira aucune altération. Quant au mouvement ſuivant DC, il ſe diſtribuera ſuivant les loix des colliſions. Si les corps P & C étoient parfaitement élaſtiques ; comme alors d'après les loix des chocs, les vîteſſes relatives ſeroient les mêmes avant & après le choc, il ne réſulteroit autre choſe de ce choc, qu'un changement de direction dans le mouvement relatif. Si au contraire les corps P & C étoient parfaitement durs, comme alors il y auroit perte de vîteſſe relative dans le ſens de la direction CD, le corps C pourroit reſter dans la ſphère d'attraction du corps P ; mais cette explication ne ſeroit guère ſatisfaiſante pour expliquer comment une Comète pourroit devenir Planète ſécondaire. En effet, dans le cas où le corps C ne ſortiroit point de la ſphère d'attraction du corps P ; en vertu des loix des forces centrales, à chacune de ſes révolutions, le corps C tendroit à paſſer par le point D ; il ſeroit donc perpétuellement ramené à

Fig. XV.

la ſurface du corps P, il devroit donc à la fin perdre tout ſon mouvement, par ces différens chocs, ou du moins prendre une orbite qui le fît toujours circuler à la ſurface du corps P.

(291) Si il ſe trouvoit des aſpérités à la ſurface des corps P & C, il pourroit réſulter un mouvement de rotation, du choc de ces corps, & une partie du mouvement ſeroit employée à produire cette rotation.

(292) Il me ſemble infiniment probable, & j'oſerois preſque dire, démontré, d'après ces réflexions, que la Lune n'eſt point une Planète qui ait circulé autour du Soleil; tout me paroît au contraire porter l'empreinte d'un arrangement primitif auſſi ancien que notre globe.

(293) Un des Philoſophes les plus illuſtres de notre Siecle, à qui l'Hiſtoire Naturelle a tant d'obligations, & qui a ſçu joindre aux raiſonnemens les plus profonds, le charme du ſtyle le plus brillant, frappé de voir que la Terre & les Planètes font leurs révolutions dans le même ſens & preſque dans le même plan, a ſuppoſé, pour rendre raiſon de ce phénomène, qu'elles ont été détachées en même tems du Soleil, par le choc d'une Comète; qu'une partie de la ſubſtance ſolaire a été lancée juſqu'à la diſtance de Saturne, & a formé Saturne & ſes Satellites; qu'une autre partie a été lancée à la diſtance de Jupiter, de Mars, de la Terre, de Vénus, de Mercure; & a formé Jupiter & ſes Satellites, Mars, la Terre & ſon Satellite, Vénus & Mercure. Rien n'eſt plus ingénieux que cette hypothèſe; voici cependant une objection tirée de la théorie des forces centrales, que j'oſe préſenter à l'illuſtre Auteur de ce ſyſtême, & que je ſoumets entiérement à ſes lumières. On ſçait que les orbites de Saturne, de Jupiter, de Mars, de la Terre, de Vénus & de Mercure ſont preſque circulaires; cette forme de trajectoires ſemble s'oppoſer à l'explication dont il s'agit. Suppoſons en effet, que les différentes Planètes ayent été lancées en maſſes, & telles qu'elles

exiſtent actuellement ; il eſt démontré par la théorie des forces centrales que dans cette hypothèſe, à chacune de leurs révolutions autour du Soleil, ces corps devroient paſſer préciſément par les mêmes points d'où ils ont été lancés ; & comme par la ſuppoſition ils ont été détachés d'une même partie du Soleil, ils devroient avoir des points de leurs orbites extrêmement voiſins les uns des autres ; de plus ces orbites devroient approcher très-près du Soleil dans le périhélie, puiſqu'anciennement ces points faiſoient partie du corps même du Soleil. On dira ſans doute que les Planètes n'ont point été lancées en maſſes ; que le fluide ſolaire, d'abord éparpillé par le choc de la Comète, s'eſt enſuite ſucceſſivement ramaſſé autour d'un centre d'attraction. Cette ſuppoſition ne paroît pas déranger les concluſions précédentes. Prenons en effet l'exemple de la Terre ; il eſt évident que toutes les parties du fluide, qui en ſe rapprochant auroient formé notre globe dans cette hypothèſe, n'auroient pas dû être fort éloignées du point qui forme actuellement le centre de la Terre ; autrement l'action du Soleil ſur un corpuſcule placé au-delà d'une certaine limite, l'auroit empêché de ſe réunir à la Terre ; & cette limite ne peut être infiniment plus grande que celle déterminée §. 190. On doit donc ce me ſemble, conſidérer cette maſſe de fluide comme circonſcrite dans une ſphère d'une étendue très-limitée, & l'on peut appliquer à ce ſyſtême particulier de corps, les loix générales du mouvement. Les actions qu'ils ont exercées les uns ſur les autres pour ſe réunir, n'ont donc point dû changer l'état du centre de gravité de ce ſyſtême particulier ; & tout ce que nous avons dit dans la ſuppoſition que les Planètes auroient été détachées en maſſe, paroît s'appliquer à l'hypothèſe préſente.

Je n'ai point eu égard dans les raiſonnemens précédens, à l'action de la partie du fluide ſolaire, qui, détachée du Soleil en même tems que les Planètes, ſeroit

retombée dans cet Aſtre. Cette conſidération pourroit peut-être ôter à ces raiſonnemens la rigueur d'une démonſtration géométrique. Il me paroît cependant contraire à toute probabilité, que cette circonſtance ait pu altérer les orbites des Planètes au point de les rendre toutes preſque circulaires, de très-excentriques qu'elles auroient été ſans cela. Cette remarque s'applique également aux orbites des Satellites, dont il ne paroît point que l'on explique la circularité & la direction dans le même ſens.

## SECTION NEUVIÈME.

*Des trajectoires que les Satellites de Jupiter, de Saturne & de la Terre, décriroient autour du Soleil, ſi la Terre, Saturne ou Jupiter, venoient à être anéantis tout-à-coup.*

(294) QUOIQUE la détermination des trajectoires que les Satellites de Jupiter, de Saturne & de la Terre décriroient autour du Soleil, ſi la Terre, Saturne ou Jupiter venoient à être anéantis tout-à-coup, ne paroiſſe pas tenir directement à l'objet dont nous nous ſommes occupés juſqu'ici; que d'ailleurs cette recherche ne puiſſe avoir aucune application dans la nature; elle m'a ſemblé cependant préſenter un motif de curioſité aſſez ſingulier pour ne pas la paſſer ſous ſilence. Je ſuppoſe à cet inſtant, l'action des différens Satellites les uns ſur les autres, infiniment petite relativement à celle du Soleil. Comme cette recherche dépend du nombre de pieds qu'un corps grave parcourroit à la ſurface du Soleil pendant la première ſeconde de ſa chûte, je vais m'occuper de cet objet.

*De la vîteſſe d'un corps grave à la ſurface du Soleil.*

(295) Nous avons donné (§. 156) l'expreſſion du

nombre $\delta$ de pieds que parcourt un corps grave pendant la première ſeconde de ſa chûte, à la ſurface d'une ſphère d'attraction, lorſque l'on connoît le rayon $\rho$ de cette ſphère d'attraction, la diſtance $a$ d'un corps qui circule autour de ce centre d'attraction, & le tems X que ce corps emploie à décrire ſa trajectoire. Cette formule va nous ſervir à réſoudre la queſtion propoſée.

Pour déterminer le nombre de pieds que parcourt un corps grave, à la ſurface du Soleil, il eſt naturel d'employer les élémens de la Terre, celle de toutes les Planètes dont nous connoiſſons le plus exactement la révolution ſidérale; elle eſt de 365, 256379 jours. Quant à la diſtance de la Terre au Soleil, il y a un peu plus de difficulté à ce ſujet; puiſque les Aſtronomes ne ſont point d'accord ſur cette diſtance. Pour donner au calcul la plus grande généralité dont il eſt ſuſceptible, nous appellerons $\pi$ la parallaxe du Soleil, évaluée en ſecondes de degrés, & $\rho'$ le rayon de la Terre évalué en pieds. Il eſt évident que dans cette hypothèſe, $\frac{360^\circ}{\pi}$ exprimera le nombre de fois que le rayon de la Terre eſt contenu dans la circonférence de l'orbite terreſtre; & que par conſéquent $\frac{360^\circ}{\pi}\rho'$ exprimera la circonférence de l'orbite de la Terre. Si donc l'on multiplie cette expreſſion par le rapport $\frac{n}{2m}$ du rayon à la circonférence du cercle, on aura $\frac{n}{m} \times \frac{180^\circ}{\pi}\rho'$ pour l'expreſſion de la diſtance de la Terre au Soleil. Si dans l'équation du §. 156 l'on ſubſtitue cette valeur à la quantité $a$; on aura

$$\delta = \frac{2n}{X^2} \times \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right)^3 \times \frac{\rho^3}{\rho^2 X^2} \lambda$$

Soit $\epsilon$ la valeur moyenne du demi-diamètre du Soleil, évalué en degré ;

puiſqu'évidemment $\rho : \rho' :: \epsilon : \pi$, l'équation précédente deviendra

$$\delta = \frac{2n}{m} \times \frac{(180^\circ)^3 \times \rho'}{\pi \epsilon^2 X^2} ;$$

$$d\delta = -\frac{\delta\, d\pi}{\pi}.$$

(296) Dans les équations du §. 295 nous ſuppoſerons $\epsilon = 15' 58'', 75$ ; $\rho' = 19613800$ pieds ; $X = 365,256379 \times 86400''$ ; $\pi = 8'', 55$ ; & l'on aura

$$\delta = 434, 08 \text{ pieds.}$$

Maintenant ſi l'on entend par $d\delta$ la variation de la vîteſſe du corps grave exprimée en pieds ; par $d\pi$ l'incertitude de la parallaxe du Soleil exprimée en centièmes de ſecondes de degré, on aura

$$d\delta = -0, 5077\, d\pi.$$

(297) Nous pouvons maintenant réſoudre les queſtions propoſées ; nous commencerons par Jupiter, dont les quatre Satellites offrent une plus grande variété dans les réſultats.

*Des trajectoires que les Satellites de Jupiter décriroient autour du Soleil, ſi Jupiter venoit à être anéanti tout-à-coup.*

(298) On ſçait que la moyenne diſtance de Jupiter au Soleil, eſt à la moyenne diſtance de la Terre au Soleil, comme 5, 201 eſt à 1. On ſçait auſſi que cette Planète eſt accompagnée de quatre Satellites, qui circulent à des diſtances inégales. La diſtance du premier Satellite au centre de Jupiter, exprimée en demi-diamètres de Jupiter pris dans le ſens de ſon petit-axe, eſt de 6, 424 ; ſa révolution relativement aux étoiles, eſt de $1^{\text{jour}}\ 18^{\text{h}}\ 27'\ 33''$ ou de $152853''$ de tems. La diſtance du ſecond Satellite au centre de Ju-

piter eſt de 10, 192 demi-diamètres ; ſa révolution eſt de $3^{jours}\ 13^h\ 13'\ 42''$ ou de $306822''$ de tems. La diſtance du troiſième Satellite eſt de 16, 306 demi-diamètres de Jupiter ; ſa révolution eſt de $7^{jours}\ 3^h\ 42'\ 33''$ ou de $618153''$. La diſtance du quatrième Satellite eſt de 28, 678 demi-diamètres ; ſa révolution eſt de $16^{jours}\ 16^h\ 32'\ 8''$ ou de $1441928''$ de tems. D'ailleurs le demi petit-axe de Jupiter eſt au demi-diamètre de la Terre vû à une même diſtance, comme 10, 581 eſt à 1.

(299) Si Jupiter venoit tout-à-coup à être anéanti, & que l'action des Satellites les uns ſur les autres, fût infiniment petite relativement à l'attraction du Soleil, il eſt évident que chacun des Satellites commenceroit à décrire une nouvelle trajectoire autour du Soleil, & que cette trajectoire ſeroit une ſection conique. Mais cette trajectoire ſeroit-elle parabolique, hyperbolique ou elliptique ? c'eſt ce qu'il s'agit d'examiner. En général cela dépendroit du point où le Satellite ſe trouveroit dans l'orbite qu'il décrit actuellement autour de Jupiter. Il faut donc déterminer à quel point de l'orbite actuelle du Satellite, la nouvelle trajectoire autour du Soleil ſeroit une parabole ; car cette courbe étant le paſſage de l'hyperbole à l'ellipſe, on aura par-là une idée nette de ce qui arrivera dans tous les points de l'orbite.

(300) Soit

$a$ le demi grand axe d'une ſection conique ;
E la diſtance du foyer au centre de la ſection ;
R le rayon vecteur ;
P le paramêtre ;
$\theta$ l'angle de la Tangente à la courbe, avec le rayon vecteur ;
$u$ l'angle du rayon vecteur avec le grand-axe ;
$r$ le rayon du cercle ſur lequel cet angle eſt meſuré ;
V la vîteſſe tangentielle ;
$\rho$ le rayon de la ſphère attirante ;

$\mathfrak{s}$ le nombre de pieds qu'un corps grave parcourt pendant la première seconde de sa chûte à la surface de la sphère attirante.

Il suit de ce qui a été démontré dans la Section sixième, que dans le cas de la parabole $a = E$, & que par conséquent (§. 145) $4 R \sin^2. \theta - P r^2 = 0$; d'ailleurs (§. 150) $P = \frac{V^2 R^2 \sin^2. \theta}{r^2 \rho^2 \mathfrak{s}}$; donc

$$4 \rho^2 \mathfrak{s} - V^2 R = 0.$$

Dans cette équation, R est le rayon vecteur mené du Satellite au Soleil; V est la vîtesse du Satellite relativement au Soleil; $\rho$ est le demi-diamètre du Soleil; & $\mathfrak{s}$ est le nombre de pieds qu'un corps grave parcourroit à la surface du Soleil pendant la première seconde de sa chûte.

(301) Pour déterminer R & V en dimensions de l'orbite du Satellite de Jupiter; soit Fig. XVI.

D la distance TS de Jupiter au Soleil;

R′ le rayon TL de l'orbite circulaire du Satellite de Jupiter autour de cette Planète; A est le point supérieur de cette orbite relativement au Soleil; & L est le point où se trouve le Satellite;

$u'$ l'angle AL qu'il a parcouru dans son orbite depuis son passage par le point A.

Il est évident que le Satellite au point L a deux mouvemens différens; l'un qui lui est commun avec Jupiter autour du Soleil, & que je représenterai par LN; l'autre qui résulte de son mouvement autour de Jupiter, & que je représenterai par LM. Il a donc relativement au Soleil, le mouvement LB diagonale du parallélograme LMBN. Du point L j'abaisse sur le prolongement de BM la perpendiculaire LK; soit

$v$ la vîtesse de Jupiter autour du Soleil;

$v'$ la vîtesse du Satellite dans son orbite.

Fig. XVI. Puiſque la trajectoire du Satellite autour de Jupiter eſt circulaire, & que ML eſt Tangente à cette trajectoire, dans le triangle LMK rectangle en K, l'angle en M eſt égal à l'arc AL traverſé par le Satellite dans ſon orbite depuis ſon paſſage par le point A; d'ailleurs LM eſt la vîteſſe du Satellite dans ſon orbite; donc $MK = \frac{v' \text{ coſin. } u'}{r}$; $LK = \frac{v' \text{ ſin. } u'}{r}$. De plus $BM = LN$ eſt la vîteſſe $v$ commune au Satellite & à Jupiter; BL eſt la vîteſſe V du Satellite, par rapport au Soleil; donc

$$V^2 = v^2 + v'^2 + \frac{2 v v' \text{ coſin. } u'}{r}.$$

(302) Maintenant du point L ſi l'on abaiſſe ſur la droite STA la perpendiculaire LQ, que l'on nomme $R'$ le rayon TL, R le rayon SL, D la diſtance TS de Jupiter au Soleil, & que l'on conſerve les définitions précédentes; dans le triangle TQL rectangle en Q, on aura $QL = \frac{R' \text{ ſin. } u'}{r}$; $QT = \frac{R' \text{ coſin. } u'}{r}$, & par conſéquent $R^2 = D^2 + \frac{2 R' D \text{ coſin. } u'}{r} + R'^2$.

(303) Si l'on porte ces valeurs de $R^2$ & $V^2$ dans l'équation $4 p^2 \delta - V^2 R = 0$, elle deviendra

$$4 p^2 \delta = \left(v^2 + v'^2 + \frac{2 v v' \text{ coſ. } u'}{r}\right)\left(D^2 + R'^2 + \frac{2 R' D \text{ coſ. } u'}{r}\right).$$

On trouvera donc les points où devroit ſe trouver le Satellite dans ſon orbite, pour que ſa nouvelle trajectoire autour du Soleil fût une parabole.

(304) L'équation du §. précédent ſeroit par rapport à $u'$, une équation du troiſième degré dont deux des racines ſeroient imaginaires. Quoique cette ſolution n'ait rien d'embarraſſant, on peut cependant ſimplifier encore la queſtion. En effet comme la diſtance de

Jupiter au Soleil eſt extrêmement grande relativement à la diſtance des Satellites à Jupiter, la quantité ſous le ſigne radical pourra ſans erreur ſenſible ſe réduire à $D^2$ ; on aura alors Fig. XVI.

$$4\rho^2\delta - Dv^2 - Dv'^2 - \frac{2Dvv'\text{ coſin. }u'}{r} = 0 ;$$

d'où l'on tire

$$\text{coſin. }u' = \frac{2\rho^2\delta r}{Dvv'} - \frac{vr}{2v'} - \frac{v'r}{2v} .$$

(305) Non-ſeulement on déterminera l'eſpèce de la trajectoire, on aura de plus la trajectoire individuelle décrite par le Satellite autour du Soleil. En effet nous avons vu que le rayon vecteur du Satellite rapporté au Soleil, à l'inſtant où il commenceroit à décrire ſa nouvelle trajectoire, a pour expreſſion (§. 302)

$$R = \sqrt{\left(D^2 + R'^2 + \frac{2R'D\text{ coſin. }u'}{r}\right)} ;$$

de plus (§. 301) ſa vîteſſe tangentielle s'exprime par

$$V = \sqrt{\left(v^2 + v'^2 + \frac{2vv'\text{ coſin. }u'}{r}\right)} ;$$

d'ailleurs on connoîtra l'angle BLH du rayon vecteur LS avec la Tangente BL à la nouvelle orbite ; car cet angle eſt égal à la ſomme des angles BLK, KLH. D'après les conſtructions précédentes l'angle BLK a évidemment pour expreſſion de ſa Tangente,

$$\frac{r \times BK}{KL} = \frac{r^2 v + rv'\text{ coſin. }u'}{v'\text{ ſin }u'} .$$

Quant à l'angle KLH, il eſt égal à l'angle TSL, qui a pour expreſſion de ſa Tangente

$$\frac{r \times QL}{QS} = \frac{rR'\text{ ſin. }u'}{Dr + R'\text{ coſin. }u'} ;$$

donc (Trigonométrie rectiligne)

$$\text{Tang. BLH} = \frac{Dr(rv + v'\text{ cos. }u') + R'r(rv' + v\text{ cos. }u')}{(Dv' - R'v)\text{ ſin. }u'} .$$

Fig. XVI. On connoîtra donc par les formules de la Section ſixième, toutes les dimenſions de la nouvelle trajectoire décrite autour du Soleil.

(306) Nous remarquerons ici un cas ſingulier, celui où l'angle B L H ſeroit nul, & où par conſéquent le Satellite tomberoit en ligne droite dans le Soleil; on auroit alors

$$D\,(r\,v + v'\,\text{coſin.}\,u') + R'\,(r\,v' + v\,\text{coſin.}\,u') = 0.$$

d'où l'on tire

$$\text{coſin.}\,u' = -\frac{r\,(D\,v + R'\,v')}{D\,v' + R'\,v}.$$

*Application du calcul aux Satellites de Jupiter.*

*Premier Satellite.*

(307) Si l'on applique ce calcul au premier Satellite de Jupiter, & que l'on parte du point de l'orbite du Satellite, qui répond à l'oppoſition relativement au Soleil; on verra que ſi Jupiter venoit tout-à-coup à être anéanti, le premier Satellite décriroit une trajectoire hyperbolique autour du Soleil, ſi il ſe trouvoit dans toute la partie ſupérieure de ſon orbite autour de Jupiter; il décriroit une parabole, ſi il ſe trouvoit à 104° 40′ 20″ de l'oppoſition. Dans toute la partie inférieure de ſon orbite, diſtante de plus de 104° 40′ 20″ de l'oppoſition, ſa nouvelle trajectoire ſeroit une ellipſe; de ſorte cependant qu'entre 104° 40′ 20″ & 140° 59′ 40″ de diſtance de l'oppoſition, la nouvelle trajectoire autour du Soleil, ſeroit directe; & que par-delà 140° 59′ 40″ la trajectoire ſeroit rétrograde. A 140° 59′ 40″ le Satellite tomberoit en ligne droite dans le Soleil.

*Second Satellite.*

(308) Si l'on part, comme dans le §. précédent, du point de l'orbite du Satellite qui répond à l'oppo-

ſition relativement au Soleil ; le ſecond Satellite décriroit une trajectoire hyperbolique autour du Soleil, ſi il ſe trouvoit dans toute la partie ſupérieure de ſon orbite. Il décriroit une parabole, ſi il ſe trouvoit à 91° 1′ 40″ de l'oppoſition. Dans la partie inférieure de ſon orbite, diſtante de plus de 91° 1′ 40″ de l'oppoſition, ſa nouvelle trajectoire autour du Soleil ſeroit une ellipſe ; de ſorte cependant qu'entre 91° 1′ 40″ & 169° 22′ 40″ de diſtance de l'oppoſition, la trajectoire ſeroit directe ; que par-delà 169° 22′ 40″, la trajectoire ſeroit rétrograde ; & qu'à 169° 22′ 40″ de diſtance de l'oppoſition, le Satellite tomberoit en ligne droite dans le Soleil.

*Troiſième Satellite.*

(309) Relativement au troiſième Satellite ; ſi il ſe trouvoit dans la partie ſupérieure de ſon orbite, ſa nouvelle trajectoire autour du Soleil ſeroit une hyperbole ; elle ſeroit une parabole, à 77° 30′ 10″ de diſtance de l'oppoſition. Par-delà 77° 30′ 10″, & dans toute la partie inférieure de l'orbite, la nouvelle trajectoire ſeroit une ellipſe ; mais elle ſeroit toujours directe, & le Satellite ne pourroit point tomber en ligne droite dans le Soleil.

*Quatrième Satellite.*

(310) A 58° 49′ 20″ de diſtance de l'oppoſition ; la nouvelle trajectoire de ce Satellite autour du Soleil, ſeroit une parabole. Dans la partie ſupérieure de l'orbite elle ſeroit une hyperbole ; & dans la partie inférieure, elle ſeroit une ellipſe. Dans le cas où la trajectoire ſeroit une ellipſe, elle ne pourroit être que directe ; & le Satellite ne pourroit point tomber en ligne droite dans le Soleil.

*Application du calcul à la Lune.*

(311) Le mouvement de la Lune dans ſon orbite autour de la Terre, eſt au mouvement de la Terre autour du Soleil, à-peu-près dans le rapport de 3292 à 95085. Il eſt donc évident que dans toutes les poſitions de la Lune, ſoit que l'on ajoute ſon mouvement à celui de la Terre, ſoit qu'on l'en ſouſtraie, la vîteſſe réſultante de la Lune relativement au Soleil, ne peut différer beaucoup de celle de la Terre; il en eſt de même de l'angle de la Tangente avec le rayon vecteur. La trajectoire de la Lune ſeroit donc dans tous les cas, une trajectoire elliptique, dont les dimenſions différeroient peu de celles de l'orbite de la Terre.

*Remarque relative aux Satellites de Saturne.*

(312) Comme les plans des orbites des quatre premiers Satellites de Saturne, ſont inclinés d'environ 30° ſur l'écliptique de cette Planète, & que le plan de l'orbite du cinquième Satellite eſt incliné de 15°; le Problême eſt plus compliqué que pour les Satellites de Jupiter, dont à cauſe de leurs très-petites inclinaiſons, nous avons ſuppoſé les orbites couchées ſur l'écliptique de la Planète. Indépendamment du point de l'orbite où ſe trouveroit le Satellite, il faudroit encore connoître la poſition actuelle des nœuds du Satellite, relativement à la ligne qui joint les centres du Soleil & de Saturne. Cette conſidération ajouteroit une nouvelle indétermination au Problême, ſi on vouloit le réſoudre dans toute ſa généralité. Mais quoique plus compliqué quant au calcul, il n'en ſeroit pas moins dans le cas d'être réſolu par des méthodes analogues à celles dont on a fait uſage par les Satellites de Jupiter. On parviendroit ſeulement à des équations d'un degré plus élevé. En effet il ne ſeroit queſtion que de projetter l'orbite du Satellite autour de Saturne ſur le

plan de l'écliptique de Saturne ; cette projection donneroit une ellipſe. Il faudroit enſuite déterminer la vîteſſe correſpondante à chacun des points de la projection. Il faudroit enfin calculer dans quelle circonſtance la vîteſſe dans la courbe de projection, combinée avec la vîteſſe du Soleil, commune à Saturne & au Satellite, donneroit une courbe parabolique pour la projection de la nouvelle trajectoire décrite autour du Soleil ; car cette projection ſeroit évidemment une parabole, dans les mêmes circonſtances que la nouvelle trajectoire du Satellite autour du Soleil.

(313) On voit maintenant à quoi tient la complication du Problême relativement à Saturne ; elle réſulte de ce qu'il faut calculer dans l'ellipſe, pluſieurs quantités que nous avons calculées dans le cercle relativement à Jupiter. Il me ſuffit d'indiquer la route qu'il faudroit ſuivre pour réſoudre ce Problême, dont la ſimplicité dans l'analyſe a fait ſeule le mérite, relativement aux Satellites de Jupiter. Je remarquerai ſeulement que le cinquième Satellite de Saturne ne pourroit jamais décrire qu'une orbite elliptique autour du Soleil.

*Des conditions qui doivent avoir lieu pour qu'un corps lancé puiſſe circuler autour d'une ſphère d'attraction à la manière des Satellites.*

(314) Pour qu'un corps puiſſe circuler autour d'un centre d'attraction à la manière des Satellites, il eſt évident qu'il doit y avoir une relation entre le rayon de la ſphère d'attraction, le nombre de pieds qu'un corps parcourt à la ſurface de cette ſphère, pendant la première ſeconde de ſa chûte, la vîteſſe du corps lancé, la direction de ſon mouvement, & ſa diſtance au centre de la ſphère d'attraction ; autrement le projectile pourroit ne pas décrire une courbe fermée autour du centre d'attraction, ou bien même l'épaiſſeur de la ſphère

pourroit s'oppoſer à ſon mouvement ; je vais déterminer cette relation.

(315) Si l'on conſerve les définitions du §. 300, & que l'on nomme de plus

$\rho y$ la diſtance du corps lancé, au centre de la ſphère d'attraction ;

on voit d'abord que la diſtance à laquelle le projectile pourroit être lancé ſans devenir Satellite de la ſphère d'attraction, eſt celle où la trajectoire ceſſeroit d'être une courbe fermée, & commenceroit à avoir des branches infinies ; on auroit donc (§. 300) $E = a$ ; d'ailleurs ſi l'on jette les yeux ſur les expreſſions de E, de $a$ & de P des §. 142 & 150, & que l'on ſubſtitue dans ces équations $\rho y$ à R, on aura pour une des limites du Problême,

$$y = \frac{4\rho\delta}{V^2}.$$

C'eſt le cas où la trajectoire ſeroit une parabole.

(316) Le cas où le projectile décriroit une courbe circulaire, ſeroit celui où l'on auroit à la fois $E = 0$, ſin. $\theta = r$, & $P - 2R = 0$ ; d'où l'on tire

$$y = \frac{2\rho\delta}{V^2}.$$

(317) Pour déterminer maintenant le cas où l'épaiſſeur de la ſphère s'oppoſeroit à la deſcription de la trajectoire entière, je remarque que le projectile ne peut décrire ſa trajectoire entière, qu'autant que la diſtance du projectile parvenu à l'apſide inférieure, eſt au moins égale au rayon de la ſphère d'attraction ; on doit donc avoir $a - E = \rho$. D'ailleurs on a généralement $R = \rho y$ ; ſi donc l'on ſubſtitue ces valeurs dans les équations des §. 145 & 150, on aura

$$(4\rho^2 r^2 \delta^2 - 4\rho\delta V^2 y \text{ ſin}^2.\theta + V^4 y^2 \text{ ſin}^2.\beta) y^2$$
$$- r^2 (2\rho\delta y + V^2 y - 4\rho\delta)^2 = 0.$$

D'où l'on voit que l'on pourroit déterminer généralement

lement la queſtion, quelle que ſoit la direction du mouvement, lors du point de départ ; mais on auroit à réſoudre une équation du quatrième degré. Parmi ces ſolutions, remarquons le cas particulier où ſinus $\theta = r$, c'eſt-à-dire celui où le corps ſeroit lancé perpendiculairement au rayon vecteur ; l'équation précédente ſe décompoſera alors dans les deux ſuivantes ;

$$y^2 + y - \frac{4\rho\delta}{V^2} = 0 \; ; \; y^2 - y - \frac{4\rho\delta y}{V^2} + \frac{4\rho\delta}{V^2} = 0 \; ;$$

d'où l'on tire

$$y = -\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{16\rho\delta}{V^2} + 1\right)} \; ;$$

$$y = -\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{16\rho\delta}{V^2} + 1\right)} \; ;$$

$$y = 1 \; ;$$

$$y = \frac{4\rho\delta}{V^2} \; ;$$

De ces quatre valeurs, la première ſeule appartient véritablement à la queſtion. Quant aux autres valeurs, ce ſont des ſolutions purement analytiques, qui ſe trouvent exclues par des conſidérations particulières. En effet j'ai ſuppoſé $a - E = \rho$ ; E contient un radical dans ſon expreſſion ; cette première ſuppoſition n'a donc pu être ſéparée de la ſuivante, $a + E = \rho$. D'ailleurs analitiquement rien ne néceſſite $a$ à être plus grand ou plus petit que E, quoique cette ſeconde ſuppoſition ne puiſſe avoir lieu pour l'ellipſe. Telle eſt l'origine des quatre valeurs de $y$.

(318) Si l'on applique le calcul à Jupiter, & que l'on ſuppoſe un projectile lancé perpendiculairement au rayon vecteur, avec la plus petite vîteſſe relative qu'une Comète parabolique puiſſe avoir à cette diſtance du Soleil, on verra que le projectile ne pourroit décrire ſa trajectoire entiere autour de Jupiter, qu'autant qu'il ſeroit lancé à une diſtance du centre

de cette Planète, égale à 10, 611 demi-petits-axes de la Planète; si le projectile étoit lancé à une distance de 61, 70 demi-petits-axes, avec la même vîtesse que ci-dessus, il décriroit un cercle; si il étoit lancé à une distance 125, 20 demi-petits-axes, il décriroit une parabole.

(319) On prouveroit de même que par rapport à Saturne, un projectile lancé perpendiculairement au rayon vecteur, avec la plus petite vîtesse relative qui puisse convenir à une Comète parabolique, ne décriroit sa trajectoire entière autour de Saturne, qu'autant qu'il seroit lancé à une distance plus grande que 8, 462 demi-diamètres de la Planète; le projectile décriroit un cercle, si il étoit lancé à la distance de 40, 036 demi-diamètres. Il décriroit une parabole, si il étoit lancé à la distance de 80, 072 demi-diamètres de Saturne.

## SECTION DIXIEME.

*De l'usage de quelques équations démontrées précédemment, pour calculer les lieux apparens d'une Comète, d'après ses élemens supposés connus; & les élémens d'après les lieux observés.*

(320) JE terminerai cet Ouvrage par indiquer l'usage de quelques équations démontrées précédemment, pour calculer les lieux apparens d'une Comète, d'après ses élémens supposés connus; & les élémens d'après les lieux observés. Le premier Problême ne présente aucune difficulté; quant au second, on sçait que M. Newton le regardoit comme un des plus difficiles de l'Astronomie sphérique. Je me propose de faire voir à quoi tient la difficulté du Problême considéré

du côté de l'analyſe, en donnant toutes les équations qui pourroient ſervir à le réſoudre généralement.

*Détermination des lieux apparens d'une Comète, d'après ſes élémens ſuppoſés connus.*

(321) Soit R le rayon vecteur de la Comète à un inſtant quelconque ;

I l'angle d'inclinaiſon du plan de l'orbite de la Comète ſur l'écliptique ;

$u$ l'angle du rayon vecteur de la Comète avec la ligne des nœuds ; cet angle doit être compté ſur le plan de l'orbite de la Comète, en partant du nœud aſcendant, & en allant dans le ſens du mouvement de la Comète ;

D la diſtance périhélie de la Comète ;

$\beta$ la longitude du nœud aſcendant moins la longitude du périhélie, ſi la Comète eſt directe ; ou la longitude du périhélie moins la longitude du nœud aſcendant, ſi la Comète eſt rétrograde ;

T le rayon vecteur de la Terre ;

$u'$ l'angle du rayon vecteur de la Terre avec la ligne des nœuds ; cet angle doit être compté ſur l'écliptique, en partant du nœud aſcendant de la Comète ;

$\Delta$ la diſtance de la Comète à la Terre ;

X le nombre de ſecondes de tems que la Comète emploie à parvenir du périhélie, à l'extrêmité du rayon R ;

$\rho$ le rayon de la ſphère du Soleil ;

$g$ le nombre de pieds qu'un corps grave parcourt à la ſurface du Soleil, pendant la première ſeconde de ſa chûte.

Nous avons démontré (§. 63) que ſi du lieu de la

Comète dans le plan de ſon orbite, on abaiſſe une perpendiculaire ſur la ligne des nœuds, cette perpendiculaire aura pour expreſſion $\frac{R \text{ ſin. } u}{r}$; & que la diſtance du Soleil au point où la ligne des nœuds eſt coupée par cette perpendiculaire, s'exprime par $\frac{R \text{ coſin. } u}{r}$. Par la même raiſon, ſi du lieu de la Terre dans l'écliptique, on abaiſſe une perpendiculaire ſur la ligne des nœuds, cette perpendiculaire aura pour expreſſion $\frac{T \text{ ſin. } u'}{r}$, & la diſtance du Soleil au point où la ligne des nœuds eſt coupée par cette perpendiculaire, s'exprime par $\frac{T \text{ coſ. } u'}{r}$; d'ailleurs la perpendiculaire abaiſſée de la Comète ſur le plan de l'écliptique, aura pour expreſſion $\frac{R \text{ ſin. } u \text{ ſin. } I}{r^2}$; & la diſtance perpendiculaire de la projection de la Comète ſur l'écliptique, à la ligne des nœuds, s'exprimera par $\frac{R \text{ ſin. } u \text{ coſin. } I}{r^2}$; d'où nous avons conclu

$$\Delta = \sqrt{\left(T^2 + R^2 - \frac{2TR}{r} \times \left(\frac{\text{coſ. } u \text{ coſ. } u'}{r} + \frac{\text{ſin. } u \text{ ſin. } u' \text{ coſ. } I}{r^2}\right)\right)}.$$

(322) Nous avons vu de plus (§. 41 & 168) que

$$X = \frac{2}{3} \times \frac{D^{\frac{1}{2}} (r - \text{coſ. } (u+\beta))^{\frac{1}{2}} \times (2r + \text{coſ. } (u+\beta))}{\rho (r + \text{coſin. } (u+\beta))^{\frac{1}{2}} \sqrt{\delta}}.$$

$$R (r + \text{coſin. } (u+\beta)) - 2 D r = 0.$$

Ces équations vont ſervir à réſoudre les queſtions propoſées. Nous remarquerons ſeulement que la première des deux équations peut auſſi être miſe ſous la forme ſuivante plus commode pour le calcul;

$$X = \frac{1}{3} \frac{(R + 2D) \sqrt{(R - D)}}{\rho \sqrt{\delta}}.$$

*Détermination de la latitude apparente de la Comète.*

(323) Puiſque Δ eſt la diſtance de la Terre à la Comète, & que $\frac{R \text{ ſin. } u \text{ ſin. } I}{r^2}$ eſt l'expreſſion de la perpendiculaire abaiſſée de la Comète ſur le plan de l'écliptique, il eſt évident que l'on aura la proportion ſuivante ;

$$\Delta : \frac{R \text{ ſin. } u \text{ ſin. } I}{r^2} :: r : \text{ſin. (lat. appar. de la Comète)};$$

donc

$$\text{ſin. (latit. app. Comète)} = \frac{R \text{ ſin. } u \text{ ſin. } I}{\Delta r}.$$

La latitude apparente de la Comète eſt boréale, ſi l'expreſſion précédente eſt poſitive ; la latitude eſt auſtrale, ſi l'expreſſion précédente eſt négative.

*Détermination de la longitude apparente de la Comète.*

(324) Maintenant ſi par la projection de la Comète ſur l'écliptique, on mène une parallèle à la ligne des nœuds ; que du lieu de la Terre on abaiſſe une perpendiculaire ſur cette parallèle ; cette perpendiculaire aura pour expreſſion $\frac{T \text{ ſin. } u'}{r'} - \frac{R \text{ ſin. } u \text{ coſin. } I}{r^2}$ ; & la diſtance de la projection de la Comète au point où cette perpendiculaire rencontre la parallèle à la ligne des nœuds, s'exprimera par $\frac{T \text{ coſin. } u'}{r'} - \frac{R \text{ coſin. } u}{r}$ ; on aura donc

$$\text{Tang. (longit. app. Comète} - \text{longit. nœud} - 180°) = \frac{T r \text{ ſin. } u' - R \text{ ſin. } u \text{ coſin. } I}{T \text{ coſin. } u' - R \text{ coſin. } u}.$$

(325) D'après les conſtructions précédentes, la droite menée du lieu de la Terre, à la projection

de la Comète sur l'écliptique, peut s'exprimer par $\frac{R \text{ sin. } u \text{ sin. } I}{r \times \text{Tang. (lat. app. Comète)}}$; on aura donc

$$\text{sin. (longit. app. Comète} - \text{longit. Soleil} + u') = \frac{\text{Tang. (latit. app. Comète)} \times (T r \text{ sin. } u' - R \text{ sin. } u \text{ cos. } I)}{R \text{ sin. } u \text{ sin. } I}.$$

On pourroit aussi parvenir à l'équation suivante;

$$\text{Tang. (longit. app. Comète} - \text{longit. Soleil} + u') = \frac{T r \text{ sin. } u' - R \text{ sin. } u \text{ cosin. } I}{T \text{ cosin. } u' - R \text{ cosin. } u}.$$

Fig. XVII. (326) Les conclusions précédentes seront sensibles au moyen de la Figure XVII. T est le lieu de la Terre; C la projection de la Comète sur l'écliptique; S le Soleil; SF la ligne des nœuds; C$f$, T$g$, des parallèles à la ligne des nœuds, menées par la projection de la Comète & par la Terre; TF, CG, des perpendiculaires abaissées sur la ligne des nœuds, de la Terre & de la projection de la Comète; TC la distance de la Terre à la projection de la Comète. L'angle T H$f$, égal à l'angle TSF, est celui que nous avons nommé $u'$; l'angle CTH est égal à la longitude du Soleil moins la longitude apparente de la Comète; l'angle CT$g$ est égal à la longitude apparente de la Comète moins la longitude du nœud moins 180°; enfin l'angle TC$f$ est égal à l'angle T H$f$ moins l'angle CTH.

(327) Il est facile de déterminer maintenant pour un instant quelconque, les lieux apparens d'une Comète dont on connoît les élémens. En effet, puisque l'instant est donné, ainsi que les élémens de la Comète, on connoîtra les quantités $\beta$, D, I; on connoîtra pareillement les quantités qui dépendent de la Terre, son rayon vecteur T, l'angle $u'$ de ce rayon vecteur avec la ligne des nœuds. Quant aux quantités R & $u$, il faudra avoir recours aux équations du §. 322. Dans la dernière des équations de ce paragraphe, on

connoît le nombre X de ſecondes horaires écoulées depuis le paſſage de la Comète par ſon nœud, juſqu'à l'inſtant dont il s'agit ; on aura donc à réſoudre une équation du troiſième degré, par rapport à R ; c'eſt à quoi ſe réduit toute la difficulté du Problême pour déterminer R & $u$.

(328) On peut dans l'uſage éluder cette difficulté, au moyen de *la Table générale du mouvement des Comètes*, dont nous avons parlé (§. 169), & que l'on doit regarder comme une ſuite de ſolutions de la première équation du §. 322. En effet, nous avons vu (§. 169) que pour des Comètes qui circulent autour du même centre d'attraction, les tems correſpondans aux mêmes anomalies, ou ſi l'on veut, aux mêmes angles $u + \beta$, ſont comme les racines quarrées du cube des grands-axes ; ſi donc l'on multiplie par $\frac{D'^{\frac{1}{2}}}{D^{\frac{1}{2}}}$ le tems X écoulé depuis le paſſage de la Comète par ſon nœud ; ($D'$ eſt la diſtance périhélie de la Comète de 109 jours $=$ 100000) ; & que l'on cherche dans la Table, la valeur de l'anomalie correſpondante, on aura la valeur de $u + \beta$. Un exemple va nous éclaircir.

*Application de la théorie précédente à la Comète de 1773.*

(329) Cette Comète a été découverte par M. Meſſier le 13 Octobre 1773, dans la conſtellation du Lion. M. Pingré en a calculé l'orbite de la manière ſuivante.

Nœud aſcendant . . . . . 4ſ 1° 15′ 37″
Périhélie . . . . . 2 15 35 43
Inclinaiſon de l'orbite . . . . . 61 25 21
Paſſage au périh... 5 Sept. 11h 18′ 45″. tems moyen
Diſtance périhélie . . . . . 113390.
Sens du mouvement . . . direct.

(330) Suppoſons maintenant que l'on veuille déterminer le lieu apparent de cette Comète, pour le 1 Avril 1774, à midi tems moyen. Le lieu de la Terre étoit à cet inſtant dans 6ſ 11° 48′ 36″; donc la Terre avoit parcouru 70° 32′ 59″ depuis ſon paſſage par le nœud aſcendant de la Comète; donc $u' = 70° 32' 59''$. La diſtance de la Terre au Soleil étoit alors de 100053; donc T = 100053; d'ailleurs $I = 61° 25' 21''$; $\beta = 45° 39' 54''$. Depuis le 5 Septembre 11h.18′ 45″ tems moyen, juſqu'au 1 Avril oh o′ o″, il s'eſt écoulé 207,53 jours; donc X = 207,53.

$X \times \frac{D'^{\frac{1}{2}}}{D^{\frac{1}{2}}} = 171,88$. Dans la Table générale du mouvement des Comètes, l'angle qui répond à cette quantité, eſt une anomalie vraie de 105° 46′ 15″; donc $u + \beta = 105° 46' 15''$; $u = 60° 6' 21''$; Donc R = 311421; Δ = 268857; latitude apparente de la Comète = 61° 52′ o″; longitude apparente de la Comète = 137° 11′ 43″.

(331) Dans le fait, M. Meſſier a obſervé les poſitions ſuivantes de la Comète,

| | *Aſcenſion droite.* | *Déclinaiſon.* |
|---|---|---|
| 31 Mars | 7h 59′ 19″ | 189° 36′ 42″ | 69° 20′ 12″ |
| 2 Avril | 7 52 21 | 188 45 42 | 69 17 45 |

d'où l'on conclut pour les mêmes inſtans (§. 333),

| | *Longitude.* | *Latitude.* |
|---|---|---|
| 31 Mars | 7h 59′ 19″ | 137° 31′ 40″ | 61° 51′ 20″ |
| 2 Avril | 7 52 21 | 137 15 50 | 61 35 36 |

La longitude de la Comète étoit donc de 137° 25′ 32″ le 1 Avril 1774 à oh o′ o″, & ſa latitude étoit

de 61° 45′ 26″. Les élémens calculés par M. Pingré, repréſentent donc, à 13′ 49″ près, la longitude obſervée le 1 Avril, & à 6′ 34″ près, la latitude obſervée.

*Réflexions ſur les méthodes que l'on peut tirer des équations précédentes, pour déterminer les élémens des Comètes, d'après les lieux obſervés.*

(332) Je vais préſenter ſommairement quelques réflexions ſur les méthodes que l'on peut tirer des équations précédentes, pour déterminer les élémens des Comètes d'après les lieux obſervés. Je ſuppoſerai que l'on ait trois obſervations complettes d'une Comète, c'eſt-à-dire, que l'on connoiſſe pour trois inſtans différens, la longitude & la latitude de cette Comète; au reſte, ces inſtans peuvent être auſſi éloignés entre eux que l'on voudra.

(333) Les obſervations ne donnent point immédiatement la longitude & la latitude d'une Comète; ce ſont ordinairement ſa déclinaiſon & ſon aſcenſion droite que l'on peut obſerver, & c'eſt de cette obſervation qu'il faut conclure la longitude & la latitude de la Comète. Il n'eſt pas difficile de déduire ces dernières quantités des premières.

Soit en effet B un angle tel que

$$\text{cof B ſin.} \tfrac{1}{2}(\text{obliq.de l'éclipt.}+\text{diſt.Comète au pôle bor. de l'éq.}) = \sqrt{(\cos^2.\tfrac{1}{2}(90^\circ+\text{aſc.dr.Comète})\ \text{ſin. (obl.écl.) cof.(décl.Com.)})};$$

on a

$$\text{ſin.}\tfrac{1}{2}(\text{diſtance Comète au pôle boréal de l'écliptique}) = \frac{\text{ſin}\tfrac{1}{2}(\text{obl.de l'éclipt.}+\text{diſt.Comète au pôle bor. de l'équat.})\text{ſin.B}}{r}$$

On a pareillement

$$\text{cof. ( lat.Comète)} \times \text{cof. (long.Comète)} - \text{cof. (déclin.Comète)} \times \text{cof. (aſcenſion droite Comète )} = 0.$$

Je ne donne point ici de démonſtration de ces propoſitions qui ſont du reſſort de la Trigonométrie, & qui ſerviront à conclurre la longitude & la latitude de la Comète, de ſa déclinaiſon & de ſon aſcenſion droite obſervées.

(334) Soit maintenant

D la diſtance périhélie de la Comète ;

$\beta$ la différence en longitude du nœud aſcendant de la Comète & de ſon périhélie ;

I l'inclinaiſon du plan de l'orbite de la Comète ſur l'écliptique ;

$\rho$ le rayon de la ſphère du Soleil ;

$\delta$ le nombre de pieds qu'un corps grave parcourt à la ſurface du Soleil, pendant la première ſeconde de ſa chûte ;

R le rayon vecteur de la Comète, lors de la première obſervation ;

$u$ l'angle du rayon vecteur de la Comète avec la ligne des nœuds, lors de cette première obſervation ;

T le rayon vecteur de la Terre lors de la première obſervation ;

$u'$ l'angle du rayon vecteur de la Terre avec la ligne des nœuds de la Comète, lors de la première obſervation ;

A la longitude apparente de la Comète moins la longitude du Soleil, lors de la première obſervation ;

$\Delta$ la diſtance de la Comète à la Terre, lors de la première obſervation ;

L la latitude de la Comète lors de la première obſervation ;

X le tems écoulé depuis le paſſage de la Comète par ſon périhélie, juſqu'à l'inſtant de la première obſervation ;

R 1 le rayon vecteur de la Comète lors de la ſeconde obſervation ;

$u$ 1 l'angle du rayon vecteur de la Comète avec la ligne des nœuds, lors de la seconde observation ;

T 1 le rayon vecteur de la Terre lors de la seconde observation ;

A 1 la longitude apparente de la Comète moins la longitude du Soleil, lors de la seconde observation ;

Δ 1 la distance de la Comète à la Terre, lors de la seconde observation ;

L 1 la latitude de la Comète, lors de la seconde observation ;

X 1 le tems écoulé depuis le passage de la Comète par son périhélie, jusqu'à l'instant de la seconde observation ;

$y$ 1 le tems écoulé entre la première & la seconde observation ;

$m$ 1 l'angle décrit par la Terre dans son orbite, entre la première & la seconde observation ;

R 2 le rayon vecteur de la Comète, lors de la troisième observation ;

$u$ 2 l'angle du rayon vecteur de la Comète avec la ligne des nœuds, lors de la troisième observation ;

T 2 le rayon vecteur de la Terre, lors de la troisième observation ;

A 2 la longitude apparente de la Comète moins la longitude du Soleil, lors de la troisième observation ;

Δ 2 la distance de la Comète à la Terre, lors de la troisième observation ;

L 2 la latitude de la Comète, lors de la troisième observation ;

X 2 le tems écoulé depuis le passage de la Comète par son périhélie, jusqu'à l'instant de la troisième observation ;

$y$ 2 le tems écoulé entre la première & la troiſième obſervation ;

$m$ 2 l'angle décrit par la Terre dans ſon orbite, entre la première & la troiſième obſervation.

D'après les démonſtrations précédentes, il eſt évident que relativement à la première obſervation, l'on aura

(1) $R\,(r + \text{coſin.}\,'u + \beta)) - 2\,D\,r = 0$ ;

(2) $X = \frac{1}{3}\,\frac{(R + 2D)\sqrt{(R - D)}}{\sqrt{\delta}}$ ;

(3) $\Delta = \sqrt{\left(T^2 + R^2 - \frac{2TR}{r}\left(\frac{\text{cof.}\,u\,\text{cof.}\,u'}{r} + \frac{\text{ſin.}\,u\,\text{ſin.}\,u'\,\text{cof.}\,I}{r^2}\right)\right)}$ ;

(4) $\text{ſin.}\,L = \frac{R\,\text{ſin.}\,u\,\text{ſin.}\,I}{\Delta\,r}$ ;

(5) $\text{Tang.}\,(A + u') = \frac{T\,r\,\text{ſin.}\,u' - R\,\text{ſin.}\,u\,\text{coſin.}\,I}{T\,\text{coſin.}\,u' - R\,\text{cohn.}\,u}$.

(235) Les équations relatives à la ſeconde obſervation, ne différent des premières, qu'en ce que les quantités R, T, $u$, X, L, A, $\Delta$, deviennent R 1, T 1, $u$ 1, X 1, L 1, A 1, $\Delta$ 1 ; & que $u'$ devient $u' + m$ 1 ; on aura donc pour cette ſeconde obſervation

(6) $R\,1\,(r + \text{coſin.}\,(u\,1 + \beta')) - 2\,D\,r = 0$ ;

(7) $X\,1 = \frac{1}{3}\,\frac{(R\,1 + 2D)\sqrt{(R\,1 - D)}}{\sqrt{\delta}}$ ;

(8) $\Delta\,1 = \sqrt{\left(T^2\,1 + R^2\,1 - \frac{2T\,1\,R\,1}{r}\left(\frac{\text{cof.}\,u\,1\,\text{cof.}\,(u' + m\,1)}{r} + \frac{\text{ſin.}\,u\,1\,\text{cof.}\,I\,\text{ſin.}\,(u' + m\,1)}{r^2}\right)\right)}$ ;

(9) $\text{ſin.}\,L\,1 = \frac{R\,1\,\text{ſin.}\,u\,1\,\text{ſin.}\,I}{\Delta\,1\,r}$ ;

$$(10)\ \text{Tang.}(A_1+u'+m_1)=\frac{T_1 r \sin.(u'+m_1)-R_1 \sin.u_1 \cos.I}{T_1 \cos.(u'+m_1)-R_1 \cos.u_1}.$$

On aura pareillement pour la troiſième obſervation ;

$$(11)\ R_2\,(r+\text{coſin.}\,(u_2+\beta))-2Dr=0\ ;$$

$$(12)\ X_2=\tfrac{1}{3}\frac{(R_2+2D)\sqrt{(R_2-D)}}{\rho\sqrt{\delta}}\ ;$$

$$(13)\ \Delta_2=\sqrt{\left(T^2_2+R^2_2-\frac{2T_2R_2}{r}\left(\frac{\cos.u_2\cos.(u'+m_2)}{r}+\frac{\sin.u_2\cos.I\sin.(u'+m_2)}{r^2}\right)\right)}\ ;$$

$$(14)\ \sin.L_2=\frac{R_2\sin.u_2\sin.I}{\Delta_2 r}\ ;$$

$$(15)\ \text{Tang.}(A_2+u'+m_2)=\frac{T_2 r\sin.(u'+m_2)-R_2\sin.u_2\cos.I}{T_2\cos.(u'+m_2)-R_2\cos.u_2}.$$

(336) Si l'on ſouſtrait l'équation (2), des équations (7) & (12), on aura

$$(16)\ y_1=\tfrac{1}{3}\left(\frac{(R_1+2D)\sqrt{(R_1-D)}-(R+2D)\sqrt{(R-D)}}{\rho\sqrt{\delta}}\right);$$

$$(17)\ y_2=\tfrac{1}{3}\left(\frac{(R_2+2D)\sqrt{(R_2-D)}-(R+2D)\sqrt{(R-D)}}{\rho\sqrt{\delta}}\right).$$

(337) A la place des équations (4), (9) & (14), on pourroit pareillement avoir les ſuivantes ;

$$(18)\ \text{Tang. L}\,(T\,r\sin.u'-R\sin.u\cos.I)\ .\ -R\sin.u\sin.I\sin.(A+u')=0\ ;$$

$$(19)\ \text{Tang. L}_1\,(T_1 r\sin.(u'+m_1)-R_1\sin.u_1\cos.I)\ -R_1\sin.u_1\sin.I\sin.(A_1+u'+m_1)=0\ ;$$

$$(20)\ \text{Tang. L}_2\,(T_2 r\sin.(u'+m_2)-R_2\sin.u_2\cos.I)\ -R_2\sin.u_2\sin.I\sin.(A_2+u'+m_2)=0.$$

(338) Il eſt évident qu'au moyen des équations précédentes, on peut, géométriquement parlant, déter-

miner l'orbite de la Comète d'après trois obſervations. En effet, ſi l'on jette les yeux ſur les quantités définies dans le §. 334, on verra que relativement au Problême dont il s'agit, les quantités inconnues ſont la diſtance périhélie de la Comète, la différence en longitude du nœud aſcendant de la Comète & de ſon périhélie; l'inclinaiſon du plan de l'orbite de la Comète ſur l'écliptique; les trois rayons vecteurs de la Comète lors des trois obſervations; les trois angles des rayons vecteurs de la Comète avec la ligne des nœuds, lors des mêmes obſervations; l'angle du rayon vecteur de la Terre avec la ligne des nœuds, lors de la première obſervation. Je mets à l'écart le tems écoulé depuis le paſſage de la Comète par ſon périhélie, juſqu'aux momens des différentes obſervations, qui, ainſi que les différentes diſtances de la Comète à la Terre, ſont des corollaires des valeurs précédentes. Quant aux autres quantités du §. 334, elles ſont évidemment données par l'obſervation. On a donc dix inconnues; voyons maintenant ſi nous avons dix équations pour les déterminer.

(339) Je vois d'abord que le §. 334 fournit deux équations, (1), (5); que le §. 335 fournit quatre autres équations (6), (10), (11), (15); que le §. 336 en fournit deux, (16), (17); que le §. 337 en fournit trois, (18), (19), (20). On a donc dans le fait onze équations & dix inconnues; le Problême eſt donc plus que déterminé par trois obſervations, ainſi qu'il a été remarqué par M. Newton.

(340) On peut faire les réflexions ſuivantes relativement au Problême dont il s'agit. Si l'on ne ſuppoſoit point que la Comète décrivit une parabole, le Problême ne pourroit pas ſe réſoudre par l'analyſe, d'après trois obſervations. En effet, les équations (16) & (17) du §. 336, ne ſeroient point données ſous une forme finie; puiſque ces

équations dépendent de la ſurface de la courbe décrite, qui dans le cas de l'ellipſe, n'auroit point une expreſſion algébrique. On peut auſſi remarquer que quoique dans le cas de la parabole, le Problême puiſſe géométriquement ſe réſoudre; l'élimination des variables paroît ſi compliquée, qu'il eſt difficile d'eſpérer que l'on parvienne par cette route, à une ſolution générale & utile de la queſtion dont il s'agit. Voyons maintenant ſi en partant des véritables équations, l'on ne pourroit pas parvenir à une ſolution du Problême.

*Réſultat de la différentiation des équations précédentes.*

(341) Si l'on différencie les équations des §. précédens, on aura

$$(1)\quad 206265''\,(r+\text{cof.}\,(u+\beta))\,dR-2\times 206265''\,r\,dD - R\,\text{ſin.}\,(u+\beta)\,du - R\,\text{ſin.}\,(u+\beta)\,d\beta=0;$$

$$(2)\quad 2\rho V\,(\delta(R-D))\,dX-R\,dR-R\,dD+2D\,dD=0;$$

$$(3)\quad 206265''\left(R-T\left(\frac{\text{cof.}\,u\,\text{cof.}\,u'}{r^2}+\frac{\text{ſin.}\,u\,\text{ſin.}\,u'\,\text{cof.}\,I}{r^2}\right)\right)dR - \frac{RT}{r}\left(\frac{\text{cof.}\,u\,\text{ſin.}\,u'\,\text{cof.}\,I}{r^2}-\frac{\text{ſin.}\,u\,\text{cof.}\,u'}{r}\right)du - \frac{RT}{r}\left(\frac{\text{ſin.}\,u\,\text{cof.}\,u'\,\text{cof.}\,I}{r^2}-\frac{\text{cof.}\,u\,\text{ſin.}\,u'}{r}\right)du' + \frac{RT}{r}\times\frac{\text{ſin.}\,u\,\text{ſin.}\,u'\,\text{ſin.}\,I}{r^2}\,dI-206265''\,\Delta\,d\Delta=0;$$

$$(4)\quad 206265''\,\text{ſin.}\,u\,\text{ſin.}\,I\,dR+R\,\text{cof.}\,u\,\text{ſin.}\,I\,du + R\,\text{ſin.}\,u\,\text{cofin.}\,I\,dI-\Delta\,r\,\text{cofin.}\,L\,dL - 206265''\,r\,\text{ſin.}\,L\,d\Delta=0;$$

$$(5)\ \Big(\tfrac{1}{2}\,T\,r^2\,\text{sin.}\,u'\,\text{sin.}\,2\,(A+u') + R\,r^3\,\text{cosin.}\,u - T\,r\,\text{cosin.}\,u'\,\text{sin}^2.\,(A+u')\Big)\,du' - \Big(\tfrac{1}{2}\,R\,r^2\,\text{sin.}\,u\,\text{sin.}\,2\,(A+u') + R\,\text{cosin.}\,u\,\text{cosin.}\,I\,\text{cosin}^2.\,(A+u')\Big)\,du - r^3\,(T\,\text{cosin.}\,u' - R\,\text{cosin.}\,u)\,dA + R\,\text{sin.}\,u\,\text{sin.}\,I\,\text{cosin}^2.\,(A+u')\,dI + 206265''\,\Big(\tfrac{1}{2}\,r^2\,\text{cos.}\,u\,\text{sin.}\,2\,(A+u') - \text{sin.}\,u\,\text{cos.}\,I\,\text{cos}^2.\,(A+u')\Big)\,dR = 0;$$

$$(6)\ 206265''\,(r+\text{cos.}\,(u1+\beta))\,dR1 - 2\times 206265''\,r\,dD - R1\,\text{sin.}\,(u1+\beta)\,du1 - R1\,\text{sin.}\,(u1+\beta)\,d\beta = 0;$$

$$(7)\ 2\,p\,\sqrt{(\delta\,(R1-D))}\,d\dot{X}1 - R1\,dR1 - R1\,dD + 2\,D\,d\,D = 0;$$

$$(8)\ 206265''\,\Big(R1 - T1\,\Big(\frac{\text{cos.}\,u1\,\text{cos.}\,(u'+m1)}{r^2} + \frac{\text{sin.}\,u1\,\text{cos.}\,I\,\text{sin.}\,(u'+m1)}{r^3}\Big)\Big)\,dR1 - \frac{R1\,T1}{r}\Big(\frac{\text{cos.}\,u1\,\text{cos.}\,I\,\text{sin.}\,(u'+m1)}{r^2} - \frac{\text{sin.}\,u1\,\text{cos.}\,(u'+m1)}{r}\Big)\,du1 - \frac{R1\,T1}{r}\Big(\frac{\text{sin.}\,u1\,\text{cos.}\,I\,\text{cos.}\,(u'+m1)}{r^2} - \frac{\text{cos.}\,u1\,\text{sin.}\,(u'+m1)}{r}\Big)\,du' + \frac{R1\,T1}{r}\times\frac{\text{sin.}\,u1\,\text{sin.}\,I\,\text{sin.}\,(u'+m1)}{r^2}\,dI - 206265''\,\Delta1\,d\Delta1 = 0;$$

(9)

(9) $206265'' \sin. u_1 \sin. I\, dR_1 + R_1 \cos. u_1 \sin. I\, du_1$
$+ R_1 \sin. u_1 \cos. I\, dI - \Delta_1 r \cos. L_1\, dL_1$
$- 206265'' r \sin. L_1\, d\Delta_1 = 0;$

(10) $(\frac{1}{2} T_1 r^2 \sin.(u'+m_1)\sin.2(A_1+u'+m_1)+R_1 r^3 \cos. u_1$
$- T_1 r \cos.(u'+m_1)\sin^2.(A_1+u'+m_1))\, du'$
$-(\frac{1}{2} R_1 r^2 \sin. u_1 \sin. 2(A_1+u'+m_1)$
$+ R_1 \cos. u_1 \cos. I \cos^2.(A_1+u'+m_1))\, du_1$
$- r^3 (T_1 \cos.(u'+m_1) - R_1 \cos. u_1)\, dA_1$
$+ R_1 \sin. u_1 \sin. I \cos^2.(A_1+u'+m_1)\, dI$
$+ 206265'' (\frac{1}{2} r^2 \cos. u_1 \sin. 2(A_1+u'+m_1)$
$- \sin. u_1 \cos. I \cos^2.(A_1+u'+m_1))\, dR_1 = 0;$

(11) $206265''(r+\cos.(u_2+\beta))\, dR_2 - 2 \times 206265'' r\, dD$
$- R_2 \sin.(u_2+\beta)\, du_2 - R_2 \sin.(u_2+\beta)\, d\beta = 0;$

(12) $2p\sqrt{(\delta(R_2-D))}\, dX_2 - R_2\, dR_2$
$- R_2\, dD + 2D\, dD = 0;$

(13) $206265''\left(R_2 - T_2\left(\frac{\cos. u_2 \cos.(u'+m_2)}{r^2}\right.\right.$
$\left.\left.+\frac{\sin. u_2 \cos. I \sin.(u'+m_2)}{r^3}\right)\right) dR_2$
$-\frac{R_2 T_2}{r}\left(\frac{\cos. u_2 \cos. I \sin.(u'+m_2)}{r^2}\right.$
$\left.-\frac{\sin. u_2 \cos.(u'+m_2)}{r}\right) du_2$
$-\frac{R_2 T_2}{r}\left(\frac{\sin. u_2 \cos. I \cos.(u'+m_2)}{r^2}\right.$
$\left.-\frac{\cos. u_2 \sin.(u'+m_2)}{r}\right) du'$
$+\frac{R_2 T_2}{r} \times \frac{\sin. u_2 \sin. I \sin.(u'+m_2)}{r^2}\, dI$
$- 206265''\, \Delta_2\, d\Delta_2 = 0;$

(14) $206265'' \sin. u2 \sin. I\, dR2 + R2 \cos. u2 \sin. I\, du2$
$+ R2 \sin. u2 \cos. I\, dI - \Delta 2\, r \cos. L2\, dL2$
$- 206265''\, r \sin. L2\, d\Delta 2 = 0.$

(15) $(\frac{1}{2} T2 r^2 \sin.(u'+m2)\sin.2(A2+u'+m2) + R2 r^3 \cos. u2$
$- T2\, r \cos.(u'+m2) \sin^2.(A2+u'+m2))\, du'$
$- (\frac{1}{2} R2\, r^3 \sin. u2 \sin. 2(A2+u'+m2)$
$+ R2 \cos. u2 \cos. I \cos^2.(A2+u'+m2))\, du2$
$- r^3 (T2 \cos.(u'+m2) - R2 \cos. u2)\, dA2$
$+ R2 \sin. u2 \sin. I \cos^2.(A2+u'+m2)\, dI$
$+ 206265'' (\frac{1}{2} r^2 \cos. u2 \sin. 2(A2+u'+m2)$
$- \sin. u2 \cos. I \cos^2.(A2+u'+m2))\, dR2 = 0;$

(16) $R1 \sqrt{(R-D)}\, dR1 - R\sqrt{(R1-D)}\, dR$
$+ ((R1-2D)\sqrt{(R-D)} \div (R-2D)\sqrt{(R1-D)})\, dD$
$- 2\rho \sqrt{\delta} \sqrt{((R-D)\times(R1-D))}\, dy1 = 0;$

(17) $R2 \sqrt{(R-D)}\, dR2 - R\sqrt{(R2-D)}\, dR$
$+ ((R2-2D)\sqrt{(R-D)} - (R-2D)\sqrt{(R2-D)})\, dD$
$- 2\rho \sqrt{\delta} \sqrt{((R-D)\times(R2-D))}\, dy2 = 0.$

(18) $206265''(\sin. u \sin. I \sin.(A+u') + \text{Tang.} L \sin. u \cos. I)\, dR$
$+ (R \sin. u \cos. I \sin.(A+u') - R\,\text{Tang.}\, L \sin. u \sin. I)\, dI$
$+ (R \cos. u \sin. I \sin.(A+u') + R\,\text{Tang.}\, L \cos. u \cos. I)\, du$
$- (Tr\,\text{Tang.}\, L \cos. u' - R \sin. u \sin. I \cos.(A+u'))\, du'$
$+ \frac{r^3}{\cos^2. L} (R \sin. u \cos. I - Tr \sin. u')\, dL$
$+ R \sin. u \sin. I \cos.(A+u')\, dA = 0;$

$$(19)\ 206265''\,(\sin.u_1 \sin.I \sin.(A_1+u'+m_1) + \text{Tang.}\,L_1 \sin.u_1 \cos.I)\,dR_1$$
$$+ (R_1 \sin.u_1 \cos.I \sin.(A_1+u'+m_1) - R_1\,\text{Tang.}\,L_1 \sin.u_1 \sin.I)\,dI$$
$$+ (R_1 \cos.u_1 \sin.I \sin.(A_1+u'+m_1) + R_1\,\text{Tang.}\,L_1 \cos.u_1 \cos.I)\,du_1$$
$$- (T_1 r\,\text{Tang.}\,L_1 \cos.(u'+m_1) - R_1 \sin.u_1 \sin.I \cos.(A_1+u'+m_1))\,du'$$
$$+ \frac{r^3}{\cos^2.L_1}(R_1 \sin.u_1 \cos.I - T_1 r \sin.(u'+m_1))\,dL_1$$
$$+ R_1 \sin.u_1 \sin.I \cos.(A_1+u'+m_1)\,dA_1 = 0;$$

$$(20)\ 206265''\,(\sin.u_2 \sin.I \sin.(A_2+u'+m_2) + \text{Tang.}\,L_2 \sin.u_2 \cos.I)\,dR_2$$
$$+ (R_2 \sin.u_2 \cos.I \sin.(A_2+u'+m_2) - R_2\,\text{Tang.}\,L_2 \sin.u_2 \sin.I)\,dI$$
$$+ (R_2 \cos.u_2 \sin.I \sin.(A_2+u'+m_2) + R_2\,\text{Tang.}\,L_2 \cos.u_2 \cos.I)\,du_2$$
$$- (T_2 r\,\text{Tang.}\,L_2 \cos.(u'+m_2) - R_2 \sin.u_2 \sin.I \cos.(A_2+u'+m_2))\,du'$$
$$+ \frac{r^3}{\cos^2.L_2}(R_2 \sin.u_2 \cos.I - T_2 r \sin.(u'+m_2))\,dL_2$$
$$+ R_2 \sin.u_2 \sin.I \cos.(A_2+u'+m_2)\,dA_2 = 0.$$

Le nombre $206265''$ que l'on trouve ſouvent répété dans ces équations, n'eſt autre choſe que le rayon du cercle évalué en ſecondes de degré.

(342) Dans les équations du §. précédent, il faut entendre par

$d$D la variation de la distance périhélie de la Comète, exprimée en parties telles que la moyenne distance de la Terre au Soleil contient 100000 de ces parties;

$d$R la variation du rayon vecteur de la Comète correspondant à la première observation, exprimée dans les mêmes parties que ci-dessus;

$d$R 1 la variation du rayon vecteur de la Comète correspondant à la seconde observation;

$d$R 2 la variation du rayon vecteur de la Comète correspondant à la troisième observation;

$d\,\Delta$ la variation de la distance de la Comète à la Terre, correspondante à la première observation;

$d\,\Delta$ 1 la variation de la distance de la Comète à la Terre, correspondante à la seconde observation;

$d\,\Delta$ 2 la variation de la distance de la Comète à la Terre, correspondante à la troisième observation;

$d\beta$ la variation de la différence en longitude du nœud ascendant de la Comète & du périhélie, évaluée en secondes de degré;

$du$ la variation de l'angle du rayon vecteur de la Comète avec la ligne des nœuds, correspondant à la première observation;

$du$ 1 la variation de l'angle du rayon vecteur de la Comète avec la ligne des nœuds, correspondant à la seconde observation;

$du$ 2 la variation de l'angle du rayon vecteur de la Comète, avec la ligne des nœuds, correspondant à la troisième observation;

$du'$ la variation de l'angle du rayon vecteur de de la Terre, avec la ligne des nœuds de la Comète, correspondant à la première observation;

$d$A la variation de la différence entre la longitude de la Comète & celle du Soleil, correſpondante à la première obſervation ;

$d$A 1 la variation de la différence entre la longitude de la Comète & celle du Soleil, correſpondante à la ſeconde obſervation ;

$d$A 2 la variation de la différence entre la longitude de la Comète & celle du Soleil, correſpondante à la troiſième obſervation ;

$d$I la variation de l'inclinaiſon du plan de l'orbite de la Comète ſur l'écliptique ;

$d$L la variation de la latitude de la Comète, correſpondante à la première obſervation ;

$d$L 1 la variation de la latitude de la Comète, correſpondante à la ſeconde obſervation ;

$d$L 2 la variation de la latitude de la Comète, correſpondante à la troiſième obſervation.

(343) Quant à X, X 1, X 2, $y$ 1, $y$ 2 ; ſi l'on veut que dans les équations (2), (7), (12), (16), (17), ces quantités expriment des ſecondes de tems, on fera, Log. $\frac{1}{3\rho\sqrt{\delta}} = -8,6256743$. Si l'on l'on veut que ces quantités expriment des centièmes de jour, on fera Log. $\frac{1}{3\rho\sqrt{\delta}} = -11,5621880$. Si l'on veut qu'elles expriment des millièmes de jour, on fera Log. $\frac{1}{3\rho\sqrt{\delta}} = -10,5621880$.

Si l'on veut pareillement que dans les équations (16) & (17) du §. 341, $dy$ 1, $dy$ 2, expriment des ſecondes de tems, on fera Log. $2\rho\sqrt{\delta} = 8,4495850$ ; ſi l'on veut que ces quantités expriment des centièmes de jour, on fera Log. $2\rho\sqrt{\delta} = 11,3860967$ ; ſi l'on veut qu'elles expriment des millièmes de jour, on fera Log. $2\rho\sqrt{\delta} = 10,3860967$.

*Uſage des équations précédentes, pour déterminer les orbites des Comètes d'après les obſervations.*

(344) Au moyen des équations du §. 341, il eſt évident que ſi l'on connoiſſoit à-peu-près les élémens de l'orbite d'une Comète, on détermineroit avec la dernière rigueur, les véritables élémens de cette orbite. Suppoſons en effet que l'on ait trois obſervations d'une même Comète ; c'eſt-à-dire trois longitudes & trois latitudes obſervées à des intervalles de tems quelconques ; comme par la ſuppoſition l'on connoît à-peu-près les élémens de la Comète ; au moyen des équations (1), (2), (5), (6), (7), (10), (11), (12), (15), (18), (19), (20), des §. 334, 335 & 337, on calculera avec les élémens hypothétiques, les longitudes & les latitudes de la Comète pour les inſtans des obſervations. On comparera les longitudes & les latitudes calculées d'après ces élémens, avec les longitudes & les latitudes obſervées ; on prendra enſuite, dans le §. 341, les équations différentielles correſpondantes aux équations dont on aura fait uſage dans le premier calcul. Ce ſont les équations (1), (2), (5), (6), (7), (10), (11), (12), (15), (18), (19), (20) de ce paragraphe ; ou plutôt, au lieu des équations (2), (7), (12), on fera uſage des équations (16) & (17), qui ſont le réſultat de la combinaiſon des équations (2), (7), (12) ; l'on aura donc les équations (1), (5), (6), (10), (11), (15), (16), (17), (18), (19), (20). Dans les équations (5), (10), (15), (18), (19) & (20), l'on ſubſtituera à $dA$ la différence, entre la différence des longitudes du Soleil & de la Comète, obſervée lors de la première obſervation, & celle calculée ; à $dA'$, la différence analogue pour la ſeconde obſervation ; à $dA''$, la différence analogue pour la troiſième obſervation ; à $dL$, la différence entre la latitude de la Comète obſervée lors de la première obſervation, &

la latitude calculée ; à $d$L 1 , la différence analogue pour la ſeconde obſervation ; à $d$L 2, la différence analogue pour la troiſième obſervation. De plus, comme le tems écoulé entre la première & la ſeconde obſervation, entre la première & la troiſième obſervation, eſt connu, dans les équations (16) & (17) du §. 341, on fera $dy$ 1 = 0, $dy$ 2 = 0. On aura donc dix inconnues, $d$D, $d$R, $d$R 1, $d$R 2, $d\beta$, $du$, $du$ 1, $du$ 2, $du'$, $d$I, & onze équations ; c'eſt-à-dire une équation de plus que d'inconnues, ainſi que nous l'avons déjà remarqué §. 339 ; & l'on pourra à volonté ſe diſpenſer de faire uſage de l'une des onze équations dont on vient de parler. Le Problême n'eſt donc pas ſimplifié quant au nombre d'équations qu'il faut employer ; car ce nombre eſt dans la nature de la queſtion ; mais il eſt ſimplifié quant au degré de ces équations, puiſque dans l'eſpèce préſente toutes les équations ſont du premier degré, & que par conſéquent l'élimination eſt poſſible.

(345) Dans les §. précédens nous avons donné plus d'équations qu'il n'eſt néceſſaire pour réſoudre le Problême des Comètes ; nous avons préféré de multiplier le nombre de ces équations, & de donner toutes celles que l'on peut conclure des différentes recherches répandues dans ce Mémoire. Ce ſont, pour la plûpart des équations identiques, dont nous avons multiplié les formes, pour faciliter les ſolutions dans les occaſions qui peuvent ſe préſenter.

(346) Nous remarquerons ici qu'il ſeroit poſſible d'avoir encore ſix nouvelles équations. En effet, de la combinaiſon des équations (5) & (18), (10) & (19), (15) & (20) des §. 334, 335 & 337, il peut auſſi réſulter les équations ſuivantes ;

(1) $r$ Tang. L ( T coſin. $u'$ — R coſin. $u$ )
— R ſin. $u$ ſin. I coſin. ( A + $u'$ ) = 0 ;

(2) $r$ Tang. L 1 ( T 1 coſ. ($u'$ + $m$ 1) — R 1 coſ. $u$ 1 )
— R 1 ſin. $u$ 1 ſin. I coſ. ( A 1 + $u'$ + $m$ 1 ) = 0 ;

(3) $r$ Tang. L 2 ( T 2 coſ. ($u'$ + $m$ 2) — R 2 coſ. $u$ 2 )
— R 2 ſin. $u$ 2 ſin. I coſ. ( A 2 + $u'$ + $m$ 2 ) = 0 ;

(4) T $r^2$ ſin. A — R $r$ coſ. $u$ ſin. ( A + $u'$ )
+ R ſin. $u$ coſ. I coſ. ( A + $u'$ ) = 0 ;

(5) T 1 $r^2$ ſin. A 1 — R 1 $r$ coſ. $u$ 1 ſin. ( A 1 + $u'$ + $m$ 1 )
+ R 1 ſin. $u$ 1 coſ. I coſ. ( A 1 + $u'$ + $m$ 1 ) = 0 ;

(6) T 2 $r^2$ ſin. A 2 — R 2 $r$ coſ. $u$ 2 ſin. ( A 2 + $u'$ + $m$ 2 )
+ R 2 ſin. $u$ 2 coſ. I coſ. ( A 2 + $u'$ + $m$ 2 ) = 0.

On pourra ajouter ces équations à celles des §. 334, 335, 336 & 337.

(347) Si l'on différencie les équations du §. précédent, l'on aura

(1) ( R ſin. $u$ ſin. I ſin. (A + $u'$) — $r$ Tang. LT ſin. $u'$) $du'$
+ ($r$ Tang. L R ſin. $u$ — R coſ. $u$ ſin. I coſ. (A + $u'$)) $du$
+ R ſin. $u$ ſin. I ſin. ( A + $u'$ ) $dA$
— R ſin. $u$ coſin. I coſ. ( A + $u'$ ) $dI$
+ $\frac{r^4}{\cos^2. L}$ ( T coſ. $u'$ — R coſ. $u$ ) $dL$
— 206265″ ( $r$ Tang. L coſin. $u$
+ ſin. $u$ ſin. I coſ. ( A + $u'$ ) ) $dR$ = 0 ;

$$(2)\ (R_1 \sin. u_1 \sin. I \sin. (A_1 + u' + m_1) - r \operatorname{Tang.} L_1 T_1 \sin. (u' + m_1))\, du'$$
$$+ (r \operatorname{Tang.} L_1 R_1 \sin. u_1 - R_1 \cos. u_1 \sin. I \cos. (A_1 + u' + m_1))\, du_1$$
$$+ R_1 \sin. u_1 \sin. I \sin. (A_1 + u' + m_1)\, dA_1 - R_1 \sin. u_1 \operatorname{cosin.} I \cos. (A_1 + u' + m_1)\, dI$$
$$+ \frac{r^4}{\cos^2. L_1} (T_1 \cos. (u' + m_1) - R_1 \cos. u_1)\, dL_1$$
$$- 206265'' (r \operatorname{Tang.} L_1 \cos. u_1 + \sin. u_1 \sin. I \cos. (A_1 + u' + m_1))\, dR_1 = 0;$$

$$(3)\ (R_2 \sin. u_2 \sin. I \sin. (A_2 + u' + m_2) - r \operatorname{Tang.} L_2 T_2 \sin. (u' + m_2))\, du'$$
$$+ (r \operatorname{Tang.} L_2 R_2 \sin. u_2 - R_2 \cos. u_2 \sin. I \cos. (A_2 + u' + m_2))\, du_2$$
$$+ R_2 \sin. u_2 \sin. I \sin. (A_2 + u' + m_2)\, dA_2 - R_2 \sin. u_2 \cos. I \cos. (A_2 + u' + m_2)\, dI$$
$$+ \frac{r^4}{\cos^2. L_2} (T_2 \cos. (u' + m_2) - R_2 \cos. u_2)\, dL_2$$
$$- 206265'' (r \operatorname{Tang.} L_2 \cos. u_2 + \sin. u_2 \sin. I \cos. (A_2 + u' + m_2))\, dR_2 = 0;$$

$$(4)\ (R\,r\,\text{sin.}\,u\,\text{sin.}\,(A+u')+R\,\text{cos.}\,u\,\text{cos.}\,I\,\text{cos.}\,(A+u'))\,du$$
$$-(R\,r\,\text{cos.}\,u\,\text{cos.}\,(A+u')+R\,\text{sin.}\,u\,\text{cos.}\,I\,\text{sin.}\,(A+u'))\,du'$$
$$+(T\,r^2\,\text{cos.}\,A-R\,r\,\text{cos.}\,u\,\text{cos.}\,(A+u')$$
$$-R\,\text{sin.}\,u\,\text{cos.}\,I\,\text{sin.}\,(A+u'))\,dA$$
$$-R\,\text{sin.}\,u\,\text{sin.}\,I\,\text{cos.}\,(A+u').dI$$
$$+206265''\,(\text{sin.}\,u\,\text{cos.}\,I\,\text{cos.}\,(A+u')$$
$$-r\,\text{cos.}\,u\,\text{sin.}\,(A+u'))\,dR=0;$$

$$(5)\ (R\,1\,r\,\text{sin.}\,u\,1\,\text{sin.}\,(A\,1+u'+m\,1)$$
$$+R\,1\,\text{cos.}\,u\,1\,\text{cos.}\,I\,\text{cos.}\,(A\,1+u'+m\,1))\,du\,1$$
$$-(R\,1\,r\,\text{cos.}\,u\,1\,\text{cos.}\,(A\,1+u'+m\,1)$$
$$+R\,1\,\text{sin.}\,u\,1\,\text{cos.}\,I\,\text{sin.}\,(A\,1+u'+m\,1))\,du'$$
$$+(T\,1\,r^2\,\text{cos.}\,A\,1-R\,1\,r\,\text{cos.}\,u\,1\,\text{cos.}\,(A\,1+u'+m\,1)$$
$$-R\,1\,\text{sin.}\,u\,1\,\text{cos.}\,I\,\text{sin.}\,(A\,1+u'+m\,1))\,dA\,1$$
$$-R\,1\,\text{sin.}\,u\,1\,\text{sin.}\,I\,\text{cos.}\,(A\,1+u'+m\,1)\,dI$$
$$+206265''\,(\text{sin.}\,u\,1\,\text{cos.}\,I\,\text{cos.}\,(A\,1+u'+m\,1)$$
$$-r\,\text{cos.}\,u\,1\,\text{sin.}\,(A\,1+u'+m\,1))\,dR\,1=0;$$

$$(6)\ (R\,2\,r\,\text{sin.}\,u\,2\,\text{sin.}\,(A\,2+u'+m\,2)$$
$$+R\,2\,\text{cos.}\,u\,2\,\text{cos.}\,I\,\text{cos.}\,(A\,2+u'+m\,2))\,du2$$
$$-(R\,2\,r\,\text{cos.}\,u\,2\,\text{cos.}\,(A\,2+u'+m\,2)$$
$$+R\,2\,\text{sin.}\,u\,2\,\text{cos.}\,I\,\text{sin.}\,(A\,2+u'+m\,2))\,du'$$
$$+(T\,2\,r^2\,\text{cos.}\,A\,2-R\,2\,r\,\text{cos.}\,u\,2\,\text{cos.}\,(A\,2+u'+m\,2)$$
$$-R\,2\,\text{sin.}\,u\,2\,\text{cos.}\,I\,\text{sin.}\,(A\,2+u'+m\,2))\,dA\,2$$
$$-R\,2\,\text{sin.}\,u\,2\,\text{sin.}\,I\,\text{cos.}\,(A\,2+u'+m\,2)\,dI$$
$$+206265''\,(\text{sin.}\,u\,2\,\text{cos.}\,I\,\text{cos.}\,(A\,2+u'+m\,2)$$
$$-r\,\text{cos.}\,u\,2\,\text{sin.}\,(A\,2+u'+m\,2))\,dR\,2=0.$$

On ajoutera ces équations à celles du §. 341.

*Réſultat de l'élimination entre les équations* (1), (5), (6), (10), (11), (15), (16), (17), (18) & (19), *du* §. 341.

(348) Quoique le Problême de la détermination des orbites des Comètes ne ſoit pas le principal objet que je me ſuis propoſé dans cet Ouvrage, je n'ai pas cru devoir me diſpenſer de donner le réſultat de l'élimination, entre les équations (1), (5), (6), (10), (11), (15), (16), (17), (18) & (19) du §. 341. Soit donc

$$B = \frac{2r^2}{r + \text{cof.}(u + \beta)};$$

$$C = \frac{R \text{ ſin.}(u + \beta)}{r + \text{cof.}(u + \beta)};$$

$$E r^4 = \tfrac{1}{2} T r^2 \text{ ſin. } u' \text{ ſin. } 2(A + u') + R r^3 \text{ cof. } u - T r \text{ cof. } u' \text{ ſin}^2.(A + u');$$

$$F r^4 = -\tfrac{1}{2} R r^2 \text{ ſin. } u \text{ ſin. } 2(A + u') - R \text{ coſin. } u \text{ coſin. I coſin}^2.(A + u');$$

$$G r = R \text{ coſin. } u - T \text{ coſin. } u';$$

$$H r^4 = R \text{ ſin. } u \text{ ſin. I coſin}^2.(A + u');$$

$$K r^3 = \tfrac{1}{2} r^2 \text{ coſin. } u \text{ ſin. } 2(A + u') - \text{ ſin. } u \text{ cof. I cos}^2.(A + u');$$

$$M r^2 = \text{ſin. } u \text{ ſin. I ſin.}(A + u') + \text{Tang. L ſin. } u \text{ cof. I};$$

$$N r^3 = R \text{ ſin. } u \text{ coſin. I ſin.}(A + u') - R \text{ Tang. L ſin. } u \text{ ſin. I};$$

$$P r^3 = R \text{ cof. } u \text{ ſin. I ſin.}(A + u') + R \text{ Tang. L cof. } u \text{ cof. I};$$

$$Q\,r^3 = R \sin. u \sin. I \cos. (A + u') - T\,r \,\mathrm{Tang.}\, L \cos. u';$$

$$S\,r^3 = \frac{r^3}{\cos.^2. L} (R \sin. u \cos. I - T\,r \sin. u');$$

$$V\,r^3 = R \sin. u \sin. I \cos. (A + u');$$

$$W\,\sqrt{r} = R\,1\,\sqrt{(R - D)};$$

$$Y\,\sqrt{r} = -R\sqrt{(R\,1 - D)};$$

$$Z\,\sqrt{r} = (R\,1 - 2\,D)\sqrt{(R - D)} - (R - 2\,D)\sqrt{(R\,1 - D)};$$

$$B\,1 = \frac{2\,r^2}{r + \cos. (u\,1 + \beta)};$$

$$C\,1 = \frac{R\,1 \sin. (u\,1 + \beta)}{r + \cos. (u\,1 + \beta)};$$

$$E\,1\,r^4 = \tfrac{1}{2} T\,1\,r^2 \sin. (u' + m\,1) \sin. 2 (A\,1 + u' + m\,1) + R\,1\,r^3 \cos. u\,1 - T\,1\,r \cos. (u' + m\,1) \sin.^2. (A\,1 + u' + m\,1);$$

$$F\,1\,r^4 = -\tfrac{1}{2} R\,1\,r^2 \sin. u\,1 \sin. 2 (A\,1 + u' + m\,1) - R\,1 \cos. u\,1 \cos. I \cos.^2. (A\,1 + u' + m\,1);$$

$$G\,1\,r = R\,1 \cos. u\,1 - T\,1 \cos. (u' + m\,1);$$

$$H\,1\,r^4 = R\,1 \sin. u\,1 \sin. I \cos.^2. (A\,1 + u' + m\,1);$$

$$K\,1\,r^3 = \tfrac{1}{2} r^2 \cos. u\,1 \sin. 2 (A\,1 + u' + m\,1) - \sin. u\,1 \cos. I \cos.^2. (A\,1 + u' + m\,1);$$

$$M\,1\,r^2 = \sin. u\,1 \sin. I \sin. (A\,1 + u' + m\,1) + \mathrm{Tang.}\, L\,1 \sin. u\,1 \cos. I;$$

$$N\,1\,r^3 = R\,1 \sin. u\,1 \cos. I \sin. (A\,1 + u' + m\,1) - R\,1 \,\mathrm{Tang.}\, L\,1 \sin. u\,1 \sin. I;$$

$$P\,1\,r^3 = R\,1 \cos. u\,1 \sin. I \sin. (A\,1 + u' + m\,1) + R\,1 \,\mathrm{Tang.}\, L\,1 \cos. u\,1 \cos. I;$$

$$Q_1 r^3 = R_1 \text{ sin. } u_1 \text{ sin. I cos. } (A_1 + u' + m_1)$$
$$- T_1 r \text{ Tang. } L_1 \text{ cos. } (u' + m_1) ;$$

$$S_1 r^3 = \frac{r^3}{\text{cosin}^2. L_1} (R_1 \text{ sin. } u_1 \text{ cos. I} - T_1 r \text{ sin. } (u' + m_1)) ;$$

$$V_1 r^3 = R_1 \text{ sin. } u_1 \text{ sin. I cos. } (A_1 + u' + m_1) ;$$

$$B_2 = \frac{2 r^2}{r + \text{cos. } (u_2 + \beta)} ;$$

$$C_2 = \frac{R_2 \text{ sin. } (u_2 + \beta)}{r + \text{cos. } (u_2 + \beta)} ;$$

$$E_2 r^4 = \tfrac{1}{2} T_2 r^2 \text{ sin. } (u' + m_2) \text{ sin. } 2 (A_2 + u' + m_2) + R_2 r^3 \text{ cos. } u_2$$
$$- T_2 r \text{ cos. } (u' + m_2) \text{ sin}^2. (A_2 + u' + m_2) ;$$

$$F_2 r^4 = - \tfrac{1}{2} R_2 r^2 \text{ sin. } u_2 \text{ sin. } 2 (A_2 + u' + m_2)$$
$$- R_2 \text{ cos. } u_2 \text{ cos. I cos}^2. (A_2 + u' + m_2) ;$$

$$G_2 r = R_2 \text{ cosin. } u_2 - T_2 \text{ cosin. } (u' + m_2) ;$$

$$H_2 r^4 = R_2 \text{ sin. } u_2 \text{ sin. I cos}^2. (A_2 + u' + m_2) ;$$

$$K_2 r^3 = \tfrac{1}{2} r^2 \text{ cosin. } u_2 \text{ sin. } 2 (A_2 + u' + m_2)$$
$$- \text{sin. } u_2 \text{ cos. I cos}^2. (A_2 + u' + m_2) ;$$

$$W_1 \sqrt{r} = R_2 \sqrt{(R - D)} ;$$

$$Y_1 \sqrt{r} = - R \sqrt{(R_2 - D)} ;$$

$$Z_1 \sqrt{r} = (R_2 - 2D) \sqrt{(R - D)} - (R - 2D) \sqrt{(R_2 - D)} .$$

Les équations (1), (5), (6), (10), (11), (15), (16), (17), (18) & (19) du §. 341 deviendront.

$$(1)\ 206265'' dR - 206265'' \frac{\beta}{r} dD - C du - C d\beta = 0 ;$$

$$(2)\ E r du' + F r du + G r dA + H r dI$$
$$+ 206265'' K dR = 0 ;$$

$$(3)\quad 206265''\,dR_1 - 206265''\frac{B_1}{r}\,dD - C_1\,du_1 - C_1\,d\beta = 0;$$

$$(4)\quad E_1 r\,du' + F_1 r\,du_1 + G_1 r\,dA_1 + H_1 r\,dI + 206265''\,K_1\,dR_1 = 0;$$

$$(5)\quad 206265''\,dR_2 - 206265''\frac{B_2}{r}\,dD - C_2\,du_2 - C_2\,d\beta = 0;$$

$$(6)\quad E_2 r\,du' + F_2 r\,du_2 + G_2 r\,dA_2 + H_2 r\,dI + 206265''\,K_2\,dR_2 = 0;$$

$$(7)\quad W\,dR_1 + Y\,dR + Z\,dD = 0;$$

$$(8)\quad W_1\,dR_2 + Y_1\,dR + Z_1\,dD = 0;$$

$$(9)\quad 206265''\,M\,dR + N r\,dI + P r\,du + Q r\,du' + S r\,dL + V r\,dA = 0;$$

$$(10)\quad 206265''\,M_1\,dR_1 + N_1 r\,dI + P_1 r\,du_1 + Q_1 r\,du' + S_1 r\,dL_1 + V_1 r\,dA_1 = 0.$$

(349) Soit maintenant

$$B'r = Fr + KC;$$
$$B'_1 r = F_1 r + K_1 C_1;$$
$$B'_2 r = F_2 r + K_2 C_2;$$
$$C'r = CM + Pr;$$
$$C'_1 r = C_1 M_1 + P_1 r;$$
$$E'r = BY + Zr + B_1 W;$$
$$E'_1 r = BY_1 + Z_1 r + B_2 W_1;$$
$$F'r = CY + C_1 W;$$
$$F'_1 r = CY_1 + C_2 W_1;$$

$$G'r = MB - \frac{C'KB}{B'};$$

$$G'_1 r = M_1 B_1 - \frac{C'_1 K_1 B_1}{B'_1};$$

$$H' = Q - \frac{C'E}{B'};$$

$$H'_1 = Q_1 - \frac{C'_1 E_1}{B'_1};$$

$$K' = V - \frac{C'G}{B'};$$

$$K'_1 = V_1 - \frac{C'_1 G_1}{B'_1};$$

$$M' = N - \frac{C'H}{B'};$$

$$M'_1 = N_1 - \frac{C'_1 H_1}{B'_1};$$

$$N'r = CM - \frac{KCC'}{B'};$$

$$N'_1 r = C_1 M_1 - \frac{K_1 C_1 C'_1}{B'_1};$$

$$P' = \frac{YCKB}{B'r^2} + \frac{WC_1 K_1 B_1}{B'_1 r^2} - E';$$

$$P'_1 = \frac{Y_1 CKB}{B'r^2} + \frac{W_1 C_2 K_2 B_2}{B'_2 r^2} - E'_1;$$

$$Q'r = \frac{YCE}{B'} + \frac{WC_1 E_1}{B'_1};$$

$$Q'_1 r = \frac{Y_1 CE}{B'} + \frac{W_1 C_2 E_2}{B'_2};$$

$$S'r = \frac{YCH}{B'} + \frac{WC_1 H_1}{B'_1};$$

$$S'_1 r = \frac{Y_1 CH}{B'} + \frac{W_1 C_2 H_2}{B'_2};$$

$$V' = \frac{Y C^2 K}{B' r^2} + \frac{W C^2{}_1 K_1}{B'_1 r^2} - F';$$

$$V'_1 = \frac{Y_1 C^2 K}{B' r^2} + \frac{W_1 C^2{}_2 K_2}{B'_2 r^2} - F'_1.$$

On aura 1°. les quatre équations ſuivantes ;

$$(1)\ 206265'' \frac{G'}{r} dD + H' du' + M' dI + N' d\beta + K' dA + S dL = 0;$$

$$(2)\ 206265'' \frac{G'_1}{r} dD + H'_1 du' + M'_1 dI + N'_1 d\beta + K'_1 dA_1 + S_1 dL_1 = 0;$$

$$(3)\ 206265'' \frac{P'}{r} dD + Q' du' + S' dI + V' d\beta + \frac{Y C G}{B' r} dA + \frac{W C_1 G_1}{B'_1 r} dA_1 = 0;$$

$$(4)\ 206265'' \frac{P'_1}{r} dD + Q'_1 du' + S'_1 dI + V'_1 d\beta + \frac{Y_1 C G}{B' r} dA + \frac{W_1 C_2 G_2}{B'_2 r} dA_2 = 0.$$

Equations qui, ainſi qu'il eſt aiſé de le voir, renferment les quatre principales inconnues du Problême, la diſtance périhélie, la poſition du nœud, l'inclinaiſon de l'orbite, la différence en longitude du nœud aſcendant & du périhélie, combinées entre elles & avec des connues.

(350) On a de plus les ſix équations ſuivantes ;

$$(1)\ du = -\frac{E}{B'} du' - \frac{G}{B'} dA - \frac{H}{B'} dI - \frac{K C}{B' r} d\beta = 206265'' \frac{K B}{B' r^2} dD;$$

$$(2)\quad du_1 = -\frac{E_1}{B'_1}du' - \frac{G_1}{B'_1}dA_1 - \frac{H_1}{B'_1}dI - \frac{K_1 C_1 d\beta}{B'_1 r} - 206265''\frac{K_1 B_1}{B'_1 r^2}dD;$$

$$(3)\quad du_2 = -\frac{E_2}{B'_2}du' - \frac{G_2}{B'_2}dA_2 - \frac{H_2}{B'_2}dI - \frac{K_2 C_2 d\beta}{B'_2 r} - 206265''\frac{K_2 B_2}{B'_2 r^2}dD;$$

$$(4)\quad 206265''\,dR = 206265''\frac{B}{r}dD + C\,du + C\,d\beta;$$

$$(5)\quad 206265''\,dR_1 = 206265''\frac{B_1}{r}dD + C_1\,du_1 + C_1\,d\beta;$$

$$(6)\quad 206265''\,dR_2 = 206265''\frac{B_2}{r}dD + C_2\,du_2 + C_2\,d\beta.$$

D'où l'on voit que quand les quatre inconnues des équations du §. 349 seront connues, les autres quantités le seront pareillement.

(351) Soit enfin

$$a = H'_1 - \frac{H'G'_1}{G'};$$

$$b = M'_1 - \frac{M'G'_1}{G'};$$

$$c = N'_1 - \frac{N'G'_1}{G'};$$

$$e = Q' - \frac{H'P'}{G'};\quad e_1 = Q'_1 - \frac{H'P'_1}{G'};$$

$$f = S' - \frac{M'P'}{G'};\quad f_1 = S'_1 - \frac{M'P'_1}{G'};$$

$$g = V' - \frac{N'P'}{G'} \; ; \quad g_1 = V'_1 - \frac{N'P'_1}{G'} \; ;$$

$$h = \frac{YCG}{B'r} - \frac{K'P'}{G'} ; \; h_1 = \frac{Y_1 CG}{B'r} - \frac{K'P'_1}{G'} \; ;$$

$$l = f - \frac{be}{a} \; ; \quad l_1 = f_1 - \frac{be_1}{a} \; ;$$

$$n = g - \frac{ce}{a} \; ; \quad n_1 = g_1 - \frac{ce_1}{a} \; ;$$

$$p = h + \frac{K'G'_1 e}{aG'} \; ; \quad p_1 = h_1 + \frac{K'G'_1 e_1}{aG'} \; ;$$

$$q = \frac{SG'_1 e}{aG'} - \frac{SP'}{G'} \; ; \quad q_1 = \frac{SG'_1 e_1}{aG'_1} - \frac{SP'_1}{G'} ;$$

$$t = \frac{WC_1 G_1}{B'_1 r} - \frac{K'_1 e}{a} \; ;$$

$$a' = \frac{ln_1}{n} - l_1 ;$$

$$b' = p_1 - \frac{pn_1}{n} \; ;$$

$$c' = q_1 - \frac{qn_1}{n} \; ;$$

$$e' = \frac{S_1 en_1}{an} - \frac{S_1 e_1}{a} \; ;$$

$$f' = - \frac{K'_1 e_1}{a} - \frac{tn_1}{n} \; ;$$

$$g' = \frac{W_1 C_2 G_2}{B'_2 r} .$$

On aura

$$dI = \frac{b'}{a'}\,dA + \frac{f'}{a'}\,dA_1 + \frac{g'}{a'}\,dA_2 + \frac{e'}{a'}\,dL + \frac{e'}{a'}\,dL_1 ;$$

$$d\beta = -\frac{l\,dI}{n} - \frac{p\,dA}{n} - \frac{t\,dA_1}{n} - \frac{q\,dL}{n} + \frac{S_1\,e\,dL_1}{an} ;$$

$$du' = -\frac{b\,dI}{a} - \frac{c\,d\beta}{a} + \frac{K'G'_1}{aG'}\,dA - \frac{K'_1\,dA_1}{a} + \frac{SG'_1}{aG'}\,dL - \frac{S_1\,dL_1}{a} ;$$

$$206265''\,dD = -\frac{H'r\,du'}{G'} - \frac{M'r\,dI}{G'} - \frac{N'r\,d\beta}{G'} - \frac{K'r\,dA}{G'} - \frac{Sr\,dL}{G'} .$$

(352) Le Problème proposé est maintenant résolu ; mais en même tems il demande beaucoup d'attention dans la pratique, soit sur le signe, soit sur la quantité de chacune des valeurs. Comme plusieurs de ces valeurs dépendent des sinus, cosinus & tangentes d'angles, il sera à propos de se rappeller que relativement à un angle compris entre 0° & 90°, le sinus, le cosinus & la tangente sont positifs ; que relativement à un angle compris entre 90° & 180°, le sinus est positif ; mais que le cosinus & la tangente sont négatifs ; que relativement à un angle compris entre 180° & 270°, le sinus & le cosinus sont négatifs, mais que la tangente est positive ; que relativement à un angle compris entre 270° & 360°, le cosinus est positif ; mais que le sinus & la tangente sont négatifs.

(353) Il faut également avoir attention au ſigne des quantités $d1$, $d\beta$, $du'$, $dL$, $dL1$, $dA$, $dA1$, $dA2$, $du$, $du1$, $du2$. En général, lorſque ces quantités ſont poſitives, cela indique que le véritable angle évalué dans le ſens de la ſuppoſition primitive, eſt plus grand que l'angle hypothétique. Prenons pour exemple une latitude obſervée de la Comète. Suppoſons que cette latitude ſoit auſtrale, & que $dL$ ſoit poſitif; on ſeroit conduit à un réſultat erroné, ſi l'on concluoit que dans ce cas la latitude auſtrale vraie eſt plus grande que la latitude hypothétique. En effet, dans la conſtruction primitive, nous avons ſuppoſé que la latitude de la Comète étoit boréale; une latitude auſtrale eſt donc une latitude boréale qui ſurpaſſe 270°; ſi donc l'on ajoute une quantité poſitive à la latitude hypothétique, on aura une latitude vraie qui rapprochera davantage la Comète du plan de l'écliptique, & qui donne une latitude auſtrale plus petite. Je n'entrerai point dans un plus grand détail ſur ce ſujet. Cet exemple ſuffit pour guider dans les concluſions que l'on doit tirer dans tous les cas. Il faut également avoir attention au ſigne des quantités $dD$, $dR$, $dR1$, $dR2$, $d\Delta$, $d\Delta 1$, $d\Delta 2$, &c.

(354) Si l'on jette les yeux ſur les §. précédens, on ſera peut-être effrayé du nombre de termes qu'il faut évaluer pour déterminer l'orbite d'une Comète. Ce ſeroit à tort que l'on voudroit en tirer une objection contre notre méthode, puiſque ce nombre de termes eſt dans la nature même de la queſtion.

(355) Il pourroit arriver que l'on ne voulut combiner que deux obſervations. Il eſt facile de déterminer ce que deviendroient alors les formules des §. 348, 349 & ſuivans. En effet, on peut conſidérer le cas de deux obſervations, comme celui de trois obſervations, dont la troiſième obſervation co-incide avec la ſeconde. On a donc $R1 = R2$; $u1 = u2$; $T1 = T2$;

$A1 = A2$; $\Delta 1 = \Delta 2$; $L1 = L2$; $X1 = X2$; $y1 = y2$; $m1 = m2$; $dR1 = dR2$; $d\Delta 1 = d\Delta 2$; $du1 = du2$; $dA1 = dA2$; $dL1 = dL2$; $B1 = B2$; $C1 = C2$; $E1 = E2$; $F1 = F2$; $G1 = G2$; $H1 = H2$; $K1 = K2$; $W = W1$; $Y = Y1$; $Z = Z1$; $B'1 = B'2$; $E' = E'1$; $F' = F'1$; $P' = P'1$; $Q' = Q'1$; $S' = S'1$; $V' = V'1$. D'où l'on voit que la troiſième & la quatrième équations du §. 349 ſont entiérement ſemblables. On a donc dans ce cas quatre variables, & trois équations ſeulement ; & le Problême eſt indéterminé, ainſi qu'il a été déjà remarqué ci-deſſus. Les équations (2) & (3), (5) & (6) du §. 350 ſont pareillement ſemblables. L'on a de plus $e = e1$; $f = f1$; $g = g1$; $h = h1$; $l = l1$; $n = n1$; $p = p1$; $q = q1$; $a' = 0$; $b' = 0$; $c' = 0$; $e' = 0$; $f' + g' = 0$; & la valeur de $d1$ eſt arbitraire ; ce qui eſt conforme aux réflexions précédentes.

(356) Comme dans le cas de deux obſervations, une des inconnues du Problême eſt arbitraire ; cette manière de comparer enſemble les obſervations deux à deux, eſt peut-être commode, pour parvenir à une connoiſſance approchée des élémens. On a, à la vérité, deux ſyſtêmes d'élémens à faire cadrer enſemble, mais auſſi on a dans chaque cas une inconnue dont on peut diſpoſer.

(357) Je remarquerai que dans les §. 334, 335, 336, 337 & 341, pluſieurs équations ſont indépendantes de la nature de la trajectoire de la Comète ; telles ſont, par exemple, les équations (3), (4), (5), (8), (9), (10), (13), (14), (15), (18), (19) & (20) ; il en eſt de même des ſix équations des §. 346 & 347. Ces équations ſont donc vraies dans tout ſyſtême ; ſoit que l'on ſuppoſe la trajectoire rectiligne, parabolique, elliptique ou hyperbolique. J'obſerverai enfin que ſi il s'étoit gliſſé quelqu'erreur dans les obſervations, la forme des équations du §. 351 permettroit d'y avoir égard ſans être obligé de faire de nouveaux calculs.

*Calcul des orbites des Comètes dans l'ellipſe & dans l'hyperbole.*

(358) Nous avons donné une méthode pour déterminer les orbites des Comètes, dans la ſuppoſition que ces Aſtres décrivent des Paraboles. Cette ſuppoſition eſt certainement très-naturelle, puiſqu'il eſt prouvé par le fait, que les Comètes obſervées juſqu'ici, ont toutes décrit des trajectoires, qui ſe ſont confondues ſenſiblement avec la parabole, dans la partie de leurs orbites que l'on a pu obſerver. Il faut cependant convenir que théoriquement parlant, la parabole n'eſt pas la véritable courbe décrite par les Comètes. En effet la parabole n'étant que le paſſage entre l'hyperbole & l'ellipſe, il eſt contre toute probabilité qu'elle ſoit la véritable trajectoire des Comètes. Je vais donc indiquer en peu de mots la méthode que l'on peut ſuivre pour calculer les Comètes, dans des orbites elliptiques ou même hyperboliques, pourvu toutefois que l'on ſuppoſe que ces trajectoires différent peu de la parabole, dans la partie de leurs orbites, où elles ſont viſibles.

(359) Ce calcul eſt fondé ſur les réflexions ſuivantes. Nous avons déjà dit (§. 357) que parmi les équations des §. 334, 335, 336, 337, 341, 346 & 347; les unes ſont indépendantes de la trajectoire que l'on ſuppoſe décrite par la Comète; telles ſont, par exemple, les équations (3), (4), (5) du §. 334; (8), (9), (10), (13), (14), (15) du §. 335; (18), (19), (20) du §. 337; (1), (2), (3), (4), (5), (6) du §. 346; ainſi que les différentielles de ces équations. Les autres équations dépendent au contraire de la nature de la trajectoire de la Comète. Dans les calculs précédens, nous avons ſuppoſé que cette trajectoire étoit parabolique, & nous avons fait uſage des équations (1), (2), (6), (7), (11), (12), (16) & (17) des §. 334,

335, 336; ainſi que de leurs différentielles §. 341. Nous remarquerons même, pour mettre plus d'analogie entre ce que nous avons dit & ce qui nous reſte à dire, que ſi l'on nomme

P le paramêtre de la ſection conique, décrite par la Comète;

on a dans la parabole $P = 4D$. Maintenant j'obſerve que ſi l'on conſerve toutes les définitions précédentes, l'équation générale aux ſections coniques, au lieu d'être

$$R\left(r + \text{cof.}\left(u + \beta\right)\right) - \frac{rP}{2} = 0,$$

ainſi que nous l'avons ſuppoſé pour la parabole, a réellement la forme ſuivante;

$$R\left(r + \frac{E}{a}\left(\text{cof.}\, u + \beta\right)\right) - \frac{rP}{2} = 0.$$

Dans cette dernière équation, on doit entendre par

E la diſtance du foyer au centre de la ſection conique;

$a$ le demi-grand axe de la ſection.

On ne doit point auſſi perdre de vue, que dans l'ellipſe, E eſt moindre que $a$; que dans l'hyperbole, E ſurpaſſe $a$; & qu'enfin dans les trajectoires des Comètes, E & $a$ différent peu d'être des quantités égales entre elles. Je ſuppoſerai donc, pour la facilité du calcul, que $E = (1 - x)\,a$, $x$ étant d'ailleurs une quantité très-petite, poſitive dans l'ellipſe, négative dans l'hyperbole. L'équation générale aux ſections coniques deviendra donc

$$R\left(r + (1 - x)\,\text{cof.}\,(u + \beta)\right) - \frac{rP}{2} = 0;$$

qui, étant différenciée, donne

$$206265''\left(r + (1 - x)\,\text{cof.}\,(u + \beta)\right) dR - 206265''\,\frac{r\,dP}{2}$$
$$- R(1 - x)\,\text{ſin.}\,(u + \beta)\,du - R(1 - x)\,\text{ſin.}\,(u + \beta)\,d\beta$$
$$- R\,\text{cof.}\,(u + \beta)\,dx = 0.$$

(360) Je remarque auſſi, qu'il réſulte du §. 162, que ſi l'on veut calculer en général dans une ſection conique, au lieu des équations (2), (7), (12), (16) & (17) des §. 334, 335 & 336, on a des équations de cette forme.

$$(1)\ X = \int \frac{R^2 (du + d\beta)}{\rho r \sqrt{P\delta}} ;$$

$$(2)\ X_1 = \int \frac{R^2{}_1 (du_1 + d\beta)}{\rho r \sqrt{P\delta}} ;$$

$$(3)\ X_2 = \int \frac{R^2{}_2 (du_2 + d\beta)}{\rho r \sqrt{P\delta}} ;$$

$$(4)\ X_3 = \int \frac{R^2{}_3 (du_3 + d\beta)}{\rho r \sqrt{P\delta}} ;$$

& ainſi de ſuite.

$$(5)\ y_1 = \int \frac{R^2{}_1 (du_1 + d\beta)}{\rho r \sqrt{P\delta}} - \int \frac{R^2 (du + d\beta)}{\rho r \sqrt{P\delta}} ;$$

$$(6)\ y_2 = \int \frac{R^2{}_2 (du_2 + d\beta)}{\rho r \sqrt{P\delta}} - \int \frac{R^2 (du + d\beta)}{\rho r \sqrt{P\delta}} ;$$

$$(7)\ y_3 = \int \frac{R^2{}_3 (du_3 + d\beta)}{\rho r \sqrt{P\delta}} - \int \frac{R^2 (du + d\beta)}{\rho r \sqrt{P\delta}} ;$$

& ainſi de ſuite.

(361) Si l'on différencie maintenant les équations (5), (6), (7), en regardant comme variables, non-ſeulement les quantités $u$, $u_1$, $u_2$, $u_3$, $\beta$; mais encore R, $R_1$, $R_2$, $R_3$, P; en vertu des *Méthodes pour différencier ſous le ſigne*, on aura dans la ſuppoſition de $dy_1 = 0$, $dy_2 = 0$, $dy_3 = 0$;

$$(1)\quad \frac{R^2 1\, du1}{\sqrt{P}} - \frac{R^2\, du}{\sqrt{P}} + \frac{(R^2 1 - R^2)}{\sqrt{P}}\, d\beta$$
$$+ dR1 \int \frac{2R1\,(du1 + d\beta)}{\sqrt{P}} - dR \int \frac{2R\,(du + d\beta)}{\sqrt{P}}$$
$$- dP\left(\int \frac{R^2 1\,(du1 + d\beta)}{2P^{\frac{3}{2}}} - \int \frac{R^2 (du + d\beta)}{2P^{\frac{3}{2}}}\right) = 0;$$

$$(2)\quad \frac{R^2 2\, du2}{\sqrt{P}} - \frac{R^2\, du}{\sqrt{P}} + \frac{(R^2 2 - R^2)\, d\beta}{\sqrt{P}}$$
$$+ dR2 \int \frac{2R2\,(du2 + d\beta)}{\sqrt{P}} - dR \int \frac{2R\,(du + d\beta)}{\sqrt{P}}$$
$$- dP\left(\int \frac{R^2 2\,(du2 + d\beta)}{2P^{\frac{3}{2}}} - \int \frac{R^2 (du + d\beta)}{2P^{\frac{3}{2}}}\right) = 0;$$

$$(3)\quad \frac{R^2 3\, du3}{\sqrt{P}} - \frac{R^2\, du}{\sqrt{P}} + \frac{(R^2 3 - R^2)}{\sqrt{P}}\, d\beta$$
$$+ dR3 \int \frac{2R3\,(du3 + d\beta)}{\sqrt{P}} - dR \int \frac{2R\,(du + d\beta)}{\sqrt{P}}$$
$$- dP\left(\int \frac{R^2 3\,(du3 + d\beta)}{2P^{\frac{3}{2}}} - \int \frac{R^2 (du + d\beta)}{2P^{\frac{3}{2}}}\right) = 0;$$

& ainſi de ſuite. Dans ces équations $du$, $du1$, $du2$, $du3$, $d\beta$, ſont des quantités linéaires. Voyons quel uſage l'on peut faire de ces équations.

(362) Je remarque d'abord que dans le cas de l'ellipſe ou de l'hyperbole, on a une inconnue de plus que pour la parabole ; puiſqu'indépendamment du paramêtre de la ſection, qui tient lieu de la diſtance périhélie, on a d'ailleurs à déterminer le rapport du demi-grand axe à l'excentricité, ou, ſi l'on veut, la valeur de $dx$.

(363) Je remarque en ſecond lieu que dans les équations (1), (2), (3) du §. 361 la quantité P, qui ſe

trouve ſous les différentes intégrales, peut être regardée comme connue ; puiſque par la nature de la queſtion, la véritable valeur de P diffère peu de la valeur hypothétique. Les équations (1), (2), (3) du §. 361 ſeront donc diviſibles par $\sqrt{P}$.

(364) J'obſerve en troiſième lieu que les quantités

$$\int \frac{R^2\,1\,(du\,1+d\beta)}{2P} - \int \frac{R^2\,(du+d\beta)}{2P},$$

$$\int \frac{R^2\,2\,(du\,2+d\beta)}{2P} - \int \frac{R^2\,(du+d\beta)}{2P},$$

$$\int \frac{R^2\,3\,(du\,3+d\beta)}{2P} - \int \frac{R^2\,(du+d\beta)}{2P},$$

qui multiplient $dP$, après la réduction dont on vient de parler, peuvent être miſes ſous la forme ſuivante.

$$\frac{pr\sqrt{\delta}}{2\sqrt{P}}\left(\int \frac{R^2\,1\,(du\,1+d\beta)}{pr\sqrt{P\delta}} - \int \frac{R^2\,(du+d\beta)}{pr\sqrt{P\delta}}\right);$$

$$\frac{pr\sqrt{\delta}}{2\sqrt{P}}\left(\int \frac{R^2\,2\,(du\,2+d\beta)}{pr\sqrt{P\delta}} - \int \frac{R^2\,(du+d\beta)}{pr\sqrt{P\delta}}\right);$$

$$\frac{pr\sqrt{\delta}}{2\sqrt{P}}\left(\int \frac{R^2\,3\,(du\,3+d\beta)}{pr\sqrt{P\delta}} - \int \frac{R^2\,(du+d\beta)}{pr\sqrt{P\delta}}\right).$$

Mais $\int \frac{R^2\,1\,(du\,1+d\beta)}{pr\sqrt{P\delta}} - \int \frac{R^2\,(du+d\beta)}{pr\sqrt{P\delta}}$ & ainſi de ſuite, ſont reſpectivement égales à $y\,1$, $y\,2$, $y\,3$ ; on pourra donc donner aux termes

$$-dP\left(\int \frac{R^2\,1\,(du\,1+d\beta)}{2P} - \int \frac{R^2\,(du+d\beta)}{2P}\right)$$

& ainſi de ſuite, cette autre forme plus commode,

$$-\frac{pry1\sqrt{\delta}}{2\sqrt{P}}\times dP,\quad -\frac{pry2\sqrt{\delta}}{2\sqrt{P}}\times dP,\quad -\frac{pry3\sqrt{\delta}}{2\sqrt{P}}\times dP.$$

(365) Il reſte maintenant à évaluer les termes de la forme ſuivante ;

$dR\int 2R(du+d\beta)$ ; $dR_1\int 2R_1(du_1+d\beta)$ &c.

Comme par la ſuppoſition, la ſection conique diffère peu de la parabole ; ſous le ſigne d'intégration je ſubſtituerai à R & à $R_1$, &c., leurs valeurs tirées de la parabole. J'aurai donc

$$2R=\frac{Pr}{r+\text{cof.}(u+\beta)}\text{ ; }2R_1=\frac{Pr}{r+\text{cof.}(u_1+\beta)}\text{ &c.}$$

donc

$$\int 2R(du+d\beta)=\int\frac{Pr(du+d\beta)}{r+\text{cof.}(u+\beta)}=\int\frac{Pr^2(du+d\beta)}{2\cos^2.\frac{1}{2}(u+\beta)}\text{ ;}$$

$$\int 2R_1(du_1+d\beta)=\int\frac{Pr(du_1+d\beta)}{r+\text{cof.}(u_1+\beta)}=\int\frac{Pr^2(du_1+\beta)}{2\cos^2.\frac{1}{2}(u_1+\beta)}\text{ ;}$$

& ainſi de ſuite. Donc, en intégrant,

$\int 2R\,(du+d\beta)=P\,\text{Tang.}\frac{1}{2}(u+\beta)$ ;

$\int 2R_1\,(du_1+d\beta)=P\,\text{Tang.}\frac{1}{2}(u_1+\beta)$ ;

& ainſi de ſuite. On pourra donc donner reſpectivement aux termes

$dR\int 2R(du+d\beta)$ ; $dR_1\int 2R_1(du_1+d\beta)$, &c.

la forme ſuivante,

$P\,\text{Tang.}\frac{1}{2}(u+\beta)\,dR$, $P\,\text{Tang.}\frac{1}{2}(u_1+\beta)\,dR_1$, &c.

(366) On voit maintenant la forme complette des équations du §. 361 ; on aura donc en ſuppoſant que l'on entende par $du$, $du_1$, $du_2$, $du_3$ & $d\beta$ des ſecondes de degré, & non pas des quantités linéaires comme dans le §. 361 ;

$$(1)\ R^2\,1\,du\,1 - R^2\,du + (R^2\,1 - R^2)\,d\beta$$
$$+ 206265''\frac{P}{r}\,\text{Tang.}\,\tfrac{1}{2}(u\,1 + \beta)\,dR\,1$$
$$- 206265''\frac{P}{r}\,\text{Tang.}\,\tfrac{1}{2}(u + \beta)\,dR$$
$$- \frac{206265''\,y\,1\,\rho\sqrt{\delta}}{2\sqrt{P}}\,dP = 0\,;$$

$$(2)\ R^2\,2\,du\,2 - R^2\,du + (R^2\,2 - R^2)\,d\beta$$
$$+ 206265''\frac{P}{r}\,\text{Tang.}\,\tfrac{1}{2}(u\,2 + \beta)\,dR\,2$$
$$- 206265''\frac{P}{r}\,\text{Tang.}\,\tfrac{1}{2}(u + \beta)\,dR$$
$$- \frac{206265''\,y\,2\,\rho\sqrt{\delta}}{2\sqrt{P}}\,dP = 0\,;$$

$$(3)\ R^2\,3\,du\,3 - R^2\,du + (R^2\,3 - R^2)\,d\beta$$
$$+ 206265''\frac{P}{r}\,\text{Tang.}\,\tfrac{1}{2}(u\,3 + \beta)\,dR\,3$$
$$- 206265''\frac{P}{r}\,\text{Tang.}\,\tfrac{1}{2}(u + \beta)\,dR$$
$$- \frac{206265''\,y\,3\,\rho\sqrt{\delta}}{2\sqrt{P}}\,dP = 0.$$

(367) Comme la parabole, ainſi qu'il a déjà été remarqué ci-deſſus, approche de ſatisfaire aux obſervations ; dans les co-éficiens des différens termes des équations du §. 359, on pourra ſuppoſer $x = 0$ ; & ces équations deviendront

$$(1)\ 206265''\,(r + \text{cos.}\,(u + \beta))\,dR - 206265''\,\frac{r\,dP}{2} - R\,\text{sin.}\,(u + \beta)\,du - R\,\text{sin.}\,(u + \beta)\,d\beta - R\,\text{cos.}\,(u + \beta)\,dx = 0;$$

$$(2)\ 206265''\,(r + \text{cos.}\,(u\,1 + \beta))\,dR\,1 - 206265''\,\frac{r\,dP}{2} - R\,1\,\text{sin.}\,(u\,1 + \beta)\,du\,1 - R\,1\,\text{sin.}\,(u\,1 + \beta)\,d\beta - R\,1\,\text{cos.}\,(u\,1 + \beta)\,dx = 0;$$

$$(3)\ 206265''\,(r + \text{cos.}\,(u\,2 + \beta))\,dR\,2 - 206265''\,\frac{r\,dP}{2} - R\,2\,\text{sin.}\,(u\,2 + \beta)\,du\,2 - R\,2\,\text{sin.}\,(u\,2 + \beta)\,d\beta - R\,2\,\text{cos.}\,(u\,2 + \beta)\,dx = 0;$$

$$(4)\ 206265''\,(r + \text{cos.}\,(u\,3 + \beta)\,dR\,3 - 206265''\,\frac{r\,dP}{2} - R\,3\,\text{sin.}\,(u\,3 + \beta)\,du\,3 - R\,3\,\text{sin.}\,(u\,3 + \beta)\,d\beta - R\,3\,\text{cos.}\,(u\,3 + \beta)\,dx = 0.$$

(368) L'analyſe précédente indique naturellement la route qu'il faudroit ſuivre, ſi l'on vouloit calculer l'orbite d'une Comète dans une ſection conique quelconque; c'eſt-à-dire, ſi l'on vouloit faire cadrer une quatrième obſervation avec les trois premières, en employant la ſuppoſition de l'orbite elliptique ou hyperbolique. Il eſt d'abord évident que pour la quatrième obſervation, on auroit des équations de la même forme que pour les trois premières; & de ces équations, les unes dépendroient de la nature de la trajectoire, les autres en ſeroient indépendantes. Un ſimple coup-d'œil ſur les §. 334, 335, 337, 341, 346 & 347, ſuffira pour donner la forme de ces équations indépendantes. On aura de plus les équations du §. 366 & 367, qui

dépendent de la nature de la trajectoire. On calculera donc les quatre obſervations dans la parabole, on comparera les poſitions calculées avec les poſitions obſervées ; on égalera reſpectivement les différences, à $dA$, $dA_1$, $dA_2$, $dA_3$, $dL$, $dL_1$, $dL_2$, $dL_3$ ; & comme l'on a treize inconnues, $dR$, $dR_1$, $dR_2$, $dR_3$, $du$, $du_1$, $du_2$, $du_3$, $du'$, $dI$, $d\beta$, $dP$, $dx$ ; l'on emploiera treize des équations, qui appartiennent aux quatre obſervations ; l'on éliminera entre ces treize équations, ainſi que nous l'avons pratiqué entre les dix équations pour la parabole, & le Problême ſera réſolu.

(369) Nous nous ſommes contentés de donner l'élimination pour le cas de la parabole, parce que le calcul en eſt beaucoup moins compliqué ; d'ailleurs je craindrois que la méthode, quoique rigoureuſe en théorie, n'exigeât des obſervations trop exactes, & peut-être d'une préciſion au-deſſus de celle que l'on peut ſe promettre naturellement. On peut voir, à ce ſujet, un excellent Mémoire, publié en 1770, par M. Lexell.

*Remarque ſur les méthodes précédentes, & ſur celles qui ſont en uſage parmi les Aſtronomes.*

(370) Les méthodes que je viens de mettre ſous les yeux du Lecteur, loin d'exclure celles par leſquelles on cherche à connoître à-peu-près les élémens des Comètes, les ſuppoſent au contraire, puiſque l'on ne peut faire uſage de nos formules, qu'autant que l'on a une connoiſſance déjà approchée de l'orbite de la Comète. Je vais donc donner une idée de quelques-unes des méthodes pratiquées par les Aſtronomes. Au reſte, je ne parlerai que de celles qui n'exigent aucun calcul pour être entendues, ou qui peuvent être rendues ſenſibles au moyen des équations démontrées dans cet Ouvrage.

(371) J'aurois deſiré pouvoir donner l'analyſe de la

méthode de M. Newton, que l'on trouve à la fin des Principes Mathématiques ; & de payer à cet homme immortel le tribut, d'admiration qui lui eſt dû par tous les Géomètres. Comme cette méthode eſt en partie graphique, & en partie fondée ſur des propriétés de la parabole, que je n'ai point eu occaſion de développer, cela m'éloigneroit trop de mon ſujet ; je renverrai donc à l'Ouvrage même de M. Newton. Pour donner de cette méthode l'idée que l'on en doit avoir, il ſuffit d'avoir nommé ſon Auteur, & d'ajouter qu'il en faiſoit grand cas.

(372) Je parlerai d'abord d'une méthode purement graphique, que M. Struick paroît avoir pratiqué avec ſuccès. On a une platte forme qui repréſente le plan de l'écliptique ; ſur cette platte forme on trace l'orbite elliptique de la Terre ; plus le rayon de cette orbite ſera grand, plus les réſultats ſeront exacts ; on a enſuite pour les différentes diſtances périhélies des Comètes, différentes paraboles tracées ſur la même échelle que l'orbite de la Terre, & diviſées en jours. Les réſultats ſeront d'autant plus exacts, que ces paraboles ſeront plus multipliées. Suppoſons maintenant que l'on ait trois obſervations d'une même Comète ; on place la Terre dans ſon orbite pour chacune des trois obſervations ; comme enſuite, au moyen des latitudes & des longitudes obſervées de la Comète, on connoit la direction des rayons viſuels menés de la Terre à la Comète, pour chacune des obſervations ; on mène ces rayons ; on eſſaye les différentes Comètes en ayant attention de mettre le Soleil au foyer de la parabole ; on voit celle qui s'ajuſte le mieux, c'eſt-à-dire celle qui eſt telle que les nombres des jours interceptés entre les fils, ſoient égaux aux intervalles des obſervations. Cette parabole eſt la parabole approchée. On peut voir à ce ſujet l'Aſtronomie de M. de la Lande (nouv. édit. §. 3045.)

(373) La ſeconde méthode en uſage parmi les Aſtronomes, pour déterminer les élémens d'une Co-

mète, eſt celle que l'on peut appeller *Méthode des hypothèſes*. Quoique la méthode que je vais expoſer diffère en quelque choſe de celle des Aſtronomes, il ſera aiſé de ſentir que ces différences ne ſont point eſſentielles. En général, la difficulté du Problême des Comètes conſiſte uniquement dans l'élimination des variables; car il n'a pas été difficile d'avoir les équations qui le réſolvent. Si l'on ne conſidéte qu'une ſeule obſervation, les inconnues ſont D, R, $\beta$, $u$, I, $u'$; elles ſont au nombre de ſix, mais en même tems (§. 334 & 337) on a trois équations, & le Problême a, ſi j'oſe m'exprimer ainſi, trois degrés d'indétermination. Si l'on conſidére une ſeconde obſervation, on a deux nouvelles variables, R 1, $u$ 1; mais auſſi (§. 335, 336 & 337) on a quatre nouvelles équations, & le Problême n'a plus qu'un degré d'indétermination. Si l'on conſidére une troiſième obſervation, le Problême eſt plus que déterminé, ainſi que nous l'avons déjà remarqué; car alors on a deux nouvelles variables, R 2, $u$ 2, c'eſt-à-dire, dix en tout; & quatre nouvelles équations, c'eſt-à-dire onze en tout. On a donc examiné ſi en ſuppoſant connues deux de ces variables, il ne ſeroit pas poſſible d'avoir par des procédés ſimples, la valeur des autres variables; il eſt évident en effet que l'on a dans ce cas, un ſyſtême d'élémens hypothétiques, qui ſatisfait à huit des dix équations, qui doivent être nulles à la fois. On porte ces élémens dans les deux équations dont on n'a point fait uſage, & ſi ces équations ſont encore ſatisfaites, l'hypothèſe eſt vraie. Si, au contraire, ces équations ne ſont point ſatisfaites, on eſſaye une nouvelle hypothèſe, juſqu'à ce que l'on rencontre à la fin, celle qui ſatisfait à toutes les équations.

(374) Pour me faire entendre plus clairement, ſuppoſons que l'on veuille faire uſage des équations (1), (6), (11), (16), (17) des §. 334, 335, 336, & des

des équations (1), (2), (4), (5), (6) du §. 346. Suppoſons de plus, qu'à l'inſtant d'une des obſervations la Comète ait paſſé par ſon nœud; il eſt évident que puiſque dans le nœud, l'angle du rayon vecteur de la Comète avec la ligne des nœuds eſt nul, on a, ou $u = 0$, ou $u1 = 0$, ou $u2 = 0$; imaginons donc que l'on ſuppoſe connus, par exemple, R & R 1; il eſt évident qu'au moyen de l'équation (16) du §. 336, l'on déterminera D; qu'au moyen de l'équation (17) du §. 336, l'on déterminera R 2; qu'au moyen des équations (1), (6) & (11) des §. 334 & 335, l'on déterminera $u + \beta$, $u1 + \beta$, $u2 + \beta$, & par conſéquent $u$, $u1$, $u2$, $\beta$, puiſque l'on connoît la valeur de $u$, ou de $u1$, ou de $u2$. Il eſt encore évident que la ſuppoſition de ſin. $u = 0$, ou de ſin. $u1 = 0$, ou de ſin. $u2 = 0$, réduit l'une des équations (4), (5) ou (6) du §. 346, à la forme ſuivante;

$$T \text{ ſin. } A - R \text{ ſin. } (A + u') = 0;$$

$$T1 \text{ ſin. } A1 - R1 \text{ ſin. } (A1 + u' + m1) = 0;$$

$$T2 \text{ ſin. } A2 - R2 \text{ ſin. } (A2 + u' + m2) = 0;$$

d'où l'on voit que l'on connoîtra $u'$. On déterminera enſuite I au moyen de l'une des deux autres équations; & la troiſième équation, ainſi que l'une des équations (1) ou (2) du §. 346, ſervira à vérifier l'hypothèſe; car la ſuppoſition de $u = 0$, $L = 0$, ou de $u1 = 0$, & $L1 = 0$, fait évanouir l'une des équations (1) ou (2) du §. 346.

(375) Il n'eſt pas néceſſaire que la Comète ait paſſé par ſon nœud lors d'une des obſervations, pour pouvoir employer cette eſpèce d'analyſe; mais alors le calcul eſt moins ſimple, & il faut ſuppoſer connus d'autres élémens. Imaginons en effet que l'on regarde comme connus $u'$ & $u$, & que l'on compare les équations (1) & (4) du §. 346; on aura

$r$ sin. A sin. $u$ cosin. ( A + $u'$ ) sin. I
+ Tang. L sin. $u$ cosin. $u'$ cos. ( A + $u'$ ) cos. I
+ $r^2$ sin. A cosin. $u$ Tang. L
— $r$ cos. $u$ cos. $u'$ Tang. L sin. ( A + $u'$ ) = 0 ;

d'où l'on voit que l'on pourra déterminer I ; & enſuite R, au moyen de l'équation (1) ou (4) du §. 346.

Comparons maintenant les équations (2) & (5) du §. 346, on aura

( $r$ sin. A 1 cosin. ( A 1 + $u'$ + $m$ 1 ) sin. I
+ Tang. L 1 cos. ($u'$ + $m$ 1 ) cos.(A 1 + $u'$ + $m$ 1 ) cos. I) sin. $u$ 1
+ ( $r$ sin. A 1 — cos. ( $u'$ + $m$ 1 ) sin. ( A 1 + $u'$ + $m$ 1 ))
× $r$ Tang. L 1 cosin. $u$ 1 = 0 ;

d'où l'on voit que l'on pourra déterminer $u$ 1 ; & enſuite R 1, au moyen de l'équation (2) ou (5) du §. 346.

On déterminera pareillement $u$ 2, en comparant les équations (3) & (6) du §. 346 ; & l'on aura

( $r$ sin. A 2 cosin. ( A 2 + $u'$ + $m$ 2 ) sin. I
+ Tang. L 2 cos. ($u'$ + $m$ 2 ) cos.(A 2 + $u'$ + $m$ 2 ) cos. I) sin. $u$ 2
+ ( $r$ sin. A 2 — cos. ( $u'$ + $m$ 2 ) sin. ( A 2 + $u'$ + $m$ 2 ) )
× $r$ Tang. L 2 cosin. $u$ 2 = 0.

On déterminera enſuite R 2, au moyen de l'équation (3) ou (6) du §. 346.

On déterminera enfin D, au moyen de l'équation (16) du §. 336 ; $\beta$, au moyen de l'équation (1) du §. 334 ; & l'on aura pour vérifier l'hypothèſe, les équations (6) & (11) du §. 335.

On remarquera que quelques-unes des équations précédentes ont pluſieurs racines ; la vérification ne ſera complette, qu'autant que l'on aura employé ces différentes racines.

(376) La troiſième méthode en uſage parmi les

Aſtronomes, eſt celle dans laquelle on ſuppoſe la trajectoire de la Comète, rectiligne. On ſent par-là que pour calculer dans cette hypothèſe, on doit prendre des obſervations peu diſtantes les unes des autres, & que cette trajectoire rectiligne n'eſt autre choſe que la Tangente à la parabole, au point dont il s'agit. Ce ſimple énoncé fait voir en quoi cette méthode diffère des précédentes. Toutes les équations indépendantes de la nature de la trajectoire des Comètes, ſeront les mêmes que dans les Problêmes précédens. Quant aux autres équations, il faut y ſubſtituer celles relatives à la ligne droite. Si donc l'on conſerve toutes les définitions du §. 334, & que l'on nomme de plus

$\zeta$ la perpendiculaire abaiſſée du Soleil ſur la trajectoire de la Comète, conſidérée comme rectiligne;

$\Omega$ l'angle de cette perpendiculaire avec la ligne des nœuds;

au lieu des équations (1), (6) & (11) des §. 334 & 335, on aura évidemment des équations de la forme ſuivante;

(1) $R \cos.(u + \Omega) - r\zeta = 0$;

(2) $R_1 \cos.(u_1 + \Omega) - r_1\zeta = 0$;

(3) $R_2 \cos.(u_2 + \Omega) - r_2\zeta = 0$.

(377) Quant aux équations qu'il faut ſubſtituer à celles du §. 336, on remarquera que la vîteſſe, dans la ligne droite dont il s'agit, n'eſt autre choſe que la vîteſſe dans le point correſpondant de la parabole, à laquelle cette droite eſt tangente. On ſçait en général que dans la parabole, la vîteſſe d'une Comète, lorſqu'elle ſe trouve à une même diſtance du Soleil que la Terre, eſt à la vîteſſe correſpondante de la Terre, comme $\sqrt{2}$ eſt à 1; de plus la vîteſſe dans les différens points d'une même parabole, ſont en raiſon inverſe de la

racine quarrée des rayons vecteurs ; ſi donc l'on nomme

V l'eſpace que la Terre décrit pendant une ſeconde de tems, lorſqu'elle eſt à ſa moyenne diſtance du Soleil ;

la vîteſſe correſpondante de la Comète, à cette même diſtance du Soleil, ſera égale à $V\sqrt{2}$ ; & en général la vîteſſe de la Comète, dans un point quelconque de ſon orbite, pour une ſeconde de tems, ſera exprimée par $\frac{V\sqrt{2}\sqrt{r}}{\sqrt{R}}$

$r$ étant d'ailleurs la moyenne diſtance de la Terre au Soleil ;

R la diſtance actuelle de la Comète au Soleil.

Si donc l'on nomme

$y1$ un nombre quelconque de ſecondes de tems ;

$y1 \times \frac{V\sqrt{2r}}{\sqrt{R}}$ ſera l'expreſſion de l'eſpace parcouru par la Comète, dans ſon orbite ſuppoſée rectiligne ; mais d'ailleurs cet eſpace a évidemment auſſi pour expreſſion $\frac{\zeta \text{tang.}(u1+\Omega) - \zeta \text{tang.}(u+\Omega)}{r}$ ; donc

$$(1)\ y1rV\sqrt{2r} - (\zeta\text{tang.}(u1+\Omega) - \zeta\text{tang.}(u+\Omega))\sqrt{R} = 0;$$

on ſubſtituera cette équation à l'équation (16) du §. 336 ; on aura de plus, au lieu de l'équation (17) du même paragraphe ;

$$(2)\ y2rV\sqrt{2r} - (\zeta\text{tang.}(u2+\Omega) - \zeta\text{tang.}(u+\Omega))\sqrt{R} = 0.$$

Lorſque l'on aura déterminé la nature de l'orbite rectiligne de la Comète, on paſſera à la détermination de la véritable trajectoire parabolique, en

conſidérant que cette droite n'eſt qu'une tangente à la parabole décrite par la Comète ; ou ſi l'on veut, en ſubſtituant dans les équations relatives à la parabole des §. 334, 335 & 336, les valeurs que l'on aura déterminées pour la ligne droite.

(378) J'ai fait mention de cette derniere méthode, pour n'omettre aucunes de celles qui ſont le plus généralement en uſage parmi les Aſtronomes. Je ſerois éloigné cependant de la regarder comme exacte. Sans parler des autres inconvéniens de la méthode, il eſt au moins inconteſtable que les erreurs inſéparables des obſervations, ont un très-grand rapport avec les quantités qui doivent ſervir à déterminer les élémens ; & il eſt à craindre que l'on ne parvienne à des réſultats qui participent de ces erreurs ; auſſi les Aſtronomes qui en ont parlé, ne l'emploient-ils que comme approximation.

(379) Je remarquerai ici que la méthode preſcrite par M. Newton dans ſon Arithmétique univerſelle, pour quatre obſervations peu éloignées entre elles, & qui conſiſte à faire couper par une ligne droite, les quatre rayons viſuels menés de la Terre à la Comète, de ſorte que les parties de la ligne droite, interceptées entre les rayons viſuels, ſoient proportionnelles aux tems ; ſi elle étoit réduite en calcul, reviendroit à employer quatre équations de la forme de celles du §. 376. Mais au lieu des équations du §. 377, on auroit d'autres équations de la forme ſuivante ;

$$t1\,(\text{tang.}\,(u1+\Omega)-\text{tang.}\,(u+\Omega))$$
$$-t\,(\text{tang.}\,(u2+\Omega)-\text{tang.}\,(u1+\Omega))=0\,;$$
$$t2\,(\text{tang.}\,(u1+\Omega)-\text{tang.}\,(u+\Omega))$$
$$-t\,(\text{tang.}\,(u3+\Omega)-\text{tang.}\,(u2+\Omega))=0.$$

Dans ces équations $t$, $t1$, $t2$, doivent être dans le rapport des intervalles écoulés entre la première &

la ſeconde obſervation, entre la ſeconde & la troiſième obſervation, entre la troiſième & la quatrième obſervation. On a de plus, toutes les équations indépendantes de la nature de la trajectoire.

(380) L'Académie de Berlin ayant propoſé pour ſujet du prix de 1774, de déterminer les orbites des Comètes par trois obſervations, il y a tout lieu de croire qu'il en réſultera les méthodes les plus directes, les plus faciles, & les plus rigoureuſes que l'on puiſſe eſpérer ſur ce ſujet. Je remarquerai ſeulement que lorſqu'une Comète paroît très-peu de tems, quelque méthode que l'on employe, & quelqu'exactitude que l'on mette dans les calculs, il eſt peut-être impoſſible de répondre des élémens avec la dernière préciſion. Cela vient de ce que dans ce cas, les erreurs inſéparables des obſervations, influent d'une manière ſenſible ſur les réſultats.

*Remarques ſur une Table analogue à la Table générale du mouvement des Comètes.*

(381) Nous avons parlé (§. 169 & 328) d'une Table connue en Aſtronomie ſous le nom de *Table générale du mouvement des Comètes*. Nous avons fait voir que cette Table n'eſt autre choſe qu'une ſuite de ſolutions d'une équation du troiſième degré, dont nous avons donné la forme §. 322. Comme dans cet Ouvrage nous avons ſubſtitué à cette équation, une autre équation qui nous a paru plus commode, nous allons faire voir comment on pourroit conſtruire, relativement à cette dernière équation, une Table analogue à celle que l'on trouve dans les différens Traités d'Aſtronomie.

(382) Soit

X le tems écoulé depuis le paſſage de la Comète par ſon périhélie, juſqu'à un inſtant quelconque;

R le rayon vecteur de la Comète;

D la diſtance périhélie;

$p$ le rayon de la ſphère du Soleil ;

$\delta$ le nombre de pieds qu'un corps grave parcourt à la ſurface du Soleil, pendant la première ſeconde de ſa chûte.

Nous avons vu que l'on avoit l'équation ſuivante ;

$$3\,p\,X\sqrt{\delta} = (R+2D)\sqrt{(R-D)}.$$

Il eſt maintenant évident que l'on peut repréſenter toutes les valeurs de R, par $R = m\,D$ ; $m$ étant d'ailleurs un nombre entier ou fractionnaire, plus grand cependant que l'unité ; l'équation deviendra alors

$$\frac{3\,p\,X\sqrt{\delta}}{D^{\frac{3}{2}}} = (m+2)\sqrt{(m-1)}.$$

Il s'agit donc, pour déterminer la valeur de R, lorſque la diſtance périhélie & le tems ſont connus, c'eſt-à-dire lorſque $\frac{3\,p\,X\sqrt{\delta}}{D^{\frac{3}{2}}}$ eſt donné, de ſavoir quel eſt le nombre $m$ auquel cette quantité répond ; or, c'eſt ce qui s'exécuteroit facilement au moyen d'une Table que l'on conſtruiroit de la maniere ſuivante. La première colomne contiendroit les logarithmes des quantités $\frac{3\,p\,X\sqrt{\delta}}{D^{\frac{3}{2}}}$ ou de $(m+2)\sqrt{(m-1)}$, qui leur ſont égales. La ſeconde & la troiſième colomnes renfermeroient les quantités $m$ correſpondantes, & leurs logarithmes. Lors donc que l'on auroit déterminé dans chaque cas particulier, le logarithme de la quantité $\frac{3\,p\,X\sqrt{\delta}}{D^{\frac{3}{2}}}$, on chercheroit dans la Table le logarithme de $m$ correſpondant ; on ajouteroit ce logarithme au logarithme de la diſtance périhélie D, & l'on auroit le logarithme de R demandé. Je vais mettre ſous les yeux, quelques termes de cette Table, afin de faire mieux juger de la forme qu'elle auroit.

*Table pour trouver les rayons vecteurs des Comètes.*

| Log. $\frac{3p \times \sqrt{\delta}}{D^{\frac{3}{2}}}$ | *m.* | Log. *m.* | Log. $\frac{3p \times \sqrt{\delta}}{D^{\frac{3}{2}}}$ | *m.* | Log. *m.* |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1,0 | 0,0000000 | 0,8494850 | 3,0 | 0,4771213 |
| — 0,0086383 | 1,1 | 0,0413927 | 0,8686798 | 3,1 | 0,4913617 |
| + 0,1556650 | 1,2 | 0,0791812 | 0,8872146 | 3,2 | 0,5051500 |
| 0,2570745 | 1,3 | 0,1139434 | 0,9051398 | 3,3 | 0,5185139 |
| 0,3325089 | 1,4 | 0,1461280 | 0,9224994 | 3,4 | 0,5314789 |
| 0,3935530 | 1,5 | 0,1760913 | 0,9393327 | 3,5 | 0,5440680 |
| 0,4453781 | 1,6 | 0,2041200 | 0,9556746 | 3,6 | 0,5563025 |
| 0,4907507 | 1,7 | 0,2304489 | 0,9715568 | 3,7 | 0,5682017 |
| 0,5313286 | 1,8 | 0,2552725 | 0,9870070 | 3,8 | 0,5797836 |
| 0,5681858 | 1,9 | 0,2787536 | 1,0020510 | 3,9 | 0,5910646 |
| 0,6020600 | 2,0 | 0,3010300 | 1,0167119 | 4,0 | 0,6020600 |
| 0,6334302 | 2,1 | 0,3222193 | 1,0310106 | 4,1 | 0,6127839 |
| 0,6628399 | 2,2 | 0,3424227 | 1,0449667 | 4,2 | 0,6232493 |
| 0,6904402 | 2,3 | 0,3617278 | 1,0585974 | 4,3 | 0,6334685 |
| 0,7165167 | 2,4 | 0,3802112 | 1,0719199 | 4,4 | 0,6434527 |
| 0,7412581 | 2,5 | 0,3979400 | 1,0849470 | 4,5 | 0,6532125 |
| 0,7648178 | 2,6 | 0,4149733 | 1,0976952 | 4,6 | 0,6627578 |
| 0,7873223 | 2,7 | 0,4313638 | 1,1101756 | 4,7 | 0,6720979 |
| 0,8088774 | 2,8 | 0,4471580 | 1,1224007 | 4,8 | 0,6812412 |
| 0,8295729 | 2,9 | 0,4623980 | 1,1343814 | 4,9 | 0,6901961 |
| 0,8494850 | 3,0 | 0,4771213 | 1,1461280 | 5,0 | 0,6989700 |
| | | | | &c. | |

(383) On peut juger aiſément de la manière dont on continueroit cette Table, dont je n'ai donné ici qu'une légere exquiſſe. Il ne s'agiroit que de prendre la ſuite des nombres, dont on diviſeroit en dixièmes l'intervalle entre chacun; on mettroit ces nombres dans la ſeconde colomne, le logarithme de ces nombres dans la troiſième colomne, & l'on calculeroit pour la première colomne, le logaritme de $(m+2)\sqrt{(m-1)}$, ou de ſon égal $\frac{3p \times \sqrt{\delta}}{D^{\frac{3}{2}}}$. Il faudroit même, pour plus d'exactitude, diviſer en centièmes, l'intervalle entre les nombres; ſurtout entre 1 & 2. Il faudroit peut-

être pouſſer l'exactitude juſqu'à diviſer en 400 parties ; ce premier intervalle, qui comprend depuis le périhélie juſqu'à 90° d'anomalie.

(384) Dans l'uſage de cette Table, lorſque pour chaque cas particulier l'on évaluera le logarithme de $\frac{3\rho X \sqrt{\delta}}{D^{\frac{3}{2}}}$ ; ſi l'on entend par X des ſecondes de tems, on fera Log. $3\rho\sqrt{\delta} = 8,6256743$ ; ſi l'on entend par X des minutes de tems, on fera Log. $3\rho\sqrt{\delta} = 10,4038155$ ; ſi l'on entend par X des centièmes de jour, on fera Log. $3\sqrt{\delta} = 11,5621880$ ; ſi l'on entend par X des millièmes de jour, on fera Log. $3\rho\sqrt{\delta} = 10,5621880$.

*Remarques ſur la manière de repréſenter les orbites des Comètes, en les projettant ſur l'écliptique.*

(385) Il eſt certain que de chaque point de l'orbite d'une Comète, ſi l'on abaiſſe une perpendiculaire ſur l'écliptique, il en réſultera une courbe de projection, qui ſera par exemple une parabole, ſi la courbe projettée eſt elle-même une parabole. Il eſt également évident que comme la courbe projettée eſt unique pour chaque trajectoire ; au lieu de diſtinguer chaque Comète par la véritable courbe qu'elle décrit dans l'eſpace, on pourroit la diſtinguer par ſa courbe de projection ſur l'écliptique ; & il ſeroit tout auſſi facile de la reconnoître par ce ſymptôme. Mais, il me paroît en même tems, que ce moyen dont on n'a point fait uſage juſqu'ici, ne devroit être employé, qu'autant qu'il ſimplifieroit les calculs ; c'eſt cette dernière queſtion que j'entreprends d'examiner ſommairement.

(386) Il eſt d'abord ſenſible que les différens mouvemens que l'on calcule, ſe paſſant tous dans le plan de l'écliptique, les équations que nous avons déſignées ſous le nom d'*équations indépendantes de la nature de*

*la trajectoire*, doivent être fort ſimplifiées. 1°. Tous les termes qui contiennent la latitude de la Comète, deviennent nuls; 2°. dans tous les autres termes il faut ſuppoſer ſin. I = o, & coſin. I = *r*. Ces ſimplifications font voir que pour chaque obſervation, on a une équation de la forme ſuivante (§. 346);

$$Tr \text{ ſin. } A - R(\text{ſin.}(A+u')\text{coſ.}\,u - \text{coſ.}(A+u')\text{ſin.}\,u) = o;$$

ou, ce qui revient au même,

$$T \text{ ſin. } A - R \text{ ſin. } (A + u' - u) = o.$$

Cette première conſidération ſemble devoir ſimplifier la queſtion; examinons donc ſi d'ailleurs elle n'eſt pas plus compliquée.

(387) On doit encore faire uſage de la réflexion ſuivante. Dans la courbe projettée, les aires décrites par les rayons vecteurs ſont proportionnelles aux tems, comme dans la véritable trajectoire. Rapportons en effet à la ligne des nœuds, les équations à la véritable courbe & à la courbe projettée. Soit

R le rayon vecteur de la véritable trajectoire;
R′ le rayon vecteur correſpondant dans la courbe projettée;
*u* l'angle traverſé depuis la ligne des nœuds, dans la véritable courbe;
*v* l'angle traverſé correſpondant, dans la courbe projettée;
I l'inclinaiſon du plan de la véritable orbite de la Comète, ſur l'écliptique;
*r* le ſinus total.

Les aires décrites en même tems dans les deux courbes, auront reſpectivement pour expreſſions, $\int \frac{R^2\,du}{2r}$, $\int \frac{R'^2\,dv}{2r}$. Mais il ſuit des conſtructions précédentes de cet Ouvrage, que

$$R'^2 = R^2 \left( \frac{\text{cosin}^2.\, u}{r^2} + \frac{\text{sin}^2.\, u\, \text{cosin}^2.\, I}{r^4} \right);$$

$$\frac{\text{sin.}\, v}{\text{cos.}\, v} = \frac{\text{sin.}\, u}{\text{cos.}\, u} \times \frac{\text{cosin.}\, I}{r};$$

$$\frac{dv}{\cos^2.\, v} = \frac{du}{\cos^2.\, u} \times \frac{\text{cosin.}\, I}{r};$$

$$\text{donc} \int \frac{R'^2\, dv}{2r} = \frac{\text{cosin.}\, I}{r} \int \frac{R^2\, du}{2r};$$

d'où l'on voit que l'aire de la courbe projettée, eſt un multiple de l'aire de la véritable trajectoire, & que leur rapport dépend de l'inclinaiſon du plan de l'orbite.

(388) Puiſque dans la courbe projettée les aires ſont proportionnelles aux tems, il ſuit évidemment que ſi l'on a, par exemple, trois obſervations; que de plus le tems écoulé entre la première & la ſeconde obſervation, ſoit au tems écoulé entre la ſeconde & la troiſième obſervation, comme $t$ eſt à $t\,1$; & qu'enfin l'on nomme $R'$, $v$, les valeurs correſpondantes à la première obſervation; $R'\,1$, $v\,1$, les valeurs correſpondantes à la ſeconde; $R'\,2$, $v\,2$, les valeurs correſpondantes à la troiſième; on aura une équation de la forme ſuivante;

$$\int \frac{R'^2\,1\, dv1}{2r} - \int \frac{R'^2 dv}{2r} : \int \frac{R^2\,2\, dv2}{2r} - \int \frac{R'^2\,1 dv1}{2r} :: t : t1,$$

Et en général on aura autant d'équations de cette forme que d'obſervations, moins deux. Il ne ſera queſtion que d'éliminer $R'$, $R'\,1$, $R'\,2$, au moyen de l'équation à la parabole, & d'intégrer, ce qui ſera toujours poſſible. Examinons maintenant quelle ſera la forme des équations à la parabole, pour pouvoir juger de la ſimplicité ou de la complication du Problême, relativement à l'élimination.

(389) Dans la parabole de projection, le Soleil n'eſt

point au foyer de la courbe, il eſt ſeulement dans le plan. Nommons donc

$P'$ le paramêtre de la parabole projettée ;
$R'$ le rayon vecteur ;
$\nu$ l'angle traverſé ; ces quantités ſont évaluées en prenant le Soleil pour pôle, & la droite, menée du Soleil au foyer de la parabole, pour origine des angles traverſés ;
$r$ le ſinus total ;
$\epsilon$ la diſtance du Soleil au foyer de la parabole projettée ;
$\beta'$ l'angle du grand-axe de la parabole projettée, avec la droite $\epsilon$ ;
$u'$ l'angle du rayon vecteur de la Terre, avec la droite $\epsilon$, lors de la première obſervation.

Il eſt aiſé de démontrer que l'équation à la parabole de projection, ſera

$$R'^2 \sin^2.(\nu+\beta')$$
$$+R'(2\epsilon r \cos.\nu - 2\epsilon \cos.\beta' \cos.(\nu+\beta') + P'r\cos.(\nu+\beta'))$$
$$+\epsilon^2 \sin^2.\beta' + P'r\epsilon\cos.\beta' - \frac{P'^2 r^2}{4} = 0 ;$$

équation plus compliquée, que ſi le Soleil étoit au foyer de cette parabole (§. 334 & 335, éq. (1), (6) & (11)).

(390) Cette complication n'eſt pas la ſeule, que l'hypothèſe dont nous nous occupons maintenant, introduiſe dans le calcul. En effet ſi l'on différencie l'équation précédente par rapport à $R'$ & $\nu$, & que l'on en tire la relation entre $d\nu$ & $dR'$, pour pouvoir intégrer les équations du §. 388, il en réſultera une expreſſion beaucoup plus compliquée, que ſi le Soleil étoit au foyer de la parabole (§. 334, 335, 336,

éq. (2), (7), (12), (16) & (17)). D'ailleurs il faudroit faire uſage de ſix obſervations. En effet on a quatre quantités principales à déterminer ; le paramêtre $P'$ de la parabole projettée ; la diſtance $\epsilon$ du Soleil au foyer de la parabole ; l'angle $\beta'$ du grand-axe de la parabole avec la droite $\epsilon$ ; & la poſition de cette droite dans le Ciel ; poſition déterminée par la valeur de $u'$. De plus, chaque obſervation introduit deux nouvelles variables, $R'$, $v$, $R'1$, $v1$, $R'2$, $v2$, &c. ; il faut donc employer un certain nombre d'obſervations, juſqu'à ce que les variables introduites dans le calcul, & les quatre principales variables dont on vient de parler, puiſſent être éliminées ; & c'eſt ce qui ne peut avoir lieu qu'avec ſix obſervations ; car avec ſix obſervations l'on a ſeize variables & ſeize équations ; ſavoir, pour chaque obſervation, une équation de la forme de celle du §. 389, & une équation de la forme de celle du §. 386. On a de plus quatre équations de la forme du §. 388.

(391) Les conſidérations précédentes me portent à croire que la méthode de repréſenter les orbites des Comètes, en les projettant ſur l'écliptique, loin de ſimplifier l'élimination des variables, la rendroit plus difficile ; & je ſerois tenté de penſer, que ſi l'on eſſayoit cette route, on ſeroit ramené à la méthode ordinaire, comme plus ſimple. Il en eſt de même de tout autre plan, ſur lequel on pourroit projetter l'orbite de la Terre & celle de la Comète ; on ſeroit toujours conduit à des réſultats plus compliqués que ceux de la Nature.

(392) Je ne ſerois cependant pas éloigné de croire, que ſi l'on projettoit ſur l'écliptique, la trajectoire de la Comète, conſidérée comme rectiligne, ainſi que le preſcrit M. Newton, dans ſon Arithmétique univerſelle, on pourroit par un calcul aſſez ſimple, acquérir des lumières ſur les premières approximations dont il faudroit faire uſage. Soit en effet

$\zeta'$ la perpendiculaire abaiſſée du Soleil ſur la projection rectiligne de la trajectoire de la Comète ;

$R', R'1, R'2, R'3$ les quatre rayons vecteurs menés du Soleil, à la projection de la Comète, lors des quatre obſervations ;

$v, v1, v2, v3$ les angles des quatre rayons vecteurs, avec la droite $\zeta'$ ;

$t, t1, t2$ les intervalles de tems écoulés entre la première & la ſeconde obſervation ; entre la première & la troiſième obſervation ; entre la première & la quatrième obſervation ;

$u''$ l'angle du rayon vecteur de la Terre, avec la perpendiculaire $\zeta'$, lors de la première obſervation ;

& conſervons d'ailleurs toutes les autres définitions. Puiſque la projection de la trajectoire eſt rectiligne, l'on aura des équations de la forme ſuivante ;

(1) $R' \text{ cof. } v - r\zeta' = 0$ ;

(2) $R'1 \text{ cof. } v1 - r\zeta' = 0$ ;

(3) $R'2 \text{ cof. } v2 - r\zeta' = 0$ ;

(4) $R'3 \text{ cof. } v3 - r\zeta' = 0$.

(393) De plus, puiſque les différens mouvemens que l'on calcule, ſe paſſent dans l'écliptique, on aura §. 346.

(5) $Tr\text{ſin.}A - R'\text{cof.}v\text{ſin.}(A+u'') + R'\text{ſin.}v\text{cof.}(A+u'') = 0$ ;

(6) $T1\, r \text{ ſin. } A1 - R'1 \text{ cof. } v1 \text{ ſin. } (A1 + u'' + m1) + R'1 \text{ ſin. } v1 \text{ cof. } (A1 + u'' + m1) = 0$ ;

(7) $T2\, r \text{ ſin. } A2 - R'2 \text{ cof. } v2 \text{ ſin. } (A2 + u'' + m2) + R'2 \text{ ſin. } v2 \text{ cof. } (A2 + u'' + m2) = 0$ ;

(8) $T3\, r \text{ ſin. } A3 - R'3 \text{ cof. } v3 \text{ ſin. } (A3 + u'' + m3) + R'3 \text{ ſin. } v3 \text{ cof. } (A3 + u'' + m3) = 0$ ;

(394) D'ailleurs comme dans la projection, les eſpaces parcourus ſont proportionnels au tems, on aura

(9) $t1\,(\text{tang.}\,v1-\text{tang.}\,v)-t\,(\text{tang.}\,v2-\text{tang.}\,v)=0$;

(10) $t2\,(\text{tang.}\,v1-\text{tang.}\,v)-t\,(\text{tang.}\,v3-\text{tang.}\,v)=0$.

(395) Si l'on combine les équations (1) (5), (2) (6), (3) (7), (4) (8); on aura

(11) $Tr\,\text{ſin.}\,A-r\zeta'\,\text{ſin.}\,(A+u'')+\zeta'\,\text{tang.}\,v\,\text{cof.}\,(A+u'')=0$;

(12) $T1\,r\,\text{ſin.}\,A1-r\zeta'\,\text{ſin.}\,(A1+u''+m1)$
$+\zeta'\,\text{tang.}\,v1\,\text{cof.}\,(A1+u''+m1)=0$;

(13) $T2\,r\,\text{ſin.}\,A2-r\zeta'\,\text{ſin.}\,(A2+u''+m2)$
$+\zeta'\,\text{tang.}\,v2\,\text{cof.}\,(A2+u''+m2)=0$;

(14) $T3\,r\,\text{ſin.}\,A3-r\zeta'\,\text{ſin.}\,(A3+u''+m3)$
$+\zeta'\,\text{tang.}\,v3\,\text{cof.}\,(A3+u''+m3)=0$.

(396) Subſtituons dans les équations (9) & (10), les valeurs de tang. $v$, tang. $v1$, tang. $v2$, tang. $v3$, tirées des équations (11), (12), (13) & (14), on aura

(15) $(\zeta' r\,\text{ſin.}\,(A1-A+m1)-T1\,\text{ſin.}\,A1\,\text{cof.}\,(A+u'')$
$+T\,\text{ſin.}\,A\,\text{cof.}\,(A1+u''+m1))\times t1\,\text{cof.}\,(A2+u''+m2)$
$-(\zeta' r\,\text{ſin.}\,(A2-A+m2)-T2\,\text{ſin.}\,A2\,\text{cof.}\,(A+u'')$
$+T\,\text{ſin.}\,A\,\text{cof.}\,(A2+u''+m2))$
$\times t\,\text{cof.}\,(A1+u''+m1)=0$;

(16) $(\zeta' r\,\text{ſin.}\,(A1-A+m1)-T1\,\text{ſin.}\,A1\,\text{cof.}\,(A+u'')$
$+T\,\text{ſin.}\,A\,\text{cof.}\,(A1+u''+m1))\times t2\,\text{cof.}\,(A3+u''+m3)$
$-(\zeta' r\,\text{ſin.}\,(A3-A+m3)-T3\,\text{ſin.}\,A3\,\text{cof.}\,(A+u'')$
$+T\,\text{ſin.}\,A\,\text{cof.}\,(A3+u''+m3))$
$\times t\,\text{cof.}\,(A1+u''+m1)=0$.

(397) Combinons enfin les équations (15) & (16) du §. précédent, & ſuppoſons pour abréger;

$$Fr = t\,1\ \text{ſin.}(A\,1 - A + m\,1)\ \text{cof.}(A\,2 + u'' + m\,2) - t\ \text{ſin.}(A\,2 - A + m\,2)\ \text{cof.}(A\,1 + u'' + m\,1);$$

$$Gr^3 = t\,1\ T\,1\ \text{ſin.}\ A\,1\ \text{cof.}(A + u'')\ \text{cof.}(A\,2 + u'' + m\,2) - t\ T\,2\ \text{ſin.}\ A\,2\ \text{cof.}(A + u'')\ \text{cof.}(A\,1 + u'' + m\,1);$$

$$Hr^3 = (t\,1 - t) \times T\ \text{ſin.}\ A\ \text{cof.}(A\,1 + u'' + m\,1)\ \text{cof.}(A\,2 + u'' + m\,2);$$

$$F'r = t\,2\ \text{ſin.}(A\,1 - A + m\,1)\ \text{cof.}(A\,3 + u'' + m\,3) - t\ \text{ſin.}(A\,3 - A + m\,3)\ \text{cof.}(A\,1 + u'' + m\,1);$$

$$G'r^3 = t\,2\ T\,1\ \text{ſin.}\ A\,1\ \text{cof.}(A + u'')\ \text{cof.}(A\,3 + u'' + m\,3) - t\ T;\ \text{ſin.}\ A\,3\ \text{cof.}(A + u'')\ \text{cof.}(A\,1 + u'' + m\,1);$$

$$H'r^3 = (t\,2 - t) \times T\ \text{ſin.}\ A\ \text{cof.}(A\,1 + u'' + m\,1)\ \text{cof.}(A\,3 + u'' + m\,3);$$

l'on aura

$$(17)\quad \zeta' F - G r + H r = 0;$$

$$(18)\quad \zeta' F' - G' r + H' r = 0;$$

d'où l'on tire

$$F'(G - H) - F(G' - H') = 0.$$

Comme cette dernière équation ſeroit difficile à réſoudre par rapport à $u''$, attendu ſon degré; il ſera plus à propos d'eſſayer quelle eſt la valeur particulière de $u''$ qui la rend nulle.

(398) Lorſque la quantité $u''$ ſera déterminée, l'on connoîtra toutes les autres valeurs, par de ſimples équations du premier degré. On déterminera par exemple $\zeta'$ au moyen d'une des deux équations, (17) ou (18); $\nu$, $\nu\,1$, $\nu\,2$, $\nu\,3$, au moyen des équations (11), (12), (13) & (14); $R'$, $R'\,1$, $R'\,2$, $R'\,3$, au moyen des équations (1), (2), (3), (4).

(399)

(399) Il eſt facile maintenant de connoître les quatre rayons vecteurs, R, R 1, R 2, R 3, correſpondans aux quatre obſervations, ainſi que les diſtances de la Terre, à la projection de la Comète, & les valeurs des quatre perpendiculaires abaiſſées de la Comète ſur le plan de l'écliptique. Soit en effet

$\Delta', \Delta'1, \Delta'2, \Delta'3$ les quatre diſtances de la Terre à la projection de la Comète ;

$L, L1, L2, L3$ les quatre latitudes géocentriques de la Comète ;

$p, p1, p2, p3$ les quatre perpendiculaires abaiſſées de la Comète ſur l'écliptique ;

Comme les diſtances de la Terre à la projection de la Comète, ſont priſes dans le plan de l'écliptique, il eſt évident que l'on aura (§. 334) des équations de la forme ſuivante ;

$$\Delta'^2 = T^2 + R'^2 - \frac{2TR' \text{ cof.}(v - u'')}{r};$$

$$\Delta'^2 1 = T^2 1 + R'^2 1 - \frac{2T1\,R'1 \text{ cof.}(v1 - u'' - m1)}{r};$$

$$\Delta'^2 2 = T^2 2 + R'^2 2 - \frac{2T2\,R'2 \text{ cof.}(v2 - u'' - m2)}{r};$$

$$\Delta'^2 3 = T^2 3 + R'^2 3 - \frac{2T3\,R'3 \text{ cof.}(v3 - u'' - m3)}{r};$$

$$p = \frac{\Delta' \text{ Tang. L}}{r}; \quad p1 = \frac{\Delta'1 \text{ Tang. L1}}{r};$$

$$p2 = \frac{\Delta'2 \text{ Tang. L2}}{r}; \quad p3 = \frac{\Delta'3 \text{ Tang. L3}}{r};$$

$$R = \sqrt{(R'^2 + p^2)}; \quad R1 = \sqrt{(R'^2 1 + p^2 1)};$$

$$R2 = \sqrt{(R'^2 2 + p^2 2)}; \quad R3 = \sqrt{(R'^2 3 + p^2 3)}.$$

(400) Si l'on vouloit avoir l'expreſſion des parties

de la projection, interceptées entre les rayons R′, R′1 ; R′, R′2, R′, R′3, on auroit en nommant

$n$, $n1$, $n2$ les parties interceptées entre ces rayons,

$$n = \frac{R' \text{ sin. } (v1 - v)}{\text{cos. } v1}\ ;\quad n1 = \frac{R' \text{ sin. } (v2 - v)}{\text{cos. } v2}\ ;$$

$$n2 = \frac{R' \text{ sin. } (v3 - v)}{\text{cos. } v3}\ .$$

L'on auroit enfin, pour déterminer les points où la trajectoire rectiligne coupe sa projection sur l'écliptique, des équations de la forme suivante ;

$$q = \frac{np}{p1 - p}\ ;\quad q = \frac{n1\,p}{p2 - p}\ ;\quad q = \frac{n2\,p}{p3 - p}\ .$$

Dans ces équations j'entends par $q$, la distance du pied de la perpendiculaire $p$, ou, ce qui revient au même, de l'extrêmité du rayon R′, au point où la trajectoire rectiligne de la Comète coupe sa projection.

(401) Puisque l'on connoît le point où la trajectoire rectiligne coupe sa projection sur l'écliptique ; on connoîtra l'angle de la ligne des nœuds, avec la droite $\zeta'$ ; si donc l'on soustrait cet angle, de l'angle $u''$ déterminé précédemment, on connoîtra l'angle $u'$, du rayon vecteur de la Terre lors de la premiere observation, avec la ligne des nœuds ; d'ailleurs par l'équation (1) du §. 346, dans laquelle on substituera $p\,r^2$ à la quantité R sin. $u$ sin. I, l'on connoîtra la valeur de $u$, c'est-à-dire l'angle du rayon vecteur de la Comète avec la ligne des nœuds, lors de la première observation ; & l'on continuera le calcul comme il a été prescrit dans le §. 375.

## SECTION ONZIÈME.

*Notice des différentes Comètes dont on a déterminé les orbites.*

(402) ON ne ſera pas fâché de trouver ici la Notice des différentes Comètes (*a*) dont on a déterminé les orbites. L'Hiſtoire nous a conſervé la mémoire d'un bien plus grand nombre de Comètes, que celles dont on connoit les élémens. On peut conſulter à ce ſujet le *Theatrum Cometicum* de Lubiénitz. Mais la plûpart de ces apparitions ſont rapportées d'une maniere ſi vague par les Hiſtoriens, qu'il a été impoſſible de calculer les orbites de ces Comètes. Elles ceſſent donc d'être intéreſſantes aux yeux des Aſtronomes, à qui elles ne laiſſent que le regret de ne pouvoir pas les aſſujetir au calcul.

*Comète de 837.*

(403) La première Comète que l'on ait calculée, eſt celle de 837. Ses élémens ont été déterminés par M. Pingré, d'après des obſervations faites à la Chine, & recueillies par le P. Gaubil. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 6ſ 26° 33′ 0″. | 9ſ 19° 3′ 0″. | 10° 0′ 0″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 58000. | 1 Mars 0h 0′ 0″. | rétrograde. |

(*a*) MM. Meſſier & Pingré ont bien voulu me communiquer des éclairciſſemens ſur pluſieurs de ces Comètes. Je ſaiſis avec empreſſement l'occaſion de leur en témoigner ma reconnoiſſance.

Cette Comète, dont nous avons déjà parlé (§. 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 & 75), eſt une de celles qui peuvent approcher le plus près de l'orbite terreſtre; & comme d'ailleurs (§. 176) elle a paſſé fort près de la Terre en revenant du périhélie, on ne doit point être étonné de la frayeur qu'elle cauſa à Louis le Débonnaire (§. 75). Depuis le 22 Mars qu'elle fut apperçue dans le ſigne du Verſeau, juſqu'au 28 Avril qu'elle diſparut, elle parcourut les étoiles du Capricorne, du Sagittaire, du Scorpion, de la Balance, de la Vierge, du Lion, & de l'Écréviſſe. Elle étoit chevelue, & s'éloigna peu de l'écliptique.

Cette Comète peut faire juger de l'état de l'Aſtronomie du neuvième Siècle, en Europe & à la Chine. Tandis que les Peuples de l'Europe ne voyoient dans cette Comète qu'un ſigne de la colère céleſte, à la Chine on l'obſervoit avec aſſez d'exactitude pour que l'on en ait pu conclure ſes élémens.

*Comète de* 1231.

(404) Cette Comète a été calculée par M. Pingré, d'après des obſervations faites à la Chine, & recueillies par le P. Gaubil. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 0ſ 13° 30′ 0″. | 4ſ 14° 48′ 0″. | 6° 5′ 0″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 94780. | 30 Janv. 7h 22′ 0″. | direct. |

Elle fut obſervée à la Chine, depuis le 6 Février juſqu'au 1 Mars & au-delà; elle parcourut le Cigne, la Lyre, la main & la tête d'Hercule, le Serpentaire, le front du Scorpion, & s'enfonça enſuite dans le Sud-eſt.

*Comète de 1264.*

(405) Cette Comète a été calculée par M. Pingré, dans un Mémoire inſéré parmi ceux de l'Académie des Sciences de Paris, de l'année 1760. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 5☊ 28° 45′ 0″. | 9☊ 5° 45′ 0″. | 30° 25′ 0″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 41081. | 17 Juillet 6h 10′ 0″. | direct. |

Il paroît que cette Comète a été vue depuis le milieu de Juillet, juſqu'au commencement d'Octobre; elle parcourut la partie du Ciel, entre le Lion, l'Ecréviſſe, les Gémeaux, l'Hydre, le petit Chien & Orion. Sa queue étoit fort conſidérable. Elle fut obſervée à la Chine & au Japon, dans le même tems & dans les mêmes Conſtellations. On croit que cette Comète eſt la même que celle obſervée depuis en 1556; ſa période ſeroit donc de 292 ans, & elle devroit reparoître en 1848. Les Hiſtoriens du tems prétendirent qu'elle préſageoit la mort du Pape Urbain IV, parce qu'elle ceſſa d'être obſervée le jour que ce Pontife mourut. On a des Vers de Thieri de Vaucouleurs ſur ce ſujet.

*Comète de 1299.*

(406) Cette Comète a été calculée par M. Pingré, d'après des obſervations faites à la Chine, & recueillies par le P. Gaubil. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 3☊ 17° 8′ 0″. | 0☊ 3° 20′ 0″. | 68° 57′ 0″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 31790. | 31 Mars 7h 38′ 0″. | rétrograde. |

Cette Comète, une de celles qui peuvent approcher de l'orbite de la Terre (§. 22), fut obſervée à la Chine le 24 Janvier, & en Europe vers la fin du même mois. Elle parcourut la Colombe, l'Eridan, la Baleine, & le Bélier.

*Comète de* 1301.

(407) Cette Comète a été calculée par M. Pingré, d'après des obſervations faites à la Chine, & recueillies par le P. Gaubil. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 0ſ 15° 0′ 0″. | 9ſ environ. | 70° environ. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie.* | *Sens du mouvement.* |
| 45000. | 22 Octobre environ. | rétrograde. |

La maniere dont les élémens ſont rapportés, fait voir qu'ils ont été calculés d'après des obſervations très-imparfaites. Cette Comète parut vers le ſolſtice d'hyver.

*Comète de* 1337.

(408) Cette Comète a été calculée par M. Pingré, d'après des obſervations faites à la Chine, & recueillies par le P. Gaubil. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 2ſ 6° 22′ 0″. | 0ſ 20° 0′ 0″. | 32° 11′ 0″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 64453. | 1 Juin 0h 40′ 0″. | rétrograde. |

Cette Comète, parut pendant les mois de Mai, Juin, Juillet, Août. Elle fut obſervée à la Chine de-

puis le 26 Juin jusqu'au 28 Août. Vue d'abord vers les étoiles des Pleyades, elle s'éleva presque jusqu'au pôle de l'équateur, fut observée près du pied d'Hercule, près de la Couronne boréale, traversa l'équateur dans le Serpentaire, passa près de ♌ du Serpentaire, & cessa de paroître un peu au nord du front du Scorpion. En Europe on la vit à-peu-près dans le même tems. Des pieds de Persée, elle s'avança vers la Giraffe, la petite Ourse, les plis du Dragon, les pieds d'Hercule, la Couronne, & la main du Serpentaire; elle avoit une très-grande queue.

*Comète de 1456.*

(409) Cette Comète a été calculée par M. Pingré; voici ses élémens.

| *Longitude du nœud ascendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaison de l'orbite.* |
|---|---|---|
| ☊ 18° 30′ 0″. | ♉ 1° 0′ 0″. | 17° 56′ 0″. |
| *Distance périhélie.* | *Passage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 58550. | 8 Juin 22h 10′ 0″. | rétrograde. |

Cette Comète est la même que celle dont M. Halley découvrit le premier les retours périodiques, & à qui M. Clairaut a depuis appliqué l'analyse du Problême des trois corps. Nous la retrouverons en 1531, 1607, 1682 & 1759; sa révolution est d'environ 77 ans, & elle doit reparoître vers 1837. Lors de son apparition en 1456, elle répandit la terreur dans l'Europe, déjà effrayée des succès rapides des Turcs, qui venoient de détruire l'Empire Grec. Elle avoit une très-grande queue, & fut vue pendant tout le mois de Juin, dans la Mouche, la tête de Méduse, Persée, la Giraffe & la grande Ourse. Le Pape Callixte ordonna à ce sujet une espèce d'*Angélus* que l'on récitoit le

matin, le ſoir, & à midi, & dans lequel on conjuroit les Turcs & la Comète.

*Comète de* 1472.

(410) Cette Comète, une des plus fameuſes de celles que l'Hiſtoire de l'Aſtronomie nous ait tranſmiſe, a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| ☊ 11° 46′ 20″. | ♌ 15° 33′ 30″. | 5° 20′ 0″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 54273. | 28 Février 22h 32′ 0″. | rétrograde. |

Cette Comète, une de celles qui peuvent approcher le plus près de l'orbite de la Terre (§. 52 & 53), parut en Janvier & Février. Elle fut vue d'abord près de l'Epi de la Vierge, paſſa enſuite par le Bouvier, s'éloigna de 77° de l'écliptique, paſſa à-peu-près à égale diſtance des pôles de l'équateur & de l'écliptique, traverſa le Dragon, la petite Ourſe, une partie de Céphée & de Caſſiopée, paſſa ſous le ventre d'Andromède, ſuivit le Poiſſon boréal dans ſa longueur, traverſa l'écliptique vers le milieu du Bélier, & diſparut dans les étoiles de la Baleine. Elle eut au commencement de ſon apparition, un mouvement aſſez lent, juſqu'à ce qu'étant parvenue à la hauteur d'Arcturus, ſon mouvement apparent s'accélera au point de parcourir près de 40° de grand cercle en un jour ; elle étoit alors fort près de la Terre. Parvenue aux étoiles des Poiſſons, elle avoit une queue qui s'étendoit juſqu'aux Pleyades. Cette Comète eſt remarquable dans l'Hiſtoire des Sciences pour avoir ranimé en Europe l'amour de l'Aſtronomie. Régio Montanus compoſa à ſon ſujet un Traité particulier, dans lequel toutes ſes obſervations ſont rapportées.

*Comète de* 1531.

(411) Cette Comète a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhelie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 1ſ 19° 25′ 0″. | 10ſ 1° 39′ 0″. | 17° 56′ 0″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 56700. | 24 Août 21h 27′ 0″. | rétrograde. |

Cette Comète, la même que celle que nous avons déjà vue en 1456, & que nous retrouverons en 1607, 1682 & 1759, fût vue à la Chine le 5 Août avec une même longitude que les pieds des Gémeaux. En Europe, Apien l'obſerva depuis le 13 Août, dans 20° de l'Ecréviſſe, avec une latitude boréale de 23° 30′, juſqu'au 23 Août, dans 7° 30′ de la Balance, avec une latitude boréale 15° 15′. Elle parcourut les pattes de la grande Ourſe, le petit Lion, la chevelure de Bérénice, & l'aîle boréale de la Vierge.

*Comète de* 1532.

(412) Cette Comète a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 2ſ 20° 27′ 0″. | 3ſ 21° 7′ 0″. | 32° 36′ 0″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 50910. | 19 Octob. 22h 21′ 0″. | direct. |

Apien l'obſerva depuis le 2 Octobre dans 10° de la Vierge, avec une latitude auſtrale de 13° 30′, juſqu'au 7 Novembre ſuivant dans 4° 30′ du Scorpion, avec une latitude boréale de 20° 20′. Elle avoit paru dès le 15 Septembre dans le Lion; elle fut viſible juſqu'à la fin de Novembre; elle parcourut l'Hidre, les étoiles de la Vierge, & diſparut près du Serpentaire.

On retrouve en 1661 une Comète dont les élémens ſont peu différens de ceux dont il vient d'être queſtion; il y a donc apparence que les Comètes de 1532 & 1661 ne ſont qu'une ſeule & même Comète, dont la révolution eſt d'environ 129 ans. On croit qu'elle doit reparoître vers 1790.

*Comète de 1533.*

(413) Cette Comète avoit d'abord été calculée par M. Halley & par M. Pingré, ſur des obſervations d'Apien, qui ont été reconnues pour défectueuſes. Je ne rapporterai que le calcul plus exact fait par M. Douwes.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 4ſ 5° 44″. | 4ſ 27° 16′ 0″. | 35° 49′ 0″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 20280. | 16 Juin 19h 39′ 0″. | direct. |

Elle fût vue depuis la fin de Juin juſqu'au commencement de Septembre, dans le Cocher, Perſée, Caſſiopée & le Cigne. Apien l'obſerva depuis le 18 Juin dans 3° 40′ des Gémeaux, avec une latitude boréale de 32°, juſqu'au 27 du même mois, dans 15° du Taureau, avec une latitude boréale de 43°. Elle avoit une queue très-brillante d'environ 15 degrés.

*Comète de 1556.*

(414) Cette Comète a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 5ſ 25° 42′ 0″. | 9ſ 8° 50′ 0″. | 32° 6′ 30″. |
| *Diſtance périhelie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 46390. | 21 Avril 20h 12′ 0″. | direct. |

Elle parut depuis la fin de Février juſques dans les premiers jours d'Avril. De la Vierge elle s'avança vers le Bouvier, paſſa près du pôle de l'écliptique dans le Dragon, traverſa Céphée, Andromède, & parvint aux étoiles des Poiſſons, où elle ceſſa d'être viſible.

L'Empereur Charles-Quint crut reconnoître dans cette Comète, un ſigne céleſte qui l'avertiſſoit de ſonger à la mort. On a à ce ſujet des Vers faits par Mélancton. Quant aux Aſtronomes, ils n'y ont vu qu'une Comète, dont les élémens reſſembloient fort à ceux de la Comète de 1264, & dont la période eſt probablement de 292 ans ; on croit qu'elle doit reparoître en 1848.

*Comète de 1577.*

(415) Cette Comète a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 0ſ 25° 52′ 0″. | 4ſ 9° 22′ 0″. | 74° 32′ 45″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 18342. | 26 Octob. 18h 54′ 0″. | rétrograde. |

Elle fut obſervée par Tycho, depuis le 13 Novembre, dans 7° 15′ du Capricorne, avec 8° 59′ de latitude boréale, juſqu'au 26 Janvier 1578, dans 20° 55′ des Poiſſons, avec 29° 18′ de latitude boréale. Son mouvement apparent étoit direct. Elle parcourut la tête du Sagittaire, d'Antinous, le petit Cheval, & Pégaſe, où elle diſparut. Elle fut auſſi obſervée par le fameux Landgrave de Heſſe, Guillaume IV. Suivant Tycho, ſon diamètre étoit de 7′.

*Comète de* 1580.

(416) Cette Comète a d'abord été calculée par M. Halley, d'après des obſervations informes de Mœſtlin, & plus exactement enſuite par M. Pingré, d'après les obſervations de Tycho, inconnues à M. Halley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| ☋ 19° 7′ 37″. | ♋ 19° 11′ 55″. | 64° 51′ 50″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 59553. | 28 Nov. 13h 54′ 0″. | direct. |

Elle fût obſervée par Tycho depuis le 10 Octobre dans 13° 45′ des Poiſſons, avec une latitude boréale de 4° 4′, juſqu'au 12 Décembre, dans 4° du Sagittaire, avec une latitude boréale de 24°. Sa latitude avoit augmentée juſqu'à 41° 30′ le 12 Novembre, ſa longitude étant alors de 19° 34′ du Sagittaire. Elle parcourut la tête de Pégaſe, l'Aigle, & une partie du Serpentaire.

*Comète de* 1582.

(417) Cette Comète a été calculée par M. Pingré, d'après des obſervations de Tycho. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 7ſ 21° 7′ 20″. | 8ſ 5° 23′ 10″. | 61° 27′ 50″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 22570. | 6 Mai 16h 9′ 0″. | rétrograde. |

Elle fut obſervée par Tycho depuis le 12 Mai dans 10° 54′ des Gémeaux, avec une latitude boréale de 13° 11′; juſqu'au 18 du même mois, dans 20° 30′ des Gémeaux, avec une latitude boréale de 21° 15′. Elle eut d'abord un mouvement apparent direct, puis enſuite rétrograde. Lorſque Tycho l'obſerva, elle étoit dans la conſtellation du Cocher, & paſſa très-près de la Chèvre. Elle avoit une queue fort brillante.

*Comète de 1585.*

(418) Cette Comète a été calculée par M. Halley, d'après les obſervations de Tycho. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 1ſ 7° 42′ 30″. | 0ſ 8° 51′ 0″. | 6° 4′ 0″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 109358. | 7 Octobre 19h 29′ 0″. | direct. |

Elle fut obſervée par Tycho, Rothman & par Guillaume IV, Landgrave de Heſſe, depuis le 18 Octobre dans 23° 9′ des Poiſſons, avec une latitude auſtrale de 13° 52′, juſqu'au 22 Novembre, dans 18° 46′ du Taureau, avec une latitude boréale de 8° 7′. Elle parut d'abord dans la queue de la Baleine, paſſa près de la brillante du lien des Poiſſons, traverſa la conſtellation

du Bélier, & disparut dans le dos du Taureau, près de la constellation de la Mouche. Cette Comète parcourut environ 49 degrés de grand cercle dans le Ciel, la ville de Strasbourg est située sous le 49$^{e}$ degré de latitude ; c'étoit le tems où elle chassoit son évêque, après avoir embrassé la réforme de Luther. On ne manqua pas de voir dans cette conformité, un signe certain de ce qui arrivoit à Strasbourg. Elle parut ronde & sans aucun vestige de queue, ni de chevelure ; sa circonférence étoit seulement moins lumineuse que le noyau.

*Comète de* 1590.

(419) Cette Comète a été calculée par M. Halley, d'après les observations de Tycho. Voici ses élémens.

| *Longitude du nœud ascendant.* | *Longitude du périhelie.* | *Inclinaison de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 5$^{s}$ 15° 30′ 40″. | 7$^{s}$ 6° 54′ 30″. | 29° 40′ 40″. |
| *Distance périhélie.* | *Passage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 57661. | 8 Février 3$^{h}$ 54′ 0″. | rétrograde. |

Elle fut observée par Tycho, depuis le 5 Mars, dans 18° 30′ du Bélier, avec 18° 15′ de latitude boréale, jusqu'au 16 du même mois, dans 3° 15′ des Gémeaux, avec 20° 45′ de latitude boréale. Elle traversa le Poisson boréal, le Triangle boréal, la tête de Méduse, & disparut près du pied de Persée.

*Comète de* 1593.

(420) Cette Comète a été calculée par M. de la Caille, dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris de 1747, d'après des observations faites à Zerbst, par un Eleve de Tycho, qu'il nomme *Christiernus Ripensis*. Voici ses élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 5ſ 14° 15′ 0″. | 5ſ 26° 19′ 0″. | 87° 58′ 0″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 8911. | 18 Juillet 13h 48′ 0″. | direct. |

Elle fut obſervée depuis le 4 Août juſqu'au 3 Septembre ; le 4 Août elle étoit dans 14° 40′ de l'Ecréviſſe, avec une latitude boréale de 29° 5′ ; le 31 Août elle fut obſervée dans 7° 22′ du Bélier, avec 60° de latitude boréale ; ſon mouvement apparent en longitude ſe fit contre l'ordre des ſignes. Cette Comète eſt intéreſſante par deux circonſtances ſingulieres. La premiere, c'eſt que c'eſt avec la Comète obſervée en 1707, celle dont l'inclinaiſon de l'orbite ſur l'écliptique, ſoit la plus grande ; la ſeconde, c'eſt qu'elle a approché très-près du Soleil dans ſon périhélie ; cependant la queue de cette Comète n'a pas été fort grande, ni ſa lumière fort vive ; elle n'a pas ſurpaſſé en éclat les étoiles de la troiſième grandeur ; & lorſqu'on a meſuré ſa queue, dix-ſept jours après ſon paſſage par le périhélie, on ne l'a trouvée que de 4° 30′. Elle traverſa la Giraffe, Caſſiopée & Céphée, où elle diſparut.

*Comète de 1596.*

(421) Cette Comète a d'abord été calculée par M. Halley, ſur les obſervations de Mœſtlin, & depuis, plus exactement par M. Pingré, ſur des obſervations manuſcrites de Tycho, inconnues à M. Halley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 10ſ 15° 36′ 50″. | 7ſ 28° 30′ 50″. | 52° 9′ 45″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 54941. | 8 Août 15h 43′ 0″. | rétrograde. |

Elle fut découverte dès le 17 Juillet dans la conſtellation du Cocher; le 24 elle fut apperçue à Coppenhague par Tycho, près de la première patte de derrière de la grande Ourſe; elle fut enſuite obſervée à Uranibourg, depuis le 27 Juillet dans 20° 58′ du Lion, avec une latitude boréale de 30° 30′, juſqu'au 3 Août dans 2° 53′ de la Vierge, avec 26° 49′ de latitude boréale. Cette Comète, une de celles qui peuvent approcher de l'orbite de la Terre (§. 24 & ſuivans), traverſa la partie du Ciel qui eſt entre les pattes de derrière de la grande Ourſe, & la chevelure de Bérénice.

*Comète de 1607.*

(422) Cette Comète a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 1ſ 20° 21′ 0″. | 10ſ 2° 16′ 0″. | 17° 2′ 0″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 58680. | 26 Octobre 3h 59′ 0″. | rétrograde. |

Cette Comète, la même que nous avons déjà vue en 1456 & en 1531, & que nous retrouverons en 1682 & en 1759, fut obſervée par Képler, à Prague, depuis le 26 Septembre, dans 18° 30′ du Lion, avec

avec 35° 30′ de latitude boréale, juſqu'au 26 Octobre ſuivant, dans 2° 10′ du Sagittaire, avec une latitude boréale de 8 degrés. Elle parut d'abord dans la grande Ourſe, traverſa les Chiens de chaſſe la conſtellation du Bouvier, & diſparut dans le Serpentaire près du Scorpion. Elle avoit une queue d'environ 7 degrés; elle fut auſſi obſervée par Longomontanus, à Malmoë en Suède.

*Premiere Comète de 1618.*

(423) Cette Comète a été calculée par M. Pingré. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 9ſ 23° 25′ 0″. | 10ſ 18° 20′ 0″. | 21° 28′ 0″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 51298. | 17 Août 3h 12′ 0″. | direct. |

Elle fut obſervée par Képler, depuis le 1 Septembre, dans 10° du Lion, avec une latitude boréale de 21° 30′, juſqu'au 25 Septembre, dans 28° de l'Ecreviſſe, avec une latitude boréale de 23° 30′. Elle parcourut la tête du petit Lion, & la croupe du Linx.

*Seconde Comète de 1618.*

(424) Cette Comète a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| ☊ 16° 1′ 0″. | ☌ 2° 14′ 0″. | 37° 34′ 0″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 37975. | 8Novemb. 12h 32′ 0″. | direct. |

Cette Comète, une de celles qui peuvent approcher le plus près de l'orbite de la Terre (§. 27, 28, 76, 177), fut apperçue dès le 10 Novembre 1618, mais elle ne fut obſervée par Képler, que depuis le 24 Novembre, juſqu'au 20 Janvier 1619. Elle rétrograda depuis 18° 2′ du Scorpion, juſqu'à 20° 50′ de l'Ecréviſſe. Au commencement de ſon apparition, elle étoit preſque dans l'écliptique ; le 3 Janvier 1619, elle avoit 63° 15′ de latitude boréale ; ſa latitude diminua enſuite juſqu'au 20 Janvier, jour auquel on ceſſa de l'obſerver ; elle avoit alors 58° 30′ de latitude. Elle traverſa la Balance, le Bouvier, & diſparut au-deſſus de la tête de la grande Ourſe, près de l'extrémité de la queue du Dragon. Elle avoit une queue très-grande & très-brillante. Elle fut auſſi obſervée par Longomontanus, Schikard, Cyſatus & autres. On trouve en Allemagne des Médailles frappées à l'occaſion de cette Comète, avec l'exergue ſuivante ;

*Ardet divini numinis Aſtrum.*

On vit dans cette année, deux Comètes preſqu'à la fois, & ce phénomène parut fort ſingulier ; on a même quelques veſtiges d'une troiſième Comète, qui parut peu de tems ſur notre horizon, & qui s'enfonça tout de ſuite dans l'hémiſphère auſtral. On prétendit que c'étoit la première Comète qui s'étoit ſéparée en deux.

*Comète de 1652.*

(425) Cette Comète a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhelie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 2ſ 28° 10′ 0″. | 0ſ 28° 18′ 40″. | 79° 28′ 0″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 84750. | 12 Nov. 15h 49′ 0″. | direct. |

Elle fut obſervée par Hévélius, depuis le 20 Décembre 1652, juſqu'au 8 Janvier 1653 ; dans le Lievre, le bouclier d'Orion, la tête du Taureau, celle de Méduſe, l'épée de Perſée & Caſſiopée ; elle fut viſible juſqu'au commencement de Février.

*Comète de 1661.*

(426) Cette Comète a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 2ſ 22° 30′ 30″. | 3ſ 25° 58′ 40″. | 32° 35′ 50″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 44851. | 26 Janv. 23h 50′ 0″. | direct. |

Elle fut obſervée par Hévélius, depuis le 3 Février juſqu'au 28 du même mois, ſous le Dauphin, dans la tête & l'aîle méridionale de l'Aigle. Ses élémens reſſemblent beaucoup à ceux de la Comète de 1532 ; on croit que ces deux Comètes ne ſont qu'un ſeul & même Aſtre, dont la révolution eſt d'environ 129 ans, & qui doit reparoître vers 1790.

*Comète de 1664.*

(427) Cette Comète a été calculée par M. Halley.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 2ſ 21° 14′ 0″. | 4ſ 10° 41′ 25″. | 21° 18′ 30″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 102575. | 4 Décemb. 12h 1′ 0″. | rétrograde. |

Elle fut obſervée depuis le 2 Décembre 1664, juſqu'au 12 Février 1665, par Hévélius, Caſſini & autres. Elle parut d'abord rétrograder, depuis 11° 25′ de la Balance, juſqu'à 26° 30′ du Bélier, où elle étoit le 5 Février. Elle parut enſuite directe, depuis le 5 Février juſqu'au 12, où on ceſſa de la voir ; ſon mouvement étoit alors fort lent, & elle ne parcourut que 23′ dans cet intervalle de tems. Sa latitude, le 2 Décembre 1664, étoit de 15° 25′ auſtrale. Le 28 Décembre elle avoit une latitude de 49° 30′ auſtrale ; le 12 Février ſa latitude étoit de 6° 40′ boréale. Cette Comète avoit une très-belle queue ; elle parut d'abord dans les étoiles du Corbeau, paſſa au Sud de la Coupe, traverſa toute la voilure du Navire, le grand Chien, le Lievre, l'Eridan, la Baleine, & diſparut près des étoiles du Bélier.

(428) Il arriva à l'occaſion de cette Comète, un événement qui mérite d'être rapporté. Le célèbre Jean Dominique Caſſini l'obſerva à Rome dans le Palais Chigi en préſence de la Reine de Suède, la fameuſe Chriſtine. Il ſe fia tellement à ſon ſyſtême ſur les Comètes, qu'après les deux premières obſervations, il traça hardiment à la Reine, ſur le Globe céleſte, la route que celle-là devoit tenir. Après une quatrième obſervation, qui fut le 22 Décembre, il aſſura qu'elle n'étoit pas encore dans ſa plus grande proximité de la Terre ; le 23 il oſa prédire qu'elle y arriveroit le 29 ; & quoiqu'alors elle ſurpaſsât la Lune en vîteſſe, & ſembla devoir faire le tour du Ciel en peu de tems, il

avança qu'elle s'arrêteroit dans Ariès, dont elle n'étoit guère éloignée que de deux Signes; & qu'après qu'elle y auroit été ſtationaire, ſon mouvement y deviendroit rétrograde, par rapport à la direction qu'il avoit eu. Ces prédictions trouverent quantités d'incrédules, qui ſoutinrent que la Comète échapperoit à l'Aſtronome, & l'eſpérerent juſqu'au bout; après quoi, quand ils virent qu'elle lui avoit été parfaitement ſoumiſe, ils dirent qu'il n'y avoit rien de ſi facile, que ce qu'avoit fait M. Caſſini.

(429) Il n'eſt pas étonnant que M. Caſſini ait trouvé des incrédules, dans un tems où les connoiſſances aſtronomiques étoient infiniment moins répandues qu'elles ne le ſont actuellement; mais ce qu'il y a de ſingulier, c'eſt que la Comète ait ſuivi une route tracée d'après un ſyſtême actuellement démontré faux. Comme le mouvement de la Terre influoit beaucoup ſur celui de la Comète, la branche de courbe que M. Caſſini prenoit pour ſa trajectoire, donnoit à-peu-près les mêmes apparences que la courbe qu'il auroit fallu calculer d'après la véritable Théorie.

### *Comète de 1665.*

(430) Cette Comète a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 7ſ 18° 2′ 0″. | 2ſ 11° 54′ 30″. | 76° 5′ 0″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 10649. | 24 Avril 5h 24′ 0″. | rétrograde. |

Elle fut obſervée par Hévélius, & par pluſieurs autres Aſtronomes, depuis le 27 Mars juſqu'au 20 Avril.

Le 27 Mars ſa longitude étoit dans 4° du Verſeau, avec une latitude boréale de 2°; le 20 Avril elle étoit dans 1° 18′ du Taureau, avec une latitude boréale de 13° 14′. Sa latitude avoit été de 26° 30′ le 6 Avril, dans 14° 21′ des Poiſſons; elle avoit une aſſez belle queue, mais moins brillante que la Comète de 1664.

Elle parcourut la tête du Capricorne, le petit Cheval, Pégaſe, le bras d'Andromède, le Poiſſon boréal, & diſparut près du Triangle boréal. Suivant M. Caſſini, le diſque de cette Comète étoit auſſi rond, auſſi net & auſſi clair que celui de Jupiter.

*Comète de 1672.*

(431) Cette Comète a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| ☋ 27° 30′ 30″. | ♌ 16° 59′ 30″. | 83° 22′ 10″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 69739. | 1 Mars 8h 46′ 0″. | direct. |

Elle fut obſervée par Hévélius & par pluſieurs autres Aſtronomes; depuis le 6 Mars dans 7° du Bélier, avec une latitude boréale de 35° 0′; juſqu'au 21 Avril, dans 19° des Gémeaux, avec une latitude auſtrale de 9° 55′. Elle traverſa Andromède, le pied de Perſée, le front du Taureau, & la tête d'Orion.

*Comète de 1677.*

(432) Cette Comète a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 7ſ 26° 49′ 10″. | 4ſ 17° 37′ 5″. | 79° 3′ 15″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 28059. | 6 Mai 0h 46′ 0″. | rétrograde. |

Elle fut obſervée par Hévélius, Caſſini, Roëmer, & par pluſieurs autres Aſtronomes; depuis le 29 Avril dans 5° du Taureau, avec une latitude boréale de 12°; juſqu'au 8 Mai, dans 20° du Taureau, avec une latitude boréale de 15°; elle parcourut le petit Triangle boréal, & le deſſus de la Mouche.

*Comète de 1678.*

(433) Cette Comète a été calculée par M. Struick, dans ſa Cométographie. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 5ſ 11° 40′ 0″. | 10ſ 27° 46′ 0″. | 3° 4′ 20″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 123801. | 26 Août 14h 12′ 0″. | direct. |

Elle fut obſervée à Paris par M. de la Hire, depuis le 11 Septembre, dans 18° 14′ du Verſeau, avec une latitude de 0° 14′ auſtrale; juſqu'au 7 Octobre, dans 14° 54′ des Poiſſons, avec une latitude auſtrale de 4° 12′. Elle parcourut la partie du Ciel entre la queue du Capricorne & l'eau du Verſeau.

## *Comète de* 1680.

(434) Nous voici arrivés à la fameuſe Comète de 1680, celle de toutes les Comètes, qui approche le plus de l'orbite de la Terre vers ſon nœud deſcendant (§. 73, 74), & du Soleil dans ſon périhélie. Ses élémens ont été calculés par M. Halley de la maniere ſuivante.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 9ſ 2° 2′ 0″. | 8ſ 22° 39′ 30″. | 60° 56′ 0″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 612. | 18 Déc. 0h 15′ 0″. | direct. |

Cette Comète, deſtinée à faire une des époques les plus brillantes de l'Aſtronomie, fut découverte le 14 Novembre 1680 à Cobourg en Saxe, par M. Kirch ; elle n'avoit rien de remarquable ; elle étoit dans 29° 51′ du Lion, avec une latitude auſtrale de 1° 17′ 45″ ; elle fut obſervée le matin, juſqu'au 4 Décembre, qu'elle ſe plongea dans les rayons du Soleil.

Elle reparut enſuite le ſoir, le 22 Décembre dans 6° 32′ du Capricorne, avec une latitude boréale de 8° 28′ ; mais alors elle avoit une queue très-brillante, & d'une étendue très-conſidérable ; ce qui l'empêcha quelque tems d'être reconnue pour la même Comète que celle obſervée le matin dans le mois de Novembre. M. Caſſini étoit encore dans cette opinion en 1699. Elle fut obſervée juſqu'au 19 Mars, qu'elle diſparut dans 2ſ 0° 43′ 4″, avec une latitude boréale de 11° 45′ 52″ ; le 9 Janvier, jour de ſa plus grande latitude, elle avoit une longitude de 11ſ 17° 38′ 20″, avec une latitude de 28° 11′ 53″.

Depuis ſa ſeconde apparition, elle parcourut l'Ecu

de Sobieski, les pieds d'Antinous, la queue du Dauphin, Pégaſe, Andromède, le Triangle boréal, & diſparut entre le pied de Perſée & le dos du Taureau.

(435) Dans le tems que cette Comète parut; l'opinion que ces Aſtres annoncent des malheurs, étoit encore généralement répandue dans l'Europe. Rien n'étoit plus capable d'effrayer que la queue brillante qu'elle traînoit après elle, & qui s'étendoit à près de 120 degrés. Pour raſſurer le Public, Bayle publia ſes penſées ſur les Comètes. Il n'oſa point fronder trop ouvertement l'opinion reçue; il prétendit ſeulement que ſi la chevelure des Comètes annonçoit des malheurs, il n'en étoit pas de même de leurs queues. Mais ce qui doit intéreſſer davantage dans l'Hiſtoire de la Comète de 1680, c'eſt d'avoir fait éclore les ſublimes recherches de Newton, qui ſçut faire de ces Aſtres une branche de ſon ſyſtême général. Cette brillante découverte eut le ſort de toutes les nouveautés, à qui le tems ſeul peut imprimer le ſceau de la démonſtration. Elle eut des contradicteurs même parmi les Aſtronomes. M. Caſſini perſiſta à penſer que la Terre étoit le centre des mouvemens des Comètes; & M. Jacques Bernouilli propoſa un autre ſyſtême, d'après lequel la Comète devoit reparoître au mois de Mai 1719. L'événement n'a point répondu à la prédiction, & les Comètes ſont pour jamais des Aſtres qui ont le Soleil pour centre de leurs mouvemens.

(436) M. Whiſton a été plus loin au ſujet de la Comète de 1680. Dans ſa Théorie de la Terre, il fait voir que ſi l'on ſuppoſe à cette Comète, une période d'environ 575 ans, on retrouve dans l'Hiſtoire du Monde, des apparitions formidables de Comètes à ces différentes époques. Sous l'année 1106, on lit dans la Chronique Saxone, les termes ſuivans. *Anno Chriſti 1106, à primâ Septimanâ quadrageſimæ, uſque ad vigilias Palmarum, conſpectus eſt horribilis Cometa...*,

Et enſuite... *Parva viſa eſt, & obſcura, ſed ſplendor qui de eâ exivit, valdè erat clarus; & quaſi ingens trabs, de Orientali & Aquilonari parte claritas ingeſſit ſe in eam ſtellam.*

On retrouve une Comète ſemblable en 531, ſous le regne de l'Empereur Juſtinien. *Anno Chriſti* 531, *Imperii Juſtiniani quinto, conſpectus eſt Cometa, qui ob radios ſursùm inſtar facis porrectos, λαμπαδίας dicebatur.* Si l'on retranche 575 ans de cette dernière époque, on retrouve la Comète, qui parut à la mort de Jules-Céſar. Enfin la ſeptième période, depuis 1680, tombe dans l'année que l'on dit être celle du déluge. Il y a donc grande apparence que la Comète de 1680 a réellement une période de 575 ans, & qu'elle doit reparoître vers 2255. Quant aux effets qu'on lui attribue relativement au déluge, on peut voir ce qui en a été dit (§. 139.)

*Comète de* 1682.

(437) Cette Comète a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhelie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 1ſ 21° 16′ 30″. | 10ſ 2° 52′ 45″. | 17° 56′ 0″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 58328. | 14 Sept. 7h 48′ 0″. | rétrograde. |

Cette Comète, moins éclatante que la précédente; mais deſtinée comme elle à faire époque dans l'Hiſtoire de l'Aſtronomie, fut obſervée par Hévélius & par les plus célèbres Aſtronomes de l'Europe, depuis le 26 Août dans 23° 30′ de l'Ecréviſſe, avec une latitude boréale de 21°, juſqu'au 19 Septembre, dans 0° 42′ du Scorpion, avec une latitude boréale de 8° 47′.

Elle parcourut la croupe du Linx, le petit Lion, la chevelure de Bérénice, paſſa à l'extrêmité du pied du Bouvier, & diſparut dans les pieds de la Vierge.

(438) La Comète de 1680 avoit donné lieu à M. Newton de développer ſes idées relativement à ces Aſtres. M. Halley frappé de la beauté de cette découverte, entreprit de débrouiller le chaos des anciennes Comètes, & d'appliquer la nouvelle Théorie à toutes celles dont les obſervations étoient aſſez exactes pour pouvoir être calculées. Il apperçut bientôt la conformité qu'il y avoit entre les élémens de la Comète de 1682, & les élémens des Comètes obſervées en 1607, 1531 & 1456; il prononça donc que ces quatre Comètes n'étoient qu'un ſeul & même Aſtre, dont la révolution étoit d'environ 77 ans, & il oſa prédire qu'on la reverroit vers 1759. Sa prédiction a été vérifiée de nos jours. Les légeres différences que l'on trouve entre les élémens de ces Comètes, n'empêcherent point M. Halley de prononcer ſur leur identité, & il penſa qu'on devoit les attribuer aux attractions des différens corps, auprès deſquels cette Comète avoit paſſé.

*Comète de 1683.*

(439) Cette Comète a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 5ſ 23° 23′ 0″. | 2ſ 25° 29′ 30″. | 83° 11′ 0″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 56020. | 13 Juillet 2h 59′ 0″. | rétrograde. |

Cette Comète, une de celles qui peuvent approcher le plus près de l'orbite de la Terre (§. 29), fut obſervée par Hévélius & par les plus célèbres Aſtrono-

mes de l'Europe, depuis le 2 Août dans 5° de l'Ecréviſſe, avec 29° de latitude boréale, juſqu'au 4 Septembre dans 2° 35′ du Taureau, avec une latitude auſtrale de 11° 20′. Elle parcourut une partie du Linx, le Cocher, la jambe de Perſée, paſſa entre les Pleyades & la Mouche, & diſparut dans la Baleine.

*Comète de 1684.*

(440) Cette Comète a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 8ſ 28° 15′ 0″. | 7ſ 28° 52′ 0″. | 65° 48′ 40″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 96015. | 8 Juin 10h 25′ 0″. | direct. |

Elle fut obſervée par M. Bianchini à Rome. Le 1 Juillet elle étoit dans 11° 18′ de la Balance, avec une latitude boréale de 13° 12′. Le 17 Juillet elle étoit dans 2° 8′ du Scorpion, avec une latitude boréale de 47° 40′. Elle parcourut la Vierge & le Bouvier, en dirigeant ſon mouvement apparent vers la Couronne boréale. Elle étoit petite & nébuleuſe ; ce qui fût cauſe qu'elle échappa à preſque tous les Aſtronomes.

*Comète de 1686.*

(441) Cette Comète a été calculée par M. Halley ; Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du perihelie.* | *Inclinaiſon l'orbite.* |
|---|---|---|
| 11ſ 20° 34′ 40″. | 2ſ 17° 0′ 30″. | 31° 21′ 40″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 32500. | 16 Sept. 14h 42′ 0″. | direct. |

Elle fut obſervée par M. Kirch à Ingolſtat, le 18 & le 19 Septembre, dans les étoiles du Lion ; on l'avoit vue dans les Indes Orientales, dès le 15 Août, un peu au Sud de la ceinture d'Orion. Elle parcourut Orion, la Licorne, la tête de l'Hydre & le Lion. M. Struick ſoupçonne que cette Comète a une période d'environ 174 ans, & qu'elle eſt la même que les Comètes de 1512, 1338, 1165, 990 & 817, dont on connoît les apparitions, ſans avoir pu les ſoumettre au calcul ; ſi cette conjecture eſt fondée, elle devroit reparoître vers 1860.

C'étoit alors le tems des perſécutions que les Proteſtans éprouvoient en France. Ils publierent que toutes les Comètes, dont le nombre s'étoit ſi fort multiplié depuis ſi peu de tems, étoient les avant-coureurs de ces triſtes événemens. On croyoit encore aux pronoſtiques des Comètes.

*Comète de 1689.*

(442) Cette Comète a été calculée par M. Pingré. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 10ſ 23° 45′ 20″. | 8ſ 23° 44′ 45″. | 69° 17′ 0″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 1689. | 1 Décemb. 15h 5′ 0″. | rétrograde. |

Elle fut vue à Malaca, à Pondicheri, & dans toute

l'Inde ; depuis le 4 Décembre juſqu'au 24 du même mois. Le 8 elle étoit ſur le bras du Centaure, de-là elle paſſa dans le Loup ; le 23 Décembre elle fut vue un peu au Nord-Oueſt du pied du Centaure. C'eſt après la Comète de 1680, celle qui approche le plus du Soleil, dans ſon périhélie.

*Comète de 1698.*

(443) Cette Comète a été calculée par M. Halley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 8ſ 27° 44′ 15″. | 9ſ 0° 51′ 15″. | 11° 46′ 0″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 69129. | 18 Octob. 17h 6′ 0″. | rétrograde. |

Elle fut obſervée par M. Caſſini, au commencement de Septembre dans Caſſiopée ; elle paſſa par les épaules & les bras de Céphée, entre le Dragon & le Cigne, par Hercule, le Serpentaire, & diſparut dans le Scorpion, vers le 28 Septembre.

*Comète de 1699.*

(444) Cette Comète a été calculée par M. de la Caille. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 10ſ 21° 45′ 35″. | 7ſ 2° 31′ 6″. | 69° 20′ 0″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 74400. | 13 Janv. 8h 32′ 0″. | rétrograde. |

Elle fut obſervée à Paris par M. Caſſini, le 19 Février dans 15° 31′ des Gémeaux, avec une latitude

boréale de 37° 25'. Le P. Fontenay l'obſerva à la Chine, depuis le 17 Février juſqu'au 26 du même mois, depuis Céphée juſques près de la Chèvre. On la vit même juſqu'au 6 Mars. Elle parcourut Céphée, la Reene, la Giraffe & le Cocher.

*Comète de 1702.*

(445) Cette Comète a été calculée par M. de la Caille. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 6ſ 9° 25' 15". | 4ſ 18° 41' 3". | 4° 30' 0". |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 64590. | 13 Mars 14h 2' 0". | direct. |

Cette Comète, une de celles qui peuvent approcher le plus près de l'orbite de la Terre (§. 54, 55, 77), fut découverte à Rome, le 20 Avril, par M. Bianchini; elle fut obſervée à Paris & dans tout le reſte de l'Europe, juſqu'au 4 Mai. Elle parcourut la Fléche, le rameau d'Hercule, le Serpentaire, & diſparut dans le Serpent, près de la main du Serpentaire.

*Comète de 1706.*

(446) Cette Comète a été calculée par M. de la Caille. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 0ſ 13° 11' 40". | 2ſ 12° 29' 10". | 55° 14' 10". |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 42581. | 30 Janv. 4h 32' 0". | direct. |

Elle fut obſervée par MM. Caſſini & Maraldi, depuis le 18 Mars qu'elle fut découverte, juſqu'au 16 Avril qu'elle diſparut. Le 18 Mars ſon aſcenſion droite étoit de 237° 20′, & ſa déclinaiſon ſeptentrionale de 36°; le 16 Avril elle étoit d'un demi-degré plus ſeptentrionale que l'étoile β de la tête de la Vierge, & éloignée en aſcenſion droite d'un degré & demi de la même étoile. Elle paſſa au nord de la Couronne, parcourut le Bouvier, l'aîle de la Vierge, & diſparut vers la tête de la Vierge.

*Comète de 1707.*

(447) Cette Comète a été calculée par M. de la Caille. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 1ſ 22° 46′ 35″. | 2ſ 19° 54′ 56″. | 88° 36′. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 85974. | 11 Déc. 23h 39′ 0″. | direct. |

Elle fut obſervée par MM. Caſſini & Maraldi, depuis le 28 Novembre qu'elle fut découverte, juſqu'au 25 Décembre qu'elle diſparut. Elle parcourut l'eſpace qui eſt entre le bras d'Antinous & le col du Cigne, & paſſa entre l'Aigle, la Fléche & le Dauphin. Le 6 Décembre on la voyoit à la vue ſimple, quoique la Lune fut dans ſon plein. Par une Lunette de 17 pieds elle paroiſſoit grande à-peu-près comme le diſque de Jupiter. Son noyau étoit clair, mais mal terminé. C'eſt de toutes Comètes, celle dont l'orbite eſt la plus inclinée ſur l'écliptique.

*Comète de 1718.*

(448) Cette Comète a été calculée d'une manière

un

un peu différente ; par MM. Struick & de la Caille. Voici ſes élémens, ſuivant ces deux Aſtronomes.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 4ſ 7° 55′ 20″. | 4ſ 1° 26′ 36″. | 31° 12′ 53″. |
| 4 8 43 0. | 4 1 30 0. | 30 20 0. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 102565. | 15 Janv. 1h 24′ 36″. | rétrograde. |
| 102655. | 14 Janv. 23 48 0. | rétrograde. |

Elle fut obſervée par M. Kirch, depuis le 18 Janvier juſqu'au 5 Février. Le 18 Janvier elle étoit voiſine des épaules de la petite Ourſe, dans 27° 26′ du Cancer, avec une latitude boréale de 89° 18′ ; elle paſſa par les pieds de Céphée & par Caſſiopée ; elle fut obſervée pour la dernière fois dans la jambe d'Andromède, dans 1° 39′ du Taureau, avec une latitude boréale de 24° 53′.

*Comète de 1723.*

(449) Cette Comète a été calculée par M. Bradley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 0ſ 14° 16′ 0″. | 1ſ 12° 52′ 20″. | 49° 59′ 0″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 99865. | 27 Sept. 16h 20′ 0″. | rétrograde. |

Elle fut découverte à Albano près de Rome, le 17 Octobre ; par M. Bianchini, dans la queue du Poiſſon auſtral ; elle fut obſervée le 18 Octobre à Paris, dans les étoiles du Capricorne ; le 19 elle coupa

l'écliptique dans 8° du Verſeau. Le 21 elle ſe trouva proche de la plus occidentale des deux étoiles qui ſont dans la main précédente du Verſeau ; elle s'avança enſuite vers Antinoüs, traverſa l'équateur le 1 Novembre, avec 301° d'aſcenſion droite, & diſparut le 5 Novembre, dans 3° 47′ du Verſeau, avec une latitude boréale de 21° 13′ 20″. On l'avoit obſervée dans l'hémiſphère auſtral, quelque tems avant qu'elle ait été découverte en Europe, auprès de Canopus, dans l'Hidre auſtrale, le Toucan & la Grue.

*Comète de 1729.*

(450) Cette Comète a été calculée d'une manière un peu différente, par MM. Douwes & de la Caille. Voici ſes éléments ſuivant ces Aſtronomes.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 10ſ 10° 35′ 15″. | 10ſ 22° 16′ 53″. | 77° 1′ 58″. |
| 10 10 32 37. | 10 22 40 0. | 76 58 4. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 406980. | 23 Juin 6h 45′ 22″. | direct. |
| 426140. | 25 Juin 11 16 0. | direct. |

Elle fut apperçue à Niſmes le 31 Juillet 1729, par le P. Sarabat ; mais elle ne fut obſervée à Paris par M. Caſſini, que depuis la fin d'Août 1729, juſqu'au 21 Janvier 1730. Son mouvement apparent fut d'abord rétrograde ; elle parcourut la tête du petit Cheval, la queue du Dauphin & s'arrêta près de l'Aigle, où elle fut quelque tems ſtationnaire ; ſon mouvement devint enſuite direct, & elle paſſa par la tête du Dauphin, près de laquelle elle diſparut. C'eſt de toutes les Comètes connues, celle qui s'éloigne le plus du Soleil, dans ſon périhélie.

*Comète de 1737.*

(451) Cette Comète a été calculée par M. Bradley. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 7ſ 16° 22′ 0″. | 10ſ 25° 55′ 0″. | 18° 20′ 45″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 22282. | 30 Janvier 8h 30′ 0″. | direct. |

Elle fut obſervée par M. Caſſini, depuis le 17 Février, dans 3° 27′ 0″ du Bélier, avec une latitude auſtrale de 4° 24′, juſqu'au 2 Avril, dans 6° 42′ 40″ des Gémeaux, avec une latitude auſtrale de 11° 56′. Elle parcourut le deſſus du dos & la tête de la Baleine, & diſparut au-deſſous des Hyades. La Théorie de M. Newton ſur les Comètes, n'étoit pas encore établie en France, d'une manière inconteſtable. M. Caſſini dans un Mémoire ſur cette Comète, donne à entendre, qu'il ne ſeroit point éloigné de la regarder comme un Satellite de la Terre, placé entre les orbites de Mars & de Vénus. Cette Comète paroiſſoit à la vue ſimple, comme une étoile de la ſeconde grandeur.

*Comète de 1739.*

(452) Cette Comète a été calculée par M. de la Caille. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 6ſ 27° 25′ 14″. | 3ſ 12° 38′ 40″. | 55° 42′ 44″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 67358. | 17 Juin 10h 9′ 0″. | rétrograde. |

Cette Comète, une de celles qui peuvent approcher de l'orbite de la Terre (§. 31 & 32), a été obſervée depuis le 28 Mai juſqu'au 18 Août, par MM. Zanotti & Bradley. Le 28 Mai elle étoit dans 7° 6′ du Cancer, avec une latitude de 27° 9′ boréale; le 18 Août elle étoit dans 7° 1′ des Gémeaux, avec une latitude méridionale de 14° 57′. Elle traverſa les pieds du Linx, les pieds du Cocher, & diſparut dans le bouclier d'Orion.

*Comète de 1742.*

(453) Cette Comète a été calculée par M. Struick. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| ☊ 5° 34′ 45″. | ♈ 7° 33′ 14″. | 67° 4′ 11″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 76555. | 8 Février 4h 30′ 30″. | rétrograde. |

Cette Comète, à l'occaſion de laquelle M. de Maupertuis publia ſa *Lettre ſur la Comète*, fut obſervée en Europe & à la Chine, depuis le commencement de Mars juſqu'au 6 Mai; elle avoit une queue d'environ 4 à 5 degrés. Le 4 Mars elle étoit dans 16° 0′ 40″ du Capricorne, avec une latitude boréale de 34° 45′ 37″; ſon mouvement devint très-rapide vers le 14 du même mois, il étoit de près de 18° en longitude, & d'environ 1° en latitude; le 14 la Comète étoit dans 6° 31′ 50″ des Poiſſons, avec une latitude de 78° 13′ 20″. Le 6 Mai lorſqu'elle diſparut, elle étoit dans 4° 30′ 40″ de l'Ecréviſſe, avec une latitude boréale de 48° 35′ 35″. Elle traverſa les pieds d'Antinoüs, la queue du Serpentaire, la queue de l'Aigle, paſſa près de la Lyre, traverſa l'extrêmité de l'aîle boréale du Cigne, le

ventre du Dragon, le pied de Céphée, la Giraffe, & disparut entre la Giraffe & la tête de la grande Ourse.

*Première Comète de 1743.*

(454) Cette Comète, une de celles qui peuvent approcher le plus près de l'orbite de la Terre (§. 56, 57, 78 & 178), a été calculée par M. Struick. Voici ses élémens.

| *Longitude du nœud ascendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaison de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 2ſ 8° 10′ 48″. | 3ſ 2° 58′ 4″. | 2° 15′ 50″. |
| *Distance périhélie.* | *Passage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 83811. | 10 Janv. 21h 24′ 57″. | direct. |

Elle fut observée par M. Zanotti, depuis le 12 Février, dans 1° de la Vierge, avec une latitude boréale de 43° 5′, jusqu'au 28 Février, dans 13° de la Vierge, avec une latitude pareillement boréale, de 12° 31′. Elle parcourut la dernière patte de derrière de la grande Ourse, & la queue du Lion.

*Seconde Comète de 1743.*

(455) Cette Comète a été calculée par M. Klinkenberg. Voici ses élémens.

| *Longitude du nœud ascendant.* | *Longitude du périhelie.* | *Inclinaison de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 0ſ 5° 16′ 25″. | 8ſ 6° 33′ 52″. | 45° 48′ 20″. |
| *Distance périhélie.* | *Passage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 52057. | 20 Sept. 21h 26′ 0″. | rétrograde. |

Elle fut observée par MM. Struick & Klinkenberg,

depuis le 7 Août, dans 17° 8′ de l'Ecréviſſe, avec une latitude boréale de 55° 15′, juſqu'au 2 Septembre, dans 12° 40′ de la Balance, avec une latitude pareillement boréale de 21° 37′. Elle traverſa la queue du Dragon, celle de la grande Ourſe, les Chiens de chaſſe, & diſparut dans la jambe du Bouvier.

*Comète de 1744.*

(456) Cette Comète a été calculée par M. Bliſſ. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 1ſ 15° 45′ 20″. | 6ſ 17° 12′ 55″. | 47° 8′ 36″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 22206. | 1 Mars 8h 26′ 20″. | direct. |

Elle fut découverte à Lauſanne, le 13 Décembre 1743, par M. de Chéſeaux; elle fut obſervée à Paris par M. Caſſini, depuis le 21 Décemb. 1743, dans 22° 23′ 0″ du Bélier, avec une latitude boréale de 16° 18′ 57″; juſques au 1 Mars 1744, dans 2° des Poiſſons, avec une latitude boréale de 6° 28′. Elle parcourut le Poiſſon boréal, Pégaſe, & le Verſeau. Cette Comète eſt célèbre par la figure extraordinaire de ſa queue. C'étoit une eſpèce d'éventail, de plus de 15° de longueur & de 120° de largeur, dont tous les rayons venoient ſe réunir au centre de la Comète. Cette queue étoit aſſez brillante pour n'être pas effacée par la lumière de la pleine Lune; on en voyoit même des veſtiges après le lever du Soleil. Quant au noyau de la Comète, il approchoit de la clarté de Vénus, que l'on pouvoit lui comparer facilement, attendu que cette Planète étoit ſur l'horizon, en même tems que la Comète; il paroiſſoit en croiſſant, comme la Lune dans ſes quadratures.

*Opinions ſur la queue des Comètes.*

(457) A l'occaſion de cette Comète on ne ſera point fâché de trouver ici, les opinions les plus plauſibles des Philoſophes, ſur la queue des Comètes. On doit d'abord remarquer avec M. Newton, qui eſt parfaitement d'accord avec tous les Aſtronomes;

Que les Comètes ne prennent des queues, qu'en s'approchant du Soleil;

Que ces queues ſont d'autant plus grandes, & croiſſent d'autant plus, qu'elles s'en approchent davantage;

Que les Comètes que l'on voit ſans queues, ſont en général fort loin du Soleil;

Que leurs queues ſont toujours plus grandes & plus brillantes, après le paſſage par le périhélie, qu'auparavant;

Que la direction de la queue des Comètes, eſt toujours vers le côté oppoſé au Soleil, ou à-peu-près.

M. Newton croit en conſéquence que la queue des Comètes n'eſt autre choſe qu'une matière très-délicé, détachée du corps de la Comète par l'action du Soleil, & qui gravitant moins ſur cet Aſtre que l'atmoſphère de la Comète, s'éleve à l'oppoſite du Soleil; à-peu-près comme l'on voit ſur la Terre, la fumée s'élever, non en vertu d'une légereté abſolue, mais parce qu'elle eſt moins péſante que l'air, dans lequel elle nage. Il remarque que ce ſyſtême eſt entiérement d'accord avec les obſervations. Car de même que, ſi l'on donne du mouvement au corps fumant, la fumée ne s'élevera plus perpendiculairement à l'horizon, mais prendra une direction moyenne entre la direction perpendiculaire, & celle du corps en mouvement, de même la queue des Comètes n'eſt pas dirigée préciſément à l'oppoſite du Soleil, mais prend une direction moyenne, qui participe du mouvement de la Comète.

(458) Pour expliquer le même phénomène, M. Euler a recours à l'impulsion des rayons solaires, sur une atmosphère ou matière quelconque, provenant de la Comète. Cette explication avoit été imaginée autrefois par Képler.

(459) M. le Mairan substitue à la substance qui s'éleve de la Comète, la matière qu'il prétend former la Lumière zodiacale, & dont la Comète s'impreigne suivant lui à l'approche du Soleil. Au reste, l'on ignore absolument la nature, la densité & la force réfractive de ces queues; l'observation seule peut nous donner quelque lumière sur ce sujet. Comme l'on apperçoit les étoiles à travers de ces queues, il seroit à propos d'examiner si les lieux apparens des étoiles n'en sont point altérés.

*Comète de* 1747.

(460) Cette Comète a été calculée par M. de Chéseaux. Voici ses élémens.

| *Longitude du nœud ascendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaison de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 4ſ 26° 58′ 27″, | 9ſ 10° 5′ 41″. | 77° 56′ 55″. |
| *Distance périhélie.* | *Passage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 229388. | 28 Févr. 11h 54′ 19″. | rétrograde. |

Elle fut découverte à Lausanne le 13 Août 1746, par M. de Chéseaux, dans 5° 16′ 35″ des Poissons, avec une latitude boréale de 23° 17′ 0″, & observée jusqu'au 5 Décembre de la même année, dans 3° 10′ 38″ du Verseau, avec une latitude australe de 12° 16′ 41″. Elle parcourut la tête de Pégase, la tête & le bras du Verseau, & le Capricorne. Quoique cette Comète ait été ob-

ſervée en 1746, on la met ſous la date de 1747, parce que ſon paſſage par le périhélie ſe rapporte à cette année.

*Première Comète de 1748.*

(461) Cette Comète a été calculée par M. Maraldi. Voici ſes élémens,

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 7ſ 22° 52′ 16″. | 7ſ 5° 0′ 50″. | 85° 26′ 57″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 84066. | 28 Avril 19h 34′ 45″. | rétrograde. |

Elle fut obſervée depuis le 9 Mai, dans 19° 26′ 15″ du Taureau, avec une latitude boréale de 58° 21′ 0″, juſqu'au 30 Juin, dans 7° 5′ 37″ de l'Ecréviſſe, avec une latitude de 49° 6′ 36″. Elle parcourut la partie du Ciel qui eſt entre Caſſiopée & Céphée, le Reene & le col de la Giraffe.

*Seconde Comète de 1748.*

(462) Cette Comète a été calculée par M. Struick. Voici ſes élémens,

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 1ſ 4° 39′ 43″. | 9ſ 6° 9′ 24″. | 56° 59′ 3″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 65525. | 18 Juin 1h 33′ 0″. | direct. |

Elle fut obſervée par M. Klinkenberg, depuis le 19 Mai, dans 1° 3′ 18″ du Lion, avec une latitude boréale de 1° 28′ 37″, juſqu'au 22 Mai ſeulement,

dans 28° 41′ de l'Ecréviſſe, avec une latitude méridionale de 5° 47′. Elle parcourut une partie des étoiles de l'Ecréviſſe.

*Comète de* 1757.

(463) Cette Comète a été calculée par M. de la Caille. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 7ſ 4° 5′ 50″. | 4ſ 2° 39′ 0″. | 12° 39′ 6″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 33907. | 21 Octobre 9h 42′ 0″. | direct. |

Elle fut obſervée depuis le 15 Septembre, dans 10° 15′ de l'Ecréviſſe, avec une latitude boréale de 10° 10′, juſqu'au 15 Octobre, dans 1° 13′ de la Balance, avec 4° 11′ 40″ de latitude auſtrale. Elle s'éloigna peu de l'écliptique; elle parcourut la tête des Gémeaux, l'Ecréviſſe, le Lion, & diſparut dans le bras auſtral de la Vierge.

*Comète de* 1758.

(464) Cette Comète a été calculée par M. Pingré. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 7ſ 20° 50′ 9″. | 8ſ 27° 37′ 45″. | 68° 19′ 0″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 21535. | 11 Juin 3h 27′ 0″. | direct. |

Elle fut apperçue à Londres le 18 Juin, mais il ne

paroît pas qu'on ait continué de l'obſerver en Angleterre. Le 25 Juillet elle fut apperçue en Saxe, par M. Chrétien Gartner ; elle étoit alors dans la conſtellation du Cocher. Enfin M. Meſſier la découvrit à Paris le 14 Août, & il l'obſerva conſtamment juſqu'au 2 Novembre. Le 14 Août elle étoit dans 22° 18′ 16″ des Gémeaux, avec une latitude boréale de 5° 5′ 40″ ; le 2 Novembre elle étoit dans 28° 51′ 1″ du Taureau, avec 6° 44′ 52″ de latitude auſtrale. Elle parcourut depuis le pied du Cocher, juſqu'à l'extrêmité de la tête du Taureau. Elle étoit fort petite à la vue, & elle auroit probablement échappée à un obſervateur moins exercé & moins aſſidu que M. Meſſier. Nous avons, dans les Mémoires de 1759, un très-beau travail de cet Aſtronome, au ſujet de cette Comète. Ce ſont les déterminations des différentes étoiles, auprès deſquelles la Comète a paſſé. Cette Comète eſt la première qui ait fait connoître les talens de M. Meſſier ; & s'il n'a pas découvert toutes celles dont nous parlerons par la ſuite, il n'en eſt aucune ſur laquelle il n'ait donné de nombreuſes & d'excellentes obſervations ; ſon zèle, & ſon exactitude, lui aſſurent à jamais un rang diſtingué parmi les Aſtronomes. La Comète dont il s'agit, avoit été obſervée dès la fin de Mai, par M. de la Nux, dans l'Iſle de Bourbon ; elle étoit alors dans la conſtellation d'Orion.

*Comète de 1759.*

(465) Cette Comète, la même que celle obſervée en 1456, 1531, 1607 & 1682, a été calculée par MM. de la Caille, la Lande & Maraldi. Voici ſes élémens d'après ces Aſtronomes.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 1ſ 23° 49′ 0″. | 10ſ 3° 16′ 0″. | 17° 39′ 0″. |
| 1 23 45 35. | 10 3 8 10 | 17 40 14. |
| 1 23 49 21. | 10 3 16 20. | 17 35 20. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 58349. | 12 Mars 13h 41′ 0″. | rétrograde. |
| 58490. | 12 Mars 13 59 24. | rétrograde. |
| 58360. | 12 Mars 12 57 36. | rétrograde. |

(466) Cette Comète, que l'on attendoit depuis long tems, fut d'abord vue en Saxe, par un payſan nommé Palitzch ; il en donna avis au Docteur Hoffman, qui d'après trois obſervations faites le 25, le 27 & le 28 Décembre 1758, en conclut que c'étoit la Comète dont M. Halley avoit prédit le retour ; mais comme ces premières obſervations ne furent point ſuivies, on ne doit dater la véritable découverte de cette Comète que du 20 Janvier 1759, qu'elle fut apperçue par M. Meſſier. Elle étoit dans les étoiles des Poiſſons ; elle fut obſervée le ſoir par cet Aſtronome, juſqu'au 14 Février, qu'elle entra dans les rayons du Soleil. Elle en ſortit vers la fin de Mars, & put être obſervée le matin avant le lever du Soleil, juſque vers la fin d'Avril. Comme dans cet intervalle elle avoit paſſé par le périhélie, ſa queue, au commencement de ſa réapparition, étoit d'environ 20 degrés, & ſon noyau fort brillant ; la Comète étoit alors dans les étoiles du Verſeau, qu'elle traverſa, ainſi que la queue du Capricorne. Elle s'enfonça enſuite dans l'hémiſphère auſtral, où ſon mouvement apparent devint très-rapide. Elle ceſſa d'être viſible en Europe, juſqu'au commencement de Mai, qu'on la vit reparoître le ſoir au-deſſous

de l'Hidre. Elle parcourut enfin les étoiles de l'Hidre au-deſſous de la Coupe, & diſparut le 19 Juin dans le Limbe du Sextant. Pendant le tems qu'elle étoit dans l'hémiſphère auſtral, elle parcourut l'Indien, le Paon, le Triangle auſtral & le Centaure.

(467) On peut ſe rappeller, à l'occaſion de la Comète de 1682, que M. Halley frappé de la reſſemblance de ſes élémens, avec ceux des Comètes de 1607, 1531 & 1456, n'avoit pas héſité d'aſſurer que ces trois Comètes n'étoient qu'un ſeul & même Aſtre, dont la révolution autour du Soleil, étoit d'environ 77 ans, & qui devoit en conſéquence reparoître vers 1759. Cette brillante découverte lui avoit paru ſi importante, qu'il auroit cru manquer à ſa patrie, en ne faiſant pas remarquer que le Monde ſavant en étoit redevable à un Anglois. Il obſervoit en même tems, que la Comète ayant paſſé près de Jupiter, il étoit naturel de penſer que ſes élémens en pouvoient être altérés dans ſa révolution prochaine; il croyoit donc que ſa prédiction ne comportoit point une exactitude plus grande, que les limites de quelques mois. Tel étoit l'état des connoiſſances aſtronomiques, relativement à cette Comète, lorſque M. Clairaut entreprit d'y appliquer les formules du Problême des trois corps, & de ſoumettre ſa marche au calcul rigoureux. Je m'écarterois de mon ſujet, ſi je voulois donner l'analyſe de ce travail, dont l'exécution fait autant d'honneur à la France, que la première idée en a pu faire à l'Angleterre. Il ſuffit de ſavoir qu'au moyen des calculs les plus pénibles, M. Clairaut eſt venu à bout de détetminer, à un mois près, la durée de la dernière révolution de la Comète. Suivant cet illuſtre Géomètre, cet Aſtre devoit paſſer par le périhélie vers le 15 Avril 1759; il y a réellement paſſé le 12 Mars. M. Clairaut méritoit qu'on lui épargnât les dégoûts inſéparables d'opérations numériques, néceſſairement très-multipliées; il trouva dans pluſieurs de

ſes amis, & ſurtout dans le zèle de M. de la Lan de des ſecours, qu'il ne craint point de publier da nsr Préface de ſon Ouvrage. Je fus aſſez heureux pou pouvoir auſſi lui être utile. Au reſte, je ſuis fort éloigné de révendiquer la moindre partie de ce travail, qui appartient en entier à M. Clairaut. Des calculs numériques, & quelques déterminations de Planètes, ne peuvent donner aucun droit à un Ouvrage de génie.

(468) J'ai vu des perſonnes, même éclairées, demander ſi l'on pourra jamais connoître les révolutions des Comètes. Quoique ce ſoit à la poſtérité, à décider irrévocablement cette queſtion, j'oſerois en appeller à la Comète de 1759. Eſt-il poſſible de douter que cet Aſtre ne tourne autour du Soleil en 77 ans? Et ſi l'on a pu déterminer ſa révolution, pourquoi ſeroit-il impoſſible de déterminer celle des autres Comètes? La Théorie eſt connue; c'eſt au tems à faire le reſte.

*Première Comète de 1760.*

(469) Cette Comète a été calculée par M. de la Caille. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 2ſ 19° 50′ 45″. | 4ſ 18° 24′ 35″. | 4° 51′ 32″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 96599. | 16 D. 1759 21h 13′ 0″. | rétrograde. |

Elle fut découverte à Paris le 8 Janvier au ſoir; elle paroiſſoit entre les pieds de devant de la Licorne, & l'épée d'Orion. On la voyoit à la vue ſimple; elle avoit une queue d'environ 4°; ſon noyau étoit d'une couleur vive & rougeâtre, environné d'une grande nébuloſité d'environ 15′; ſon aſcenſion droite étoit de 86° 12′ 27″, & ſa déclinaiſon de 9° 17′ 44″

auſtrale. Le 9 à 9h 43′ du ſoir, ſon aſcenſion droite étoit de 65° 33′ 27″, & ſa déclinaiſon de 2° 9′ 7″; de ſorte que dans l'intervalle du 8 au 9 Janvier, elle avoit parcouru 20° 39′ en aſcenſion droite, & 7° 8′ 37″ en déclinaiſon. Elle fut obſervée juſqu'au 30 Janvier, qu'elle ceſſa d'être viſible; elle avoit alors 28° 54′ 40″ d'aſcenſion droite, & 11° 25′ 14″ de déclinaiſon boréale. Depuis le 8 Janvier juſqu'au 30 du même mois, elle traverſa Orion, l'Eridan au-deſſous du Taureau, la tête de la Baleine & les pieds de devant du Bélier. Elle avoit été vue à Lisbonne, dès le 7 Janvier, par M. l'Abbé Chevalier, ſur la coupe du Vaiſſeau. Elle paſſa très-près de Sirius; elle avoit un mouvement encore plus rapide que celui obſervé à Paris le premier jour de ſon apparition; & il y a apparence qu'elle a dû être très-belle & très-rapide dans l'hémiſphère auſtral. Le premier avis que M. de la Caille eut de l'apparition de cette Comète, lui fut donné par M. Turgot, actuellement Contrôleur-Général des Finances, qui l'avoit découverte. Tout le Public connoît les grands talens & l'intégrité de ce Miniſtre; ſes amis ſeuls ſavent qu'il eſt très-profond dans les Sciences naturelles.

### *Seconde Comète de 1760.*

(470) Cette Comète a été calculée par M. de la Caille. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 4ſ 19° 39′ 24″. | 1ſ 23° 24′ 20″. | 78° 59′ 22″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 79851. | 27N.1759 2h 28′ 20″. | direct. |

Elle fut découverte par M. Meſſier, le 26 Janvier;

lorſque cet Aſtronome examinoit le lieu où il avoit obſervé la Comète de 1759, le 1 Mai de cette même année. Elle étoit placée entre la Coupe & l'Hidre, près de l'étoile ν de cette dernière Conſtellation. Vue à la lunette, elle paroiſſoit comme une Nébuleuſe; elle avoit alors 160° 56′ 41″ d'aſcenſion droite, & 14° 25′ 46″ de déclinaiſon auſtrale. La nuit du 5 au 6 Février, la Comète ſe voyoit à la vue ſimple; ſa lumière égaloit les étoiles de la quatrième grandeur; le noyau paroiſſoit conſidérable au téleſcope, ſans cependant être terminé. Elle fut obſervée juſqu'au 18 Mars, qu'elle avoit 124° 29′ 39″ d'aſcenſion droite, & 44° 19′ 16″ de déclinaiſon boréale. Depuis le 26 Janvier juſqu'au 18 Mars, elle parcourut la baſe de la Coupe, le Sextant, le Lion, paſſa près de Régulus, & ceſſa d'être viſible dans le Linx. Elle traverſa l'équateur entre le 30 & le 31 Janvier, & l'écliptique entre le 5 & le 6 Février.

*Comète de 1762.*

(471) Cette Comète a été calculée par MM. de la Lande, Klinkenberg, Struick & Maraldi. Voici ſes élémens ſuivant ces différens Aſtronomes.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 11ſ 19° 20′ 0″ | 3ſ 15° 15′ 0″ | 84° 45′ 0″ |
| 11 18 35 23. | 3 13 42 38. | 85 40 10. |
| 11 19 2 22. | 3 14 29 46. | 85 3 2. |
| 11 18 55 31. | 3 15 22 23. | 85 22 21. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 101240. | 28 Mai 15h 27′ 0″ | direct. |
| 100686. | 28 Mai 2 2 0. | direct. |
| 100986. | 28 Mai 7 0 49. | direct. |
| 101415. | 29 Mai 0 27 48. | direct. |

Elle

Elle fut découverte en Hollande, par M. Klinkenberg, le 17 Mai; elle étoit alors dans 8° 15′ des Gémeaux, avec une latitude boréale de 44° 16′. Elle fut obſervée en France depuis le 28 Mai juſqu'au 5 Juillet qu'elle diſparut dans 17° 24′ 34″ du Lion, avec une latitude boréale de 11° 17′ 44″. On la voyoit très-diſtinctement à la vue ſimple; ſon noyau étoit fort brillant quoique mal terminé. Depuis le 17 Mai juſqu'au 5 Juillet, elle parcourut la croupe de la Giraffe, la tête, le deſſus du dos, la troupe & la queue du Linx, & la tête du Lion.

*Comète de 1763.*

(472) Cette Comète, une de celles qui peuvent approcher le plus près de la Terre (§. 33, 34, 35, 79 & 179), a été calculée par M. Pingré. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| ♋ 26° 29′ 29″. | ♌ 25° 0′ 48″. | 73° 39′ 29″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 49842. | 1 Nov. 21h. 6′ 29″. | direct. |

Elle fut découverte à Paris par M. Meſſier, le 28 Septembre au ſoir, entre ε & δ d'Ophiucus; il crut d'abord que c'étoit une Nébuleuſe; ſon aſcenſion droite fut eſtimée de 243° 40′, & ſa déclinaiſon de 4° 42′ auſtrale. Le lendemain M. Meſſier s'aſſura que c'étoit une Comète; il continua de l'obſerver autant que le Ciel put le permettre. Le 24 Octobre le noyau paroiſſoit brillant, d'une couleur blanchâtre & aſſez bien terminé; il meſura ſon diamètre d'environ 11″, & l'étendue de la chevelure d'environ 6′. Elle fut obſervée

juſqu'au 25 Novembre ; ſon aſcenſion droite étoit alors de 215° 26′ 30″, & ſa déclinaiſon, de 2° 9′ 37″ auſtrale. Le mouvement apparent de cette Comète s'eſt fait contre l'ordre des ſignes. Depuis la découverte qu'en fit M. Meſſier le 28 Septembre, juſqu'à ſa diſparition le 25 Novembre, elle parcourut la conſtellation du Serpent, le pied du Bouvier, & ceſſa d'être viſible près du pied droit de la Vierge. Elle traverſa deux fois l'équateur ; la première fois la nuit du 29 au 30 Septembre ; & la ſeconde fois, dans l'intervalle du 18 au 25 Novembre. La route apparente de cette Comète eſt remarquable par ſa courbure. Le 28 Septembre la Comète étoit à 5° au midi de l'équateur ; elle s'éleva en trois ſemaines juſqu'à 17° 30′ de déclinaiſon boréale ; & le 18 Novembre elle étoit revenue à 2° au-deſſous de l'équateur. Dans cet intervalle, ſon mouvement en aſcenſion droite n'avoit été que de 28 degrés.

*Comète de 1764.*

(473) Cette Comète, une de celles qui peuvent approcher le plus près de l'orbite de la Terre (§. 36 & 37), a été calculée par M. Pingré. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| ☊ 19° 20′ 6″. | ☌ 16° 11′ 48″. | 53° 54′ 19″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 56418. | 12 Févr. 10h 29′ 0″. | rétrograde. |

Elle fut découverte par M. Meſſier, le 3 Janvier au ſoir, près de l'étoile θ du Dragon ; elle étoit alors dans 11° 37′ 16″ de la Balance, avec une latitude boréale de 72° 53′ 48″. On la voyoit diſtinctement à la vue ſimple ; elle égaloit en clarté les étoiles de la troiſième grandeur ; ſa queue étoit d'environ 2 degrés. Elle fut

obſervée juſqu'au 11 Février, qu'elle diſparut dans 4° 58′ 48″ des Poiſſons, avec une latitude boréale de 19° 35′ 38″. Elle parcourut pendant cet intervalle, la tête du Dragon, le Cigne, le pied auſtral de Pégaſe, & diſparut vers la tête de Pégaſe.

*Première Comète de 1766.*

(474) Cette Comète a été calculée par M. Pingré. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 8ſ 4° 10′ 50″. | 4ſ 23° 15′ 25″. | 49° 50′ 20″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 50533. | 17 Février 8h 50′ 0″. | rétrograde. |

Elle fut apperçue par M. Meſſier le 8 Mars au ſoir. Cet Aſtronome étoit alors occupé à chercher le Satellite de Vénus, qu'on prétendoit avoir été vu à Limoges. Il ne vit point le Satellite ; mais au lieu de cet Aſtre, il apperçut une nouvelle Comète, qui paroiſſoit à peu de diſtance de Vénus, & qu'il compara à l'étoile ν du lien des Poiſſons ; elle avoit 0ſ 21° 59′ 27″ de longitude, & 6° 54′ 14″ de latitude boréale. Elle fut obſervée juſqu'au 15 Mars, ſoit par M. Meſſier, ſoit par MM. Chappe & Caſſini. Lorſqu'elle diſparut, ſa longitude étoit de 0ſ 26° 50′ 44″, & ſa latitude de 2° 4′ 44″ boréale. Son mouvement apparent ſe fit ſuivant l'ordre des ſignes ; elle paſſa le 10 Mars très-près de l'étoile ν du lien des Poiſſons, & ceſſa d'être viſible près du Bélier. Elle parcourut la partie du Ciel qui eſt entre la queue du plus oriental des Poiſſons, & la conſtellation du Bélier.

*Seconde Comète de 1766.*

(475) Cette Comète a été calculée par M. Pingré. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 1ſ 17° 5′ 0″. | 6ſ 25° 15′ 0″. | 8° 20′ 0″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 63860. | 16 Avril 17h 30′ 0″. | direct. |

Elle fut découverte par MM. Meſſier & Caſſini, le 8 Avril au ſoir. Son aſcenſion droite étoit alors de 39° 29′ 56″, & ſa déclinaiſon de 25° 12′ 16″ boréale. Elle paroiſſoit à la vue ſimple, quoique près de l'horizon ; elle étoit à peu de diſtance des Pleyades, au-deſſus de la Mouche. Sa queue étoit d'environ 5 degrés, & d'une lumière ſenſible. Son noyau égaloit en éclat, les étoiles de la troiſième grandeur. Elle ne fut obſervée que pendant 5 jours, parce qu'elle ſe plongea dans les rayons du Soleil ; le 12 Avril, ſon aſcenſion droite étoit de 35° 28′ 46″, & ſa déclinaiſon de 21° 39′ 1″ boréale. Son mouvement apparent ſe fit contre l'ordre des ſignes, & elle ceſſa de paroître près de la tête du Bélier. Elle fut auſſi obſervée par le P. Helfenzriede à Dillingen ; & par M. de la Nux, dans l'isle de Bourbon. On eſpéra qu'on pourroit revoir cette Comète le matin, lorſqu'elle ſe dégageroit des rayons du Soleil ; mais il ne paroît pas que perſonne l'ait revue, du moins en Europe ; j'ai cependant entendu dire qu'elle avoit été obſervée depuis aux isles Malouines.

*Comète de 1769.*

(476) Cette Comète, une des plus belles que l'on ait vue depuis long-tems, a été calculée par MM. de

la Lande, Wargentin, Wallot, Caſſini, Widder & Proſperin. Voici ſes élémens ſuivant ces Aſtronomes.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 5ſ 25° 0′ 43″ | 4ſ 24° 5′ 54″ | 40° 37′ 33″ |
| 5 25 6 32 | 4 24 11 7 | 40 48 49 |
| 5 25 2 25 | 4 24 14 32 | 40 42 38 |
| 5 25 3 18 | 4 24 11 8 | 40 46 32 |
| 5 25 13 40 | 4 24 22 0 | 40 42 30 |
| 5 25 6 32 | 4 24 11 7 | 40 48 49 |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 12376. | 7 Octobre 12h 30′ 0″ | direct. |
| 12272. | 7 Octobre 1 58 40 | direct. |
| 12298. | 7 Octobre 12 26 17 | direct. |
| 12258. | 7 Octobre 13 13 8 | direct. |
| 12280. | 7 Octobre 17 46 0 | direct. |
| 12272. | 7 Octobre 15 1 31 | direct. |

Elle fut découverte par M. Meſſier, le 8 Août vers onze heures du ſoir ; elle étoit alors dans 5° 32′ 0″ du Taureau, avec une latitude auſtrale de 1° 29′ 0″. Elle paroiſſoit extrêmement foible, avec une légere nébuloſité de quelques minutes d'étendue. Cette Comète, dans la ſuite, devint conſidérable. Le 10 Septembre elle avoit une queue de 60 degrés, obſcurcie dans le milieu, par l'ombre du noyau, juſqu'à la diſtance de 7 ou 8 degrés. Le 31 Août & le 3 Septembre, M. Meſſier obſerva deux jets de lumière, de 3 degrés d'étendue, qui partoient du noyau, l'un au-deſſus, & l'autre au-deſſous de la queue. La nuit du 5 au 6 Septembre, le noyau de la Comète fut

eſtimé d'environ 4′ ; il étoit mal terminé, & environné d'une atmoſphère, qui s'étendoit à un degré environ. Cette Comète fut obſervée le matin, depuis le 8 Août juſqu'au 15 Septembre, qu'elle ſe plongea dans les rayons du Soleil ; elle avoit alors 4ſ 20° 39′ 17″ de longitude, & 22° 43′ 34″ de latitude auſtrale. Elle parcourut pendant cette première apparition, le Bélier, le Taureau, Orion, la Licorne, & ceſſa d'être obſervée dans l'Hidre, près de l'étoile α.

(477) Les premiers calculs que l'on avoit fait ſur cette Comète, avoient appris qu'elle devoit reparoître le ſoir, lorſqu'elle ſe dégageroit des rayons du Soleil. Elle fut encore découverte par M. Meſſier, le 24 Octobre ; elle avoit alors 7ſ 20° 21′ 35″ de longitude, & 17° 19′ 0″ de latitude boréale ; on la voyoit à la vue ſimple, mais ſa queue n'étoit plus que d'environ 2 degrés. Elle augmenta en lumière juſqu'au 3 Novembre ; elle diminua enſuite juſqu'au 1 Décembre, qu'elle ceſſa de paroître, dans 9ſ 5° 59′ 58″, avec une latitude boréale de 23° 28′ 38″. Elle parcourut pendant cette ſeconde apparition, les conſtellations du Serpent, d'Ophiucus, & ceſſa d'être viſible dans la queue du Serpent, très-près de l'équateur.

(478) Cette Comète, obſervée par un très-grand nombre d'Aſtronomes, donna lieu à différens Ouvrages. M. Caſſini fils publia à cette occaſion, un Mémoire, où il fit voir combien les élémens des Comètes, déterminés d'après des apparitions de peu de durée, ſont incertains. D'un autre côté, M. Lexell établit, d'après M. Euler, que lorſqu'une Comète paroît pendant un intervalle de tems aſſez conſidérable, pour pouvoir rectifier les obſervations, en les comparant entre elles ; il eſt poſſible de calculer ſon mouvement dans l'ellipſe, avec aſſez d'exactitude pour déterminer la révolution de la Comète. Il croit en conſéquence que la révolution de la Comète de 1769 eſt d'un peu

plus de 400 ans; mais il ne diſſimule point qu'il eſt impoſſible de reſſerrer ces déterminations, dans des limites bien étroites.

(479) Lorſque cette Comète parut, on inféra dans quelques Papiers publics, que M. Dunn, Aſtronome Anglois, avoit annoncé que cette Comète rencontreroit Vénus. M. de la Lande voulut vérifier ſi cette annonce étoit fondée. Ses calculs lui apprirent que l'annonce, faite probablement ſans l'aveu de celui que l'on en diſoit l'Auteur, étoit précipitée; & il ne vit aucun fondement à la menace d'une révolution dans le ſyſtême planétaire.

*Comète de 1770.*

(480) Cette Comète, celle de toutes les Comètes connues qui ait approché le plus près de la Terre, & dont nous avons déjà parlé (§. 46, 47, 48, 49, 50, 80, 180 & 194), a été calculée par M. Pingré. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 4ſ 19° 39′ 5″. | 11ſ 25° 27′ 16″. | 1° 44′ 30″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 63688. | 9 Aout oh 16′ 54″. | direct. |

Elle fut découverte par M. Meſſier, le 14 Juin au ſoir, entre la tête & l'arc du Sagittaire; elle paroiſſoit comme une Nébuleuſe. Le 15 Juin M. Meſſier obſerva ſon aſcenſion droite de 272° 57′ 52″, & ſa déclinaiſon de 16° 29′ 5″ auſtrale. Son mouvement n'eut d'abord rien de remarquable, mais il s'accéléra enſuite, & devint d'une rapidité étonnante. Dans l'intervalle du 30 Juin au 1 Juillet, la Comète parcourut 41° 20′ en aſcenſion droite, & 39° 30′ en déclinaiſon. Depuis le 14 Juin juſqu'au 3 Juillet, elle traverſa l'Ecu de

Sobieski, la queue du Serpent, la Voye lactée, la Lyre, un des nœuds du Dragon, Céphée, le Reene & la Giraffe. Elle ceſſa de paroître le 12 Juillet, entre le Cocher & le Lynx, s'étant alors plongée dans les rayons du Soleil; elle paſſa près du pôle de l'écliptique & du pôle de l'équateur. Cette Comète, d'abord très-petite, parut enſuite conſidérable à la vue ſimple, ce que l'on doit attribuer à ſa grande proximité de la Terre; le diamètre de ſa nébuloſité fut eſtimé par M. Meſſier, d'environ 2° 23′; le noyau étoit brillant, d'une lumière blanchâtre, ſans être terminé.

(481) Cette première apparition de la Comète avoit donné lieu à M. Pingré de calculer ſes éphémérides, pour tout le tems où elle ſeroit viſible; il s'étoit aſſuré qu'on pourroit encore la voir le matin, lorſqu'elle ſe dégageroit des rayons du Soleil. En conſéquence M. Meſſier la chercha dès le 19 Juillet; mais il ne put la découvrir que le 3 Août. On la diſtinguoit à la vue ſimple; le noyau étoit brillant ſans être terminé; ſon diamètre paroiſſoit de 45″, & la nébuloſité qui l'environnoit, de 15′. Elle étoit au-deſſous de l'écliptique, entre les étoiles ε & ν des Gémeaux, dans la jambe gauche de Pollux, avec une aſcenſion droite de 96° 32′ 25″, & une déclinaiſon boréale de 22° 29′ 31″. Elle fut obſervée juſqu'au 3 Octobre; elle avoit alors 132° 49′ 27″ d'aſcenſion droite, & 16° 26′ 53″ de déclinaiſon boréale. Son mouvement, lors de cette ſeconde apparition, ſe fit ſuivant l'ordre des ſignes, & preſque parallèlement à l'écliptique; elle traverſa les étoiles des Gémeaux & de l'Ecréviſſe. C'eſt de toutes les Comètes connues, celle dont l'orbite eſt la moins inclinée ſur l'écliptique.

(482) Les Aſtronomes qui ont calculé l'orbite de cette Comète, ont eu beaucoup de peine à faire cadrer les deux branches qu'elle a parcourues, avant & après ſa plus grande proximité de la Terre. Quelques-uns

ont penſé que cela pouvoit venir d'un petit dérangement dans les élémens, occaſionné par cette proximité. Je crois avoir fait voir (§. 194) que cette opinion n'eſt pas fondée. Je penſerois donc que la difficulté dont je viens de parler, tiendroit plutôt à une parallaxe dans les lieux obſervés, dont il auroit fallu tenir compte.

*Première Comète de* 1771.

(483) Cette Comète, que l'on pourroit auſſi appeller ſeconde Comète de 1770, puiſque ſon paſſage par le périhélie a eu lieu en 1770, a été calculée par M. Pingré. Voici ſes élémens,

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 3ſ 18° 42′ 10″. | 6ſ 28° 22′ 44″. | 31° 25′ 55″. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 52824. | 22 N. 1770 22h 5′ 48″. | rétrograde. |

Elle fut découverte le 10 Janvier par M. Meſſier, entre la tête de l'Hidre & le petit Chien. On la voyoit à la vue ſimple ; le diamètre de ſon noyau étoit de 48″ de degré, & la nébuloſité qui l'environnoit, de 18 minutes. Son aſcenſion droite étoit alors d'environ 122° 28′ 36″, & ſa déclinaiſon boréale de 5° 4′ 46″. Elle fut obſervée juſqu'au 20 Janvier, jour auquel elle diſparut, avec 72° 47′ 32″ d'aſcenſion droite, & 25° 57′ 4″ de déclinaiſon boréale. Elle parcourut la partie du Ciel qui s'étend depuis la tête de l'Hidre, juſqu'à la tête du Taureau, en paſſant par les pieds des Gémeaux & la maſſue d'Orion. Elle avoit été vue en Angleterre le 9 Janvier.

*Seconde Comète de 1771.*

(484) Cette Comète a été calculée par MM. Pingré & Proſperin. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 0ſ 27° 51′ 0″ | 3ſ 13° 28′ 13″ | 11° 15′ 29″ |
| 0 27 49 37. | 3 13 48 21. | 11 16 44. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 90576. | 18 Avril 22h 14′ 27″. | direct. |
| 90188. | 19 Avril 0 39 34. | direct. |

Elle fut découverte à Paris par M. Meſſier, le 1 Avril, au-deſſous & à la droite des Pleyades, entre les étoiles ν & ε de la conſtellation du Bélier. Le noyau de la Comète étoit très-brillant, d'une lumière vive & blanchâtre, qui égaloit celle de l'étoile ε du Bélier. Elle étoit environnée d'une nébuloſité, avec une queue apparente de 2° 30′ de longueur, dirigée vers les Pleyades. Elle avoit ce jour-là ſur les 8 heures du ſoir, 38° 46′ 25″ d'aſcenſion droite, & 20° 16′ 40″ de déclinaiſon boréale. Elle fut obſervée par M. Meſſier juſqu'au 19 Juin, qu'elle ceſſa de paroître à cauſe du crépuſcule. Son aſcenſion droite étoit alors de 145° 27′ 37″, & ſa déclinaiſon de 18° 46′ 10″ boréale. Son mouvement apparent ſe fit ſuivant l'ordre des ſignes, & fut ſenſiblement parallèle à l'écliptique. Elle traverſa les conſtellations du Bélier, du Taureau, les pieds du Cocher, les Gémeaux, l'Ecréviſſe, & ceſſa de paroître dans le Lion, près de l'étoile ν, au-deſſus de Régulus. Elle fut obſervée à Rouen, par MM. Bouin & Dulague, depuis le 12 Avril juſqu'au 24 Mai; à Stockholm, par M. Wargentin, depuis le 18 Avril juſqu'au 16 Mai; à Marſeille, par M. de Saint Jacques, depuis le 22 Avril juſqu'au 17 Juillet.

*Comète de* 1772.

(485) Cette Comète a été calculée par M. de la Lande. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 8ſ 12° 34′ 5″. | 3ſ 18° 6′ 22″. | 18° 59′ 40″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 101814. | 18 Févr. 20h 50′ 35″. | direct. |

Elle fut découverte à Limoges par M. Montaigne, le 8 Mars vers 7 heures du ſoir ; elle paroiſſoit près de l'étoile $\mu$ de l'Eridan. M. Meſſier l'obſerva le 26 Mars au ſoir, après l'avoir cherché pendant pluſieurs jours, ſans pouvoir la découvrir. Elle paroiſſoit entre le baudrier d'Orion & Syrius ; elle étoit d'une lumière très-foible, ſans apparence de noyau ni de queue. Ce n'étoit qu'un ſimple petit nuage, que les meilleurs inſtrumens pouvoient à peine faire appercevoir. Elle fut vue pour la dernière fois le 3 Avril.

*Comète de* 1773.

(486) Cette Comète a été calculée par M. Pingré. Voici ſes élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 4ſ 1° 15′ 37″. | 2ſ 15° 35′ 43″. | 61° 25′ 21″. |
| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
| 113390. | 5 Sept. 11h 18′ 45″. | direct. |

Elle fut découverte par M. Meſſier, le 13 Octobre

1773, vers 5 heures du matin, dans le tems que cet Aſtronome obſervoit la diſparition de l'anneau de Saturne, arrivée ce même jour. Après avoir examiné Saturne, il parcourut le Ciel aux environs de cette Planète, avec une lunette de deux pieds. Il découvrit à peu de diſtance de Saturne, entre cette Planète & Régulus, dans une des pattes du Lion, une Comète qui commençoit à paroître; elle étoit très-foible, & ne pouvoit encore être apperçue à la vue ſimple. Le noyau peu apparent, & d'une lumière blanchâtre, étoit environné d'une légere nébuloſité. Son aſcenſion droite étoit alors de 153° 40′ 44″, & ſa déclinaiſon boréale de 6° 37′ 59″. Cette Comète, pendant toute ſon apparition, parut toujours extrêmement petite. A peine put-on la voir à la vue ſimple. Elle fut obſervée juſqu'au 14 Avril 1774; elle avoit ce jour-là 184° 2′ 27″ d'aſcenſion droite, & 68° 40′ 4″ de déclinaiſon boréale. On ne la voyoit plus que ſous la forme d'un petit nuage de couleur blanchâtre.

(487) Le mouvement apparent de cette Comète, s'eſt fait ſuivant l'ordre des ſignes, depuis le 13 Octobre juſqu'au 11 Février, jour auquel la Comète commença à rétrograder. Elle traverſa l'écliptique le 20 Octobre; & au mois d'Avril elle n'étoit plus qu'à 20° du pôle boréal de l'équateur. Pendant la durée de ſon apparition, elle parcourut le Lion, la chevelure de Bérénice, les Lévriers, la queue de la grande Ourſe, paſſa très-près de l'étoile ν de cette conſtellation, & ceſſa d'être viſible à l'extrêmité de la queue du Dragon.

*Comète de 1774.*

(488) Cette Comète fut découverte à Limoges le 11 Août, par M. Montaigne. Il l'apperçut ſur le dos du Reene, entre l'étoile polaire & la conſtellation de Caſſiopée. L'Académie en eut connoiſſance le 17 du même mois; M. Meſſier ſe mit à la chercher le même

ſoir, avec des lunettes ordinaires, ſans pouvoir la découvrir. Il abandonna ces inſtrumens, & employa à cette recherche, une excellente lunette achromarique de trois pieds & demi de foyer; il la découvrit le 18 ſur les 10 heures du ſoir. Elle paroiſſoit dans le même endroit du Ciel où M. Montaigne avoit commencé à la voir. Sa lumière étoit extrêmement foible; ſon noyau environné d'une légère nébuloſité, avoit 5 ou 6 minutes de diamètre. Depuis cette époque M. Meſſier n'a point ceſſé de l'obſerver, juſqu'au moment où cet article s'imprime. Voici le réſultat de ſes obſervations.

| *Tems moyen.* | *Latitude de la Comète.* | *Longitude de la Comète.* |
|---|---|---|
| 19 Août.... 9h 21'... | 60° 30' 0"... | 61° 45' 0" |
| 23.....10 1... | 60 32 0... | 56 49 36 |
| 27..... 8 54... | 60 16 18... | 50 58 7 |
| 4 Septemb. 8 8... | 58 6 44... | 36 6 15 |
| 9..... 8 13... | 55 3 42... | 24 56 13 |
| 11.....10 58... | 53 6 20... | 20 3 2 |
| 17..... 7 44... | 45 44 4... | 7 13 17 |
| 20..... 8 8... | 40 41 40... | 1 11 8 |
| 23..... 7 54... | 35 9 50... | 355 53 33 |
| 25..... 7 7... | 31 19 14... | 352 47 38 |
| 30..... 7 13... | 21 20 22... | 346 9 38 |
| 1 Octobre.. 7 22... | 19 24 6... | 345 1 55 |
| 9..... 7 3... | 5 37 4... | 338 6 42 |
| 11..... 8 46... | 2 38 20... | 336 47 7 |
| 12..... 9 0... | 1 18 50... | 336 13 52 |

M. Meſſier croit que les obſervations des 9 & 25 Septembre, & 9 Octobre, ſont les plus exactes;

la Comète ayant été comparée ces jours-là, à des étoiles bien connues.

On voit par-là que le mouvement apparent de cette Comète ſe fait contre l'ordre des ſignes ; que depuis le commencement de ſon apparition, elle a parcouru le Reene, le bras de Céphée, la chaîne d'Andromède, Pégaſe, & l'eau du Verſeau. Si l'on interpolle les dernières obſervations, on verra que la Comète a été ſans latitude, le 13 Octobre à $9^h$ 1′ tems moyen à Paris, avec une longitude de 335° 40′ 54″.

(489) On a déjà conclu de ces obſervations, trois ſyſtêmes d'élémens ; le premier, en combinant les obſervations des 19 Août, 4 & 20 Septembre ; le ſecond, en combinant celles des 23 Août, 11 Septembre & 1 Octobre ; & le dernier enfin, en prenant un milieu entre les deux premiers ſyſtêmes. Voici ces élémens.

| *Longitude du nœud aſcendant.* | *Longitude du périhélie.* | *Inclinaiſon de l'orbite.* |
|---|---|---|
| 6ſ 0° 57′ 26″. | 10ſ 16° 27′ 57″. | 82° 47′ 40″. |
| 6 0 50 13. | 10 16 48 24. | 82 48 38. |
| 6 0 54 0. | 10 16 38 0. | 82 48 0. |

| *Diſtance périhélie.* | *Paſſage au périhélie ; tems moyen à Paris.* | *Sens du mouvement.* |
|---|---|---|
| 142530. | 14 Août $4^h$ 20′ 0″ | direct. |
| 142530. | 14 Août 17 56 0. | direct. |
| 142530. | 14 Août 12 0 0. | direct. |

Avec les derniers élémens, on a déterminé les différences ſuivantes entre les lieux calculés & les lieux obſervés.

| *Tems moyen.* | *Différences en longitude.* | *Différences en latitude.* |
|---|---|---|
| 19 Août... | 9h 21′.... + 1′ 9″.... | + 4′ 26″ |
| 23..... | 10 1.... + 5 2.... | — 0 41 |
| 4 Sept.... | 8 8.... — 3 52.... | + 3 41 |
| 11..... | 10 58.... — 1 50.... | + 2 5 |
| 20..... | 8 8.... — 10 5.... | — 3 40 |
| 1 Octob... | 7 22.... + 10 25.... | + 7 9 |

Si, comme M. Meſſier le ſoupçonne, il y avoit moins d'exactitude dans ſon obſervation du 20 Septembre que dans les autres, peut-être faudroit-il s'en tenir au ſecond ſyſtême d'élémens, qui rejetteroit toute l'erreur ſur cette obſervation. Au reſte on ne pourra compter ſur des élémens abſolument exacts, que lorſque les poſitions des étoiles auxquelles la Comète a été comparée, auront été vérifiées, & qu'on emploiera des obſervations faites après le paſſage par le nœud.

(490) Dans les Notices précédentes, & en général dans tout cet Ouvrage, j'ai toujours entendu par la longitude du périhélie, la longitude comptée dans l'orbite de la Comète. J'aurois dû, peut-être, l'appeller le lieu du périhélie; mais cela revient abſolument au même, pourvu que les termes ſoient bien définis.

*Récapitulation des Notices précédentes.*

(491) Si l'on ne compte que pour une ſeule & même Comète, celles des années 1456, 1531, 1607, 1682 & 1759, ainſi que cela eſt démontré; que l'on ne compte pareillement que pour une ſeule Comète, celles de 1264 & 1556, & celles de 1532 & 1661, ainſi que cela eſt très-probable; on connoît en tout ſoixante-trois Comètes, dont on ait déterminé les orbites, en y comprenant même la Comète de 1774 que

l'on obſerve encore. De ces ſoixante-trois Comètes, trente-cinq ſont directes, & vingt-huit ſont rétrogrades. Ainſi le rapport des Comètes directes aux Comètes rétrogrades, égale $\frac{5}{4}$. Si l'on ſuppoſe que les Comètes aient été lancées au hazard dans l'eſpace, ce rapport doit peu s'éloigner de l'unité; ce qui s'accorde aſſez bien avec l'obſervation.

(492) Des ſoixante-trois Comètes calculées, neuf ont leurs orbites inclinées depuis 0° juſqu'à 10°; ſept depuis 10° juſqu'à 20°; trois depuis 20° juſqu'à 30°; huit depuis 30° juſqu'à 40°; cinq depuis 40° juſqu'à 50°; cinq depuis 50° juſqu'à 60°; dix depuis 60° juſqu'à 70°; neuf depuis 70° juſqu'à 80°; ſept enfin depuis 80° juſqu'à 90°. Dix ſeulement ont leurs diſtances périhélies plus grandes que la moyenne diſtance de la Terre au Soleil; cinquante-trois ont leurs diſtances périhélies plus petites. Si l'on ajoute l'inclinaiſon de toutes les Comètes, & que l'on diviſe cette ſomme, par le nombre des Comètes obſervées, on aura pour inclinaiſon moyenne, 46° 16′. En ſuppoſant que les Comètes ayent été lancées au hazard dans l'eſpace, cet angle doit peu différer de 45°, ce qui s'accorde très-bien avec l'obſervation.

(493) Il paroit donc que dans notre ſyſtême planétaire, il n'exiſte point de cauſe générale qui faſſe mouvoir les corps céleſtes dans un ſens plutôt que dans un autre, ni dans un plan déterminé. Si donc l'on obſerve que les Planètes & leurs Satellites ſe meuvent dans le même ſens, & à très-peu près dans le même plan, ce phénomène ſingulier tient à des cauſes particulières qui nous ſont inconnues, mais qui ſont indépendantes du ſyſtême général de l'Univers.

(494) En comparant les orbites des différentes Comètes, on voit qu'elles ſe confondent ſenſiblement avec des paraboles, dans les points de leurs trajectoires que l'on peut obſerver; ce qui prouve que leurs orbites

ſont

ſont ou des ellipſes très-allongées, ou des hyperboles très-approchantes de la parabole, ou même des paraboles. Ce phénomène paroît très-ſingulier, lorſqu'on le ſoumet au calcul des probabilités; car il y a une infinité de dégrés de vîteſſes qui donnent des hyperboles ſenſibles aux obſervations, contre un nombre fini qui donne des orbites approchantes de la parabole. Pour rendre raiſon de ce phénomène, ne peut-on pas dire que, ſi primitivement il y a eu des Comètes qui ayent décrit autour de notre Soleil, des hyperboles ſenſibles, elles ont dû par cela même, totalement diſparoître de notre ſyſtême planétaire, pour ſe fixer autour des Soleils, qui par les circonſtances particulières du mouvement, & leur force attractive plus grande, les auront forcées de circuler autour d'eux dans l'ellipſe ? Par ce qui a été démontré précédamment, ces ellipſes doivent être fort allongées, relativement aux Comètes qui approchent du Soleil, & conſéquemment ſe confondre ſenſiblement avec des paraboles, vers le périhélie.

(495) Voilà à-peu-près ce que l'on ſait ſur les Comètes, à l'inſtant où cet Ouvrage s'imprime. Ceux qui voudront avoir de plus grands détails ſur leurs apparitions, pourront conſulter les Ouvrages de Tycho, Hévélius, Riccioli, Whiſton, Halley, M. le Monnier, M. de la Lande, les différens Mémoires des Académies, & la Cométographie de M. Struick. Il ſeroit à déſirer que ce dernier Ouvrage fût traduit dans une Langue plus généralement répandue, que celle dans laquelle il a été compoſé. On peut auſſi conſulter l'Ouvrage de Lubiénitz; quoique cet Auteur n'ait eu d'autre but que de prouver qu'il n'y avoit point eu de grands déſaſtres ſans Comètes, & de Comètes ſans grands déſaſtres. Il a conſervé la Notice des Comètes, de la même manière, à-peu-près, que l'Aſtrologie judiciaire a tranſmis les principes de la véritable Aſtronomie.

(496) Je finis en formant les vœux les plus ſincères ; pour que les occupations de M. Pingré lui permettent de publier au plutôt le Traité, dans lequel ce ſavant Aſtronome nous donnera l'Hiſtoire & les Obſervations des Comètes, dans le plus grand détail. Cet Ouvrage ne peut manquer d'être excellent ; on peut juger de la manière dont il eſt exécuté, par la théorie particulière de la Comète de 1264, qui en fait partie, & que M. Pingré a inſérée dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris, de l'année 1760.

*Méthode relative à celles des* §. 373, 374 & 375.

(497) Nous avons dit (§. 373) qu'une des méthodes en uſage parmi les Aſtronomes, pour déterminer les élémens d'une Comète, conſiſtoit à ſuppoſer connues deux des dix variables du Problême, au moyen deſquelles on pouvoit toujours avoir un ſyſtême d'élémens hypothétiques, qui ſatisfait à huit des dix équations qui doivent être nulles à la fois ; qu'il falloit enſuite porter ces élémens dans les deux équations dont on n'a point fait uſage, & que ſi ces équations, que l'on peut appeller *équations de condition*, ſont encore ſatisfaites, l'hypothèſe eſt vraie ; que ſi au contraire ces équations ne ſont point ſatisfaites, il falloit eſſayer une nouvelle hypothèſe, juſqu'à ce que l'on rencontre à la fin celle qui ſatisfait à toutes les équations. Voici une méthode connue, qui peut faciliter la recherche de cette hypothèſe, lorſqu'on approche d'avoir les véritables valeurs. Soit

A la valeur d'un des deux élémens ſuppoſés connus ;

B la valeur de l'autre élément ;

$\varphi$ la quantité à laquelle eſt égale l'une des deux équations de condition, dans l'hypothèſe précédente ;

$\Omega$ la quantité à laquelle eſt égale l'autre équation de condition, dans la même hypothèſe.

Suppoſons maintenant que A varie de la quantité $a$, le ſecond élément reſtant le même que ci-deſſus ; que par conſéquenr l'on air $A + a$ pour valeur du premier élément, & B pour valeur du ſecond élément ; que de plus dans la même hypothèſe, la première équation de condition ſoit égale à $\varphi + m$ ; que la ſeconde équation ſoit égale à $\Omega + n$. Suppoſons enſuite que le premier élément ne variant point, B varie de la quantité $b$ ; que par conſéquent l'on ait A pour valeur du premier élément, & $B + b$ pour valeur du ſecond ; que de plus dans la même hypothèſe, la première équation de condition ſoit égale à $\rho + m'$, & la ſeconde à $\Omega + n'$.

Soit enfin

$A + dA$ la véritable valeur du premier élément ;
$B + dB$ la véritable valeur du ſecond élément.

Puiſque la variation $a$ du premier élément a fait varier la première équation de condition de la quantité $m$, & la ſeconde équation de la quantité $n$ ; il eſt clair que la variation $dA$ du premier élément, fera varier la première équation de la quantité $\frac{m\,dA}{a}$, & la ſeconde équation, de la quantité $\frac{n\,dA}{a}$. Par la même raiſon, puiſque la variation $b$ du ſecond élément a fait varier la première équation de condition de la quantité $m'$, & la ſeconde équation de la quantité $n'$, la variation $dB$ du ſecond élément, fera varier la première équation de condition, de la quantité $\frac{m'\,dB}{b}$, & la ſeconde équation de la quantité $\frac{n'\,dB}{b}$. Maintenant puiſque les deux équations de condition doivent être nulles, il faut que la ſomme des deux variations rela-

tives à chacune de ces deux équations, ſoit reſpectivement égale à $-\varphi$ & à $-\Omega$; on doit donc avoir

$$\frac{m\,dA}{a}+\frac{m'\,dB}{b}+\varphi=0;\quad \frac{n\,dA}{a}+\frac{n'\,dB}{b}+\Omega=0;$$

d'où l'on tire,

$$dA=\frac{a\,(m'\Omega-n'\varphi)}{mn'-m'n};\quad dB=\frac{b\,(n\varphi-m\Omega)}{mn'-m'n}.$$

*Uſage des formules du §. 375, pour déterminer d'après la ſeule première obſervation, les mouvemens apparens d'une Comète dont on connoît déjà les élémens.*

(498) Les équations du §. 375 fourniſſent un moyen bien facile pour déterminer, par la ſeule première obſervation, les mouvemens d'une Comète dont on a déterminé les élémens, d'après ſes apparitions précédentes. En effet, par la ſuppoſition, l'on connoît tous les élémens de la Comète, & par conſéquent la diſtance périhélie, la longitude du périhélie dans l'orbite, la longitude du nœud aſcendant, l'inclinaiſon de l'orbite, le ſens du mouvement; on connoît de plus l'angle du rayon vecteur de la Terre avec la ligne des nœuds, à l'inſtant de l'obſervation. On déterminera donc, au moyen de la première équation du §. 375, l'angle du rayon vecteur de la Comète avec la ligne des nœuds à l'inſtant de l'obſervation. On pourra donc conclure ſon anomalie, & par conſéquent l'inſtant où elle doit paſſer par le périhélie.

*Uſage des équations des §. 385, & ſuivans, pour déterminer les dimenſions de la parabole de projection ſur l'écliptique.*

(499) Je terminerai cet ouvrage, en faiſant voir comment on peut conclure des équations des §. 385 & ſuivans, les dimenſions de la parabole de projection ſur l'écliptique. Soit

R le rayon vecteur de la parabole décrite par la Comète ;

R′ le rayon vecteur correſpondant, dans la parabole projettée ;

$u$ l'angle traverſé depuis le paſſage par la ligne des nœuds, dans la parabole ;

$v$ l'angle traverſé correſpondant, dans la parabole projettée ;

I l'inclinaiſon du plan de l'orbite de la Comète, ſur l'écliptique ;

D la diſtance périhélie de la Comète ;

$\beta$ la différence en longitude du nœud aſcendant & du périhélie, dans l'orbite de la Comète ;

r le ſinus total.

Nous avons vu que l'équation à la trajectoire de la Comète, conſidérée comme parabole, eſt

$$R r^2 + R \text{ cof. } u \text{ cof. } \beta - R \text{ ſin. } u \text{ ſin. } \beta - 2 D r^2 = 0.$$

D'ailleurs

$$R \text{ cof. } u = R' \text{ cof. } v ;$$

$$R \text{ ſin. } u \text{ cof. } I = R' r \text{ ſin. } v ;$$

$$R^2 r^2 \cos^2. I = R'^2 (\cos^2. v \cos^2. I + r^2 \text{ ſin}^2. v).$$

On a donc pour équation à la parabole de projection ſur l'écliptique, en prenant le Soleil pour pôle, & la ligne des nœuds pour l'origine des angles traverſés,

$$R'^2 (\text{cof. } v \text{ ſin. } \beta \text{ cof. } I + r \text{ ſin. } v \text{ cof. } \beta)^2$$
$$+ 4 R' D r^2 \text{ cof. } I (\text{cof. } v \text{ cof. } \beta \text{ cof. } I$$
$$- r \text{ ſin. } v \text{ ſin. } \beta) - 4 D^2 r^4 \cos^2. I = 0.$$

(500) Il eſt aiſé de tirer de l'équation précédente, la poſition du diamètre paſſant par le Soleil. En effet ſi l'on mène le rayon vecteur dans le parallélisme du diamètre, ſon expreſſion doit être infinie ; on a donc pour déterminer cette poſition, l'équation ſuivante

$$\text{cof. } v \text{ ſin. } \beta \text{ cof. } I + r \text{ ſin. } v \text{ cof. } \beta = 0 ;$$

d'où l'on connoîtra la valeur particulière de $v$ qui donne la position du diamètre cherché.

(501) On déterminera pareillement le paralléliſme des ordonnées à ce diamètre. En effet ce paralléliſme eſt déterminé par la poſition qui donne des valeurs égales pour le rayon vecteur ; on a donc

$$\text{cos. } v \text{ cos. } \beta \text{ cos. I} - r \text{ ſin. } v \text{ ſin. } \beta = 0 ;$$

d'où l'on connoîtra la valeur particulière de $v$ qui donne le paralléliſme des ordonnées à ce diamètre.

(502) Il eſt également aiſé de voir que l'ordonnée au diamètre paſſant par le Soleil, a pour expreſſion

$$R = \pm \frac{2 D \text{ cos. I}}{r} \times \frac{\text{cos. } \beta}{\text{ſin. } v} ;$$

l'angle $v$ étant déterminé par l'équation du §. 501 ; d'ailleurs la diſtance du Soleil au ſommet du diamètre, a pour expreſſion

$$R = - \frac{D \text{ cos. I ſin. } \beta}{r \text{ ſin. } v'} ;$$

l'angle $v'$ étant déterminé par l'équation du §. 500. On aura donc pour expreſſion du paramètre du diamètre

$$\text{Paramètre} = \frac{4 D \text{ cos. I cos}^2. \beta \text{ ſin. } v'}{r \text{ ſin. } \beta \text{ ſin}^2. v} .$$

Toutes les dimenſions de la parabole de projection, ſont maintenant connues. La diſtance du foyer au ſommet du diamètre, eſt égale au quart du paramètre ; cette diſtance étant priſe d'ailleurs ſur une ligne, qui fait avec le diamètre, un angle double de l'angle du diamètre avec ſes ordonnées.

*F I N.*

## *Extrait des Regiſtres de l'Académie Royale des Sciences.*

Du 17 Août 1774.

NOUS Commiſſaires nommés par l'Académie, MM. D'ALEMBERT, BÉZOUT, VANDERMONDE & moi (*a*), avons examiné un Ouvrage de M. DU SÉJOUR, qui a pour titre : *Eſſai ſur les Comètes qui peuvent approcher de l'Orbite de la Terre*. Avant que d'en rendre compte, nous croyons devoir rapporter en peu de mots, les circonſtances qui l'ont fait naître.

Depuis que Newton eut découvert que les Comètes étoient ſoumiſes, comme les Planètes & leurs Satellites, aux loix de la peſanteur univerſelle, & qu'elles décrivoient autour du Soleil, des orbites plus ou moins allongées ; ces corps, auparavant la terreur du monde, ceſſerent de l'épouvanter. Mais en devenant indifférens pour le vulgaire, ils furent d'autant plus intéreſſans aux yeux des Philoſophes. La détermination de leurs orbites, la théorie de leurs mouvemens, & la prédiction de leurs retours, exercerent la ſagacité des Géomètres & des Aſtronomes. La Philoſophie ſpéculative crut y trouver la raiſon de pluſieurs phénomènes extraordinaires que nous offre la Nature, & l'Hiſtoire des Siécles reculés. Elle imagina que quelques-unes des Comètes ont approché aſſez près de la Terre, pour la bouleverſer de fond en comble, ſoit par le choc, ou en l'inondant au moyen de leurs queues, ou par l'exceſſive chaleur qu'elles peuvent acquérir dans leur paſſage par le périhélie ; ou enfin en agiſſant puiſſamment ſur elle, en vertu de leur force attractive.

(*a*) M. DE LA PLACE.

C'eſt ainſi que Whiſton, célèbre Aſtronome Anglois, prétendit expliquer le déluge, par l'inondation de la queue d'une Comète, qu'il croit être la même que la fameuſe Comète de 1680, qui, de toutes celles que nous connoiſſons, paroît avoir le plus approché de l'orbite terreſtre.

Pour que l'action d'une Comète ſur la Terre puiſſe y produire des changemens conſidérables, il faut ſuppoſer qu'elle en paſſe fort près; ſans cela ſa vîteſſe & la petiteſſe de ſa maſſe, rendroient ſon effet inſenſible. Il étoit donc intéreſſant d'examiner ſi parmi les Comètes, dont les élémens ſont connus, il n'en eſt aucune qui puiſſe approcher de la Terre. C'eſt ce que ſe propoſa M. DE LA LANDE, dans un Mémoire deſtiné à être lu dans l'Aſſemblée publique d'après Pâques 1773. Les circonſtances ne lui permirent pas d'en faire la lecture; mais l'objet du Mémoire, communiqué par l'Auteur à quelques Amis, & par ceux-ci à d'autres perſonnes, dénaturé par l'ignorance & la peur, ſe répandit dans le Public. L'Académie ſe rappelle l'impreſſion générale de terreur qu'il produiſit dans cette Capitale, & de-là dans les Provinces; ſoit que la frayeur des hommes pour les Comètes ne ſoit pas encore bien éteinte, ou, ce qui eſt plus vraiſemblable, parce que le vulgaire ignorant & timide, n'ayant d'autre raiſon pour ſe raſſurer contre les phénomènes un peu ſinguliers de la nature, que l'exemple & l'autorité des perſonnes éclairées, s'allarme aiſément, lorſqu'il ſe perſuade qu'elles ont annoncé quelqu'événement fâcheux.

Pour tranquilliſer le Public, & ſe juſtifier en même tems des aſſertions ridicules qu'on lui imputoit, M. DE LA LANDE publia ſon Mémoire. La ſenſation qu'il fit, jointe à l'intérêt de ſon objet, réveilla l'attention des Géomètres, & particuliérement celle de M. DU SEJOUR. Il ſe propoſa d'éclairer cette matiere du flambeau de l'analyſe; & c'eſt ce qui a donné lieu

à l'Ouvrage dont nous allons rendre compte à l'Académie.

Cet Ouvrage eſt précédé d'un Diſcours, dans lequel l'Auteur rend compte de ſon travail. Quant à l'Ouvrage même, il eſt diviſé en onze Sections, que nous allons parcourir ſucceſſivement. Dans la première, M. Du Séjour détermine les conditions qui doivent avoir lieu pour qu'une Comète coupe l'orbite de la Terre ; & la diſtance de la Comète au Soleil, lorſqu'elle traverſe le plan de l'écliptique. Ce Problême fondamental eſt réſolu d'une manière fort ſimple, pour le cas général d'une orbite parabolique, hyperbolique, ou elliptique. Parmi toutes les Comètes connues, il n'en eſt aucune qui coupe exactement l'orbite de la Terre ; mais il en exiſte pluſieurs qui rempliroient cette condition, ſi l'on altéroit un peu les élémens de leurs orbites. Or on ſçait que ces orbites ne ſont point invariables, & que l'action des corps qui circulent autour du Soleil, peut y produire des altérations ſenſibles. M. Du Séjour examine conſéquemment dans la ſeconde Section, les changemens que doit éprouver l'orbite d'une Comète pour couper celle de la Terre. Il fait enſuite l'application de ſes formules, aux différentes Comètes dont nous connoiſſons les élémens, & donne une méthode très-facile, pour reconnoître au premier coup-d'œil, ſi une Comète eſt dans le cas d'approcher de l'orbite terreſtre. Dans la troiſième Section, M. Du Séjour détermine la diſtance d'une Comète à l'orbite de la Terre pour un inſtant quelconque, le *minimum* de cette diſtance, & l'arc que décrit la Comète dans ſa trajectoire, pendant le tems qu'elle eſt à une diſtance de l'orbite terreſtre moindre qu'une quantité donnée. Les formules auxquelles il parvient ſont fort ſimples, & il les applique aux différentes Comètes qui peuvent approcher de la Terre.

Dans ces trois Sections, M. Du Séjour a conſidéré

les rapports d'une Comète quelconque à l'orbite de la Terre ; dans les ſuivantes il conſidére ſes rapports à la Terre elle-même. Il détermine en conſéquence dans la quatrième Section, la durée du tems que la Comète & la Terre ſont à diſtances reſpectives plus petites qu'une diſtance aſſignée, & les conditions qui rendent cette durée nulle ou la plus grande poſſible. Ce Problême intéreſſant enviſagé dans ſa plus grande généralité, conduiroit à des formules très-compliquées ; mais l'Auteur obſerve qu'ayant pour objet la théorie des Comètes, lorſqu'elles paſſent fort près de la Terre, il peut ſuppoſer leurs orbites rectilignes, ce qui ſimplifie beaucoup ſes calculs, ſans rien ôter à l'utilité de ſes recherches. M. Du Séjour applique enſuite ſes formules à ſept Comètes, dont trois ſont directes, trois rétrogrades, & une eſt perpendiculaire à l'orbite de la Terre. Il termine cette Section par la remarque ſuivante.

Il eſt certain qu'une Comète d'une maſſe un peu conſidérable, qui paſſeroit à une petite diſtance de la Terre, à 13000 lieues par exemple & au-deſſous, agiroit avec force ſur les eaux de la Mer ; & ſi elle reſtoit long-tems dans cette poſition, elle pourroit inonder les plus hautes montagnes. Mais M. Du Séjour obſerve que dans les circonſtances les plus favorables, une Comète ne peut jamais être plus de 2h 32′ 2″, à une diſtance de la Terre moindre que 13000 lieues. Or en faiſant uſage des formules que l'un de nous (M. d'Alembert) a données dans ſes Recherches ſur la cauſe des Vents, il trouve qu'une Comète à la diſtance de 13000 lieues de notre globe, & qui répondroit toujours perpendiculairement au même point de la Terre ſuppoſée entiérement recouverte d'une couche d'eau d'une lieue de profondeur, employeroit 10h 52′ à produire ſon effet ; d'où il ſuit que dans l'intervalle de 2h 32′ 2″ il ne ſera jamais très-conſidérable, ſur-tout ſi l'on fait réflexion que la Comète,

loin d'être ſtationnaire, répond alors très-rapidement aux différentes parties du globe ; ce qui doit diminuer ſon effet ſur les eaux de la Mer.

Dans la cinquième Section, M. Du Séjour donne les principes d'après leſquels on peut calculer la probabilité qu'à un inſtant quelconque, une Comète ſera plus près de la Terre, qu'une diſtance donnée. Cette recherche intéreſſante eſt en même tems très-délicate par la fineſſe des combinaiſons qu'elle exige. L'Auteur ſe propoſe & réſout le Problême ſuivant. *Si l'on ſait que dans le cours d'une année, une Comète dont les élémens ſont inconnus, doit couper l'orbite terreſtre, déterminer la probabilité qu'à un inſtant quelconque pris dans l'année, cette Comète ſera plus près de la Terre qu'une quantité donnée.* Tous les Problêmes de cette nature dépendent du calcul intégral, & demandent autant d'intégrations qu'il y a d'élémens variables ; mais on peut les combiner de pluſieurs manières, ſuivant l'ordre dans lequel on les fait varier. Parmi ces différentes combinaiſons, il faut choiſir celle qui donne des intégrations poſſibles, & l'analyſe la plus élégante & la plus ſimple. C'eſt dans ce choix que conſiſte la principale difficulté de ces Problêmes, & le mérite de la ſolution de M. Du Séjour. Il en fait enſuite l'application au cas où la Comète ſe trouveroit à une diſtance de la Terre moindre que 13000 lieues, & il trouve alors pour chaque inſtant, une probabilité égale à $\frac{1}{71273}$.

Le Problême que s'eſt propoſé M. Du Séjour ſuppoſe que la Comète coupe l'orbite de la Terre ; ſi l'on vouloit cependant le réſoudre ſans l'aſſujettir à cette condition, ſon analyſe y ſeroit également applicable, & ne laiſſeroit d'autre difficulté que la longueur inévitable du calcul. Nous obſerverons ici avec l'Auteur, combien il eſt peu probable qu'à un inſtant donné, une Comete ſoit à une diſtance très-petite de la Terre, à 13000 lieues par exemple ; car en ſuppoſant qu'elle coupe l'orbite terreſtre, cette probabilité égale $\frac{1}{71273}$. ; or ſi l'on

conſidére qu'il y a preſque l'infini à parier contre un, qu'aucune Comète ne coupera pas exactement, ou même à peu-près, cette orbite, on peut conclure avec M. Du Séjour, que le danger des Comètes eſt, ſi l'on peut s'exprimer ainſi, un infiniment petit du ſecond ordre.

Les cinq Sections précédentes embraſſent toutes les queſtions que l'on peut ſe propoſer ſur le mouvement d'une Comète qui paſſe fort près de la Terre, ſans avoir égard aux perturbations qu'elle éprouve dans ce paſſage, en vertu de l'attraction réciproque de ces deux corps. Le calcul de ces perturbations eſt l'objet des Sections ſuivantes. Dans la ſixième, M. Du Séjour donne les recherches préliminaires à ce calcul, qu'il développe dans la ſeptième Section. La détermination rigoureuſe des perturbations d'une Comète troublée par la Terre, dépend du fameux Problême des trois corps, dont on n'a pu trouver juſqu'ici que des ſolutions approchées; qui deviennent même très-compliquées dans la queſtion préſente, lorſque la maſſe de la Planète troublante eſt un peu conſidérable relativement à celle du Soleil, & lorſqu'on veut avoir égard aux plus légeres altérations du mouvement de la Comète. Mais l'exceſſive petiteſſe de la maſſe de la Terre apporte heureuſement dans ces calculs, une ſimplification qui n'a point échappée à M. Du Séjour. Il fait voir d'une manière très-élégante, que ſi la Terre & la Comète étoient infiniment petites relativement au Soleil, on pourroit ſuppoſer à la Terre une ſphère d'attraction infiniment peu étendue, telle qu'au-delà de ſes limites, la Comète n'éprouveroit que l'action du Soleil, & qu'en-deçà, l'action du Soleil ſur la Comète ſeroit la même que ſur Terre. Cette hypothèſe étant rigoureuſement vraie dans l'infiniment petit, peut être employée ſans erreur ſenſible pour la Terre & les Comètes, à cauſe de la petiteſſe de leurs maſſes. On ſent aiſément l'extrême ſimplicité qu'une pareille ſup-

poſition doit apporter dans le calcul des perturbations des Comètes par la Terre, puiſqu'elle réduit le Problême, à déterminer le mouvement de deux corps qui s'attirent en raiſon de leurs maſſes, & réciproquement au quarré de leurs diſtances. M. Du Sejour ſuppoſe d'abord la Comète ſans maſſe, & il détermine toutes les circonſtances de ſon mouvement, le point où elle s'engage dans la ſphère d'activité de la Terre; celui où elle en ſort; ſa vîteſſe relative dans ces deux points; l'eſpèce de ſection conique qu'elle décrit dans la ſphère d'attraction; le tems qu'elle y reſte; enfin les élémens de ſa nouvelle orbite, lorſque dégagée de cette ſphère, elle eſt rendue à l'action ſeule du Soleil. Tous ces objets ſont développés avec beaucoup de détail & de clarté. L'Auteur diſcute enſuite le cas où la Comète a une maſſe quelconque. Dans cette ſuppoſition, non-ſeulement l'orbite de la Comète, mais encore celle de la Terre, doit éprouver des altérations ſenſibles; & il étoit naturel de penſer qu'un des plus grands déſordres que puiſſe cauſer l'approche d'une Comète, ſeroit de dilater ou de rétrécir conſidérablement l'orbite terreſtre; ce qui, en nous éloignant ou en nous rapprochant du Soleil, expoſeroit notre globe à un froid, ou à une chaleur exceſſifs. Les calculs de M. Du Séjour nous raſſurent contre la crainte d'un pareil danger. Il fait voir qu'une Comète égale en maſſe à la Terre, & qui en approcheroit à la diſtance de 13000 lieues, dans les circonſtances les plus favorables à ſon action, n'augmenteroit le grand-axe de l'orbite terreſtre que de 0, 00441, & par conſéquent l'année de 2 jours 10h 16'; variations trop peu conſidérables pour que leur effet ſoit nuiſible.

Dans les deux Sections ſuivantes, M. Du Séjour examine ſi les Satellites ont pu être primitivement des Comètes qui ayent circulé autour du Soleil, & la courbe qu'ils décriroient, ſi leur Planète principale étoit ſubitement anéantie. Ces recherches curieuſes en elles-

mêmes, deviennent intéreſſantes par l'examen que fait l'Auteur d'une opinion généralement reçue parmi les Arcadiens, & adoptée par quelques Philoſophes. Ces peuples, ſuivant Ovide & Lucien, étoient perſuadés que la Terre avoit été long-tems habitée par leurs Ancêtres, avant qu'elle eut un Satellite. Une opinion auſſi ſingulière eſt d'autant plus remarquable, qu'il paroît impoſſible d'en deviner la cauſe. La ſimple poſſibilité que la Terre ait exiſté autrefois ſans la Lune, ſuppoſe des connoiſſances bien plus étendues que celles de ces peuples, & l'ignorance porte naturellement à croire, que ce que l'on voit, a toujours exiſté, & doit toujours être de la même manière. Frappés de ces raiſons & de l'aſpect de la Lune, qui vue au téleſcope, ſemble n'offrir que les veſtiges d'un corps brûlé par le Soleil, quelques Philoſophes ont régardé cet Aſtre, comme une Comète forcée par la Terre à devenir ſon Satellite. Mais cette ſuppoſition, ſoumiſe au calcul par M. Du Séjour, ſe trouve impoſſible. Il fait voir que quelqu'hypothèſe que l'on faſſe, ſoit que la Comète perde une partie de ſon mouvement dans l'atmoſphère de la Terre, ſoit qu'elle vienne la choquer, jamais elle ne pourra circuler autour de notre globe à la même diſtance, & ſuivant les mêmes loix que la Lune.

Dans la dixième Section, M. Du Séjour indique l'uſage de quelques équations qu'il a démontrées précédemment, pour calculer les lieux apparens d'une Comète, d'après les élémens ſuppoſés connus, & les élémens, d'après trois lieux obſervés. Il donne les véritables équations de ce fameux Problème. Mais ſans chercher à éliminer les différentes inconnues qu'elles renferment, ce qui paroît extrêmement difficile, il ſe contente d'en tirer des équations fort ſimples, au moyen deſquelles on peut déterminer avec préciſion l'orbite d'une Comète, lorſqu'on connoit à-peu-près ſes élémens.

Il fait voir enſuite comment on peut conclure de ſes formules, les méthodes en uſage parmi les Aſtronomes, pour calculer les Comètes; & les changemens qu'il faudroit faire à ces réſultats, pour déterminer leurs mouvemens dans l'ellipſe & dans l'hyperbole. Enfin dans la onzième Section, M. Du Séjour donne une Notice de toutes les Comètes qui ont été obſervées avec aſſez d'exactitude, pour que l'on ait pu calculer leurs orbites. Cette Notice renferme non-ſeulement leurs élémens, le nom des Aſtronomes qui les ont découvertes, calculées & obſervées, & les conſtellations qu'elles ont parcourues; mais en préſentant de plus, en peu de mots, l'hiſtoire des préjugés des différents ſiècles ſur les Comètes, & des craintes qu'elles ont inſpirées avant que leur théorie fut connue, elle fournit la preuve la plus ſenſible de l'avantage des Sciences.

Tels ſont les objets que M. Du Séjour a traités dans ſon Ouvrage. On voit qu'il n'a rien oublié de ce qui a quelque rapport à la théorie générale des Comètes, & en particulier de celles qui peuvent approcher de la Terre. Il nous a été impoſſible de donner dans cet Extrait, une idée même imparfaite des méthodes dont l'Auteur a fait uſage; c'eſt dans l'Ouvrage même qu'il faut les ſuivre. Nous nous contenterons d'obſerver qu'elles ſont auſſi ſimples & préſentées auſſi clairement qu'on puiſſe le déſirer. Indépendamment du mérite de l'analyſe, l'Ouvrage de M. Du Séjour nous paroît très-intéreſſant, en ce qu'il doit raſſurer contre la crainte des Comètes. Jamais leurs effets n'avoient été diſcutés d'une manière auſſi étendue & auſſi préciſe; la probabilité de leur danger n'avoit point encore été ſoumiſe à une analyſe auſſi rigoureuſe; & puis qu'il en réſulte qu'elle eſt infiniment petite ou nulle, l'Ouvrage de M. Du Séjour a le double avantage, d'être utile au progrès des

Sciences qu'il enrichit d'une nouvelle théorie, & à la tranquillité des hommes, en les délivrant d'une frayeur imaginaire. Nous croyons en conſéquence qu'il mérite d'être imprimé avec l'approbation de l'Académie. *Signé*, D'ALEMBERT, BÉZOUT, VANDERMONDE, LA PLACE.

*Je ſouſſigné certifie le préſent Extrait conforme à l'Original, & au Jugement de l'Académie. A Paris, le 22 Août* 1774.

GRANDJEAN DEFOUCHY,
Secrétaire Perpétuel de l'Académie Royale des Sciences.

TABLE

# TABLE

## De ce qui eſt contenu dans cet Ouvrage.

*Discours Préliminaire*, page i

Section Premiere.

*Des conditions qui doivent avoir lieu pour qu'une Comete coupe l'orbite de la Terre ; & de la diſtance de la Comete au Soleil, lorſqu'elle traverſe le plan de l'écliptique*, page 1

*Equation polaire à l'ellipſe par rapport au foyer*, 2

*Equation polaire à la parabole par rapport au foyer*, 3

*Equation polaire à l'hyperbole par rapport au foyer*, ibid.

*Equation polaire aux ſections coniques par rapport au foyer*, 4

*De la condition qui a lieu lorſqu'une Comete coupe l'orbite de la Terre*, 5

*De la diſtance de la Comete au Soleil, lorſqu'elle traverſe le plan de l'écliptique*, 6

Section II.

*Des changemens que doit éprouver une Comete dans les élémens de ſon orbite, pour pouvoir couper l'orbite de la Terre*, 7

*Application des théories précédentes aux Cometes des années 837, 1299, 1596, 1618, 1683, 1739, 1763, 1764, 1680, 1770, 1472, 1702 & 1743*, 8

*Comete de 837.* 9

*Comete de 1299*, 11

*Comete de 1596*, 13

*Comete de 1618*, 14

*Comete de 1683*, 15

Comete de 1739, 16
Comete de 1763, 17
Comete de 1764, 19
Comete de 1680, 20
Comete de 1770, 26
Comete de 1472, 28
Comete de 1702, 29
Comete de 1743, 30

## SECTION III.

*Détermination de la distance d'une Comete à la Terre à un instant quelconque, du* minimum *de cette distance, & de l'arc que la Comete décrit dans sa trajectoire pendant le tems qu'elle est à une distance de l'orbite de la Terre, plus petite qu'une quantité donnée,* 34
*De la distance d'une Comete à la Terre, à un instant quelconque,* ibid.
*Du* minimum *de distance de la Comete à la Terre,* 36
*De l'arc que la Comete décrit dans sa trajectoire, pendant le tems qu'elle est à une distance de l'orbite de la Terre plus petite qu'une quantité donnée,* 40
*Application des théories précédentes aux Cometes de* 1680, 837, 1618, 1702, 1743, 1763 & 1770, 41
*Comete de* 1680, ibid.
*Comete de* 837, 43
*Comete de* 1618, 44
*Comete de* 1702, ibid.
*Comete de* 1743, ibid.
*Comete de* 1763, 45
*Comete de* 1770, 46

## SECTION IV.

*De la durée du tems que la Comete & la Terre sont à des distances respectives plus petites qu'une distance assignée, & des conditions qui rendent cette durée nulle, ou la plus grande possible,* 48

*De la distance de la Comete à la Terre dans l'hypothese des trajectoires rectilignes*, 49
*Détermination de l'instant où la Comete & la Terre sont à une distance donnée, dans l'hypothèse des trajectoires considérées comme rectilignes*, 52
*Du* minimum *de distance de la Comete & de la Terre, dans l'hypothese des trajectoires considérées comme rectilignes*, 53
*De l'intervalle de tems, pendant lequel la Comete & la Terre sont à des distances moindres qu'une quantité assignée, & des conditions qui rendent cet intervalle nul ou le plus grand possible*, 54
*Quelle doit être la distance de la Terre à la ligne des nœuds au moment où la Comete traverse l'écliptique, pour que la Comete & la Terre puissent se trouver un instant à une distance donnée*, 55
*Déterminations préliminaires aux usages des équations précédentes*, 59
*Du signe des quantités qui entrent dans les formules*, 61
*Application des théories précédentes à une Comete qui auroit les mêmes élémens que celle de 1764, à l'exception de la longitude du périhélie, & qui couperoit d'ailleurs l'orbite de la Terre dans son nœud descendant*, 63
*Application des mêmes théories, à sept Cometes, dont trois directes, trois rétrogrades, & une perpendiculaire à l'orbite de la Terre*, 65
*Remarque sur les Marées*, 69
*Application d'un principe de M. d'Alembert à la question présente*, 70

## SECTION V.

*Des principes d'après lesquels on peut calculer la probabilité, qu'à un instant quelconque une Comete sera plus près de la Terre qu'une distance donnée*, 73
*Application de l'analyse, à l'évaluation de quelques cas particuliers des aires précédentes*, 75

*Evaluation de la ſurface du parallélograme* A A′ B′ B, 76
*Evaluation de l'aire* p M″ M′ P, *en ſuppoſant donné l'angle de la trajectoire de la Comete avec l'orbite de la Terre*, 77
*Méthode pour avoir égard à l'incertitude de l'angle, ſous lequel la trajectoire de la Comete doit couper l'orbite de la Terre*, 80
*Solution des queſtions précédentes, en ayant égard à la différente probabilité des différens angles ſous leſquels la trajectoire de la Comete peut couper l'orbite de la Terre*, 81
*Application de la formule à la diſtance de* 13000 *lieues*, 87
*Obſervation ſur le problême que l'on vient de réſoudre*, 88
*Remarques ſur l'hypothèſe à laquelle nous avons appliqué le calcul des probabilités, & ſur la Comete de* 1680, 89

## SECTION VI.

*Recherches préliminaires aux altérations que les réſultats précédens peuvent éprouver, en vertu des actions réciproques de la Terre & de la Comete*, 92
*Détermination de l'eſpèce & des dimenſions de la trajectoire décrite par un projectile, d'après les circonſtances connues de ſon mouvement à un point particulier de cette trajectoire*, ibid.
*Détermination du paramêtre de la trajectoire décrite, d'après les circonſtances du mouvement*, 95
*Détermination du tems que les différens projectiles emploient à décrire leurs trajectoires entières*, 98
*De la relation entre le nombre de pieds que parcourt un corps grave pendant la premiere ſeconde de ſa chûte à la ſurface d'une Planète, & le tems de la révolution de ſes Satellites*, 100
*Comparaiſon des maſſes & des denſités des Planètes qui ont des Satellites*, 101

*Détermination du tems que les projectiles emploient à décrire les différentes portions de leurs trajectoires*, 102
*Remarques sur l'expression du tems que les projectiles emploient à parcourir les différentes parties de leurs trajectoires, relativement aux problêmes de la Section quatrième*, 106
*Remarques sur la Table du mouvement des Cometes*, 109
*Détermination de la durée du tems qu'une Comete est à des distances de l'orbite de la Terre plus petites qu'une quantité donnée, & de l'époque précise où la Comete est à ces distances*, 111
*Application des théories précédentes aux Cometes de* 837, 1618, 1680, 1743, 1763 & 1770, 113
*Comete de* 1680, ibid.
*Comete de* 837, 115
*Comete de* 1618, ibid.
*Comete de* 1743, ibid.
*Comete de* 1763, 116
*Comete de* 1770, ibid.

## SECTION VII.

*Des altérations que les orbites peuvent éprouver en vertu des actions réciproques de la Terre & de la Comete*, 117

### Article Premier,

*Dans lequel on suppose la masse de la Comete infiniment petite relativement à celle de la Terre*, 118
*Hypothèse qui sert de base aux calculs*, ibid.
*Examen de la légitimité de l'hypothèse précédente, & détermination du rayon que l'on peut donner à la sphère d'attraction de la Terre*, 120
*Remarque sur la Comete de* 1770, 126
*Du tems où la Comete s'engage dans la sphère d'attraction de la Terre*, 127
*Détermination de la quantité du mouvement relatif de la*

*Comete, à l'inſtant où elle s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre,* 128
*Mouvemens dans le ſens de la ligne des nœuds,* 129
*Mouvemens dans la direction de la perpendiculaire à la ligne des nœuds menée ſur le plan de l'écliptique,* ibid.
*Mouvemens dans la direction de la perpendiculaire au plan de l'ecliptique,* ibid.
*Détermination de l'angle du rayon vecteur mené de la Terre à la Comete, avec la tangente à la trajectoire relative, à l'inſtant où la Comete s'engage dans la ſphère d'attraction de la Terre,* 130
*Détermination du plan dans lequel eſt ſituée la trajectoire relative de la Comete; & de l'angle du premier rayon vecteur à la trajectoire relative, avec l'interſection du plan des mouvemens relatifs & de l'écliptique,* 132
*Application des théories précédentes à la Comete du §. 186, & remarques ſur la trajectoire relative décrite par cette Comete,* 137
*Remarque ſur le calcul des viteſſes dans la trajectoire rectiligne,* 138
*Remarque ſur l'étendue de la ſphère d'attraction de la Terre,* 140
*Application des principes précedens à quelques Cometes particulieres,* 141
*Comete de 13000 lieues,* ibid.
*Comete de 6500 lieues,* 143
*Comete de 3250 lieues,* ibid.
*Détermination du plan de la nouvelle trajectoire de la Comete autour du Soleil, lorſqu'elle ſort de la ſphère d'attraction de la Terre,* 145
*Du tems où la Comete ſe dégage de la ſphère d'attraction de la Terre,* 146
*De la nouvelle ligne des nœuds de la Comete,* 147
*Du rayon vecteur de la nouvelle orbite de la Comete, rapporté au Soleil,* 150
*De l'inclinaiſon ſur l'écliptique du plan de la nouvelle*

*orbite de la Comete autour du Soleil ; de l'angle de ſon rayon vecteur avec ſa tangente, & de ſa viteſſe tangentielle dans ſa nouvelle orbite,* 150
*Détermination du mouvement relatif de la Comete dans le ſens de la perpendiculaire à l'écliptique,* 151
*Détermination du mouvement relatif de la Comete dans le ſens de la nouvelle ligne des nœuds, & dans le ſens de la perpendiculaire à la nouvelle ligne des nœuds,* 153
*Détermination des mouvemens vrais de la Comete dans les mêmes directions que ci-deſſus,* 155

## Article Second,

*Dans lequel on ſuppoſe la maſſe de la Comete comparable à celle de la Terre,* 158
*Principes dont on part pour réſoudre la queſtion propoſée,* ibid.
*Premier principe,* ibid.
*Second principe,* ibid.
*Du rayon de la ſphère d'attraction de la Terre & de la Comete, dans la nouvelle hypothèſe ; de la diſtance de la Terre & de la Comete au centre commun de gravité, à l'inſtant où la Comete s'engage dans la ſphère d'attraction ; & du tems où la Comete s'engage dans la ſphère d'attraction,* 159
*Du mouvement du centre commun de gravité de la Terre & de la Comete, dans l'eſpace abſolu,* 161
*Du mouvement du centre commun de gravité de la Terre & de la Comete, dans le plan de l'écliptique,* 163
*De la poſition du plan des trajectoires relatives de la Terre & de la Comete, par rapport à l'écliptique,* 164
*De l'angle de la route du centre de gravité ſur le plan des trajectoires relatives, avec l'interſection de l'écliptique & du plan des trajectoires relatives. Du mouvement du centre de gravité dans cette orbite relative, & du point où la route du centre de gravité coupe l'interſection de l'écliptique & du plan des mouvemens relatifs,* ibid.

*Des mouvemens relatifs de la Terre & de la Comete, par raport au centre commun de gravité,* 166
*De l'angle des rayons vecteurs menés du centre de gravité, avec les tangentes aux trajectoires relatives de la Terre & de la Comete, à l'instant où la Comete s'engage dans la sphère d'attraction; & de l'angle de ces rayons vecteurs avec l'écliptique & avec la route du centre de gravité sur le plan des mouvemens relatifs,* 167
*De la force attractive qu'il faut supposer dans le centre commun de gravité, pour pouvoir employer les formules de la Section sixieme,* ibid.
*Détermination du lieu du nœud des nouvelles trajectoires de la Terre & de la Comete autour du Soleil, & des rayons vecteurs correspondans aux nœuds,* 171
*De l'inclinaison sur l'écliptique des plans des nouvelles orbites de la Terre & de la Comete autour du Soleil; de l'angle des rayons vecteurs rapportés au Soleil, avec les tangentes aux nouvelles orbites; & des vîtesses tangentielles dans les nouvelles orbites,* 173
*Détermination de la quantité* Ω *du* §. 247, 177
*Application des théories précédentes à une Comete de* 13000 *lieues, qui auroit une masse égale à celle de la Terre,* 178
*Calcul des trajectoires relatives,* 180
*Calcul de la nouvelle orbite de la Comete,* 181
*Calcul de la nouvelle orbite de la Terre,* 184

## SECTION VIII.

*Recherches qui peuvent conduire à déterminer si la Lune a été primitivement une Comete qui ait circulé autour du Soleil,* ibid.
*Des principes qui peuvent guider dans la question dont il s'agit,* 185
*Aucune Comete parabolique ou hyperbolique ne peut devenir Satellite de la Terre,* 186
*Dans quel cas une Comete elliptique pourroit devenir Satellite de la Terre,* 187

*Remarque ſur l'hypothèſe du §. 184, relativement à la queſtion préſente,* 190
*Application des principes précédens à la Lune,* 191
*Remarques ſur les Satellites de Jupiter & de Saturne,* 192
*Examen de ce qui arriveroit, ſi à l'approche de la Planète, la Comete rencontroit un fluide qui lui fit perdre une partie de ſon mouvement,* 193
*Examen de ce qui arriveroit ſi la Planète & la Comete venoient à ſe choquer,* 194

## SECTION IX.

*Des trajectoires que les Satellites de Jupiter, de Saturne & de la Terre, décriroient autour du Soleil, ſi la Terre, Saturne ou Jupiter venoient à être anéantis tout-à-coup,* 197
*De la viteſſe d'un corps grave à la ſurface du Soleil,* ibid.
*Des trajectoires que les Satellites de Jupiter décriroient autour du Soleil, ſi Jupiter venoit à être anéanti tout-à-coup,* 199
*Application du calcul aux Satellites de Jupiter,* 204
*Premier Satellite,* ibid.
*Second Satellite,* ibid.
*Troiſième Satellite,* 205
*Quatrième Satellite,* ibid.
*Application du calcul à la Lune,* 206
*Remarque relative aux Satellites de Saturne,* ibid.
*Des conditions qui doivent avoir lieu pour qu'un corps lancé puiſſe circuler autour d'une ſphère d'attraction, à la maniere des Satellites,* 207

## SECTION X.

*De l'uſage de quelques équations démontrées précédemment, pour calculer les lieux apparens d'une Comete, d'après ſes élémens ſuppoſés connus; & les élémens d'après les lieux obſervés,* 210

*Détermination des lieux apparens d'une Comete, d'après ſes élémens ſuppoſés connus,* 211
*Détermination de la latitude apparente de la Comete,* 213
*Détermination de la longitude apparente de la Comete;* ibid.
*Application de la théorie précédente à la Comete de 1773,* 215
*Réflexions ſur les méthodes que l'on peut tirer des équations précédentes, pour déterminer les élémens de la Comete, d'après des lieux obſervés,* 217
*Réſultat de la différenciation des équations précédentes,* 223
*Uſage des équations précédentes pour déterminer les orbites des Cometes d'après les obſervations,* 230
*Reſultat de l'élimination entre les équations (1), (5), (6), (10), (11), (15), (16), (17), (18) & (19) du §. 341,* 235
*Calcul des orbites des Cometes dans l'ellipſe & dans l'hyperbole,* 246
*Remarque ſur les méthodes précédentes, & ſur celles qui ſont en uſage parmi les Aſtronomes,* 254
*Remarque ſur une Table analogue à la Table générale du mouvement des Cometes,* 262
*Table pour trouver les rayons vecteurs des Cometes,* 264
*Remarque ſur la maniere de repréſenter les orbites des Cometes, en les projettant ſur l'écliptique,* 265

## SECTION XI.

*Notice des différentes Cometes dont on a déterminé les orbites,* 275
*Comete de 837,* ibid.
*Comete de 1231,* 276
*Comete de 1264,* 277
*Comete de 1299,* ibid.
*Comete de 1301,* 278
*Comete de 1337,* ibid.
*Comete de 1456,* 279

Digitized by Google

*Comete de* 1472, 280
*Comete de* 1531, 281
*Comete de* 1532, ibid.
*Comete de* 1533, 282
*Comete de* 1556, 283
*Comete de* 1577, ibid.
*Comete de* 1580, 284
*Comete de* 1582, ibid.
*Comete de* 1585, 285
*Comete de* 1590, 286
*Comete de* 1593, ibid.
*Comete de* 1596, 287
*Comete de* 1607, 288
*Premiere Comete de* 1618, 289
*Seconde Comete de* 1618, ibid.
*Comete de* 1652, 291
*Comete de* 1661, ibid.
*Comete de* 1664, ibid.
*Comete de* 1665, 293
*Comete de* 1672, 294
*Comete de* 1677, ibid.
*Comete de* 1678, 295
*Comete de* 1680, 296
*Comete de* 1682, 298
*Comete de* 1683, 299
*Comete de* 1684, 300
*Comete de* 1686, ibid.
*Comete de* 1689, 301
*Comete de* 1698, 302
*Comete de* 1699, ibid.
*Comete de* 1702, 303
*Comete de* 1706, ibid.
*Comete de* 1707, 304
*Comete de* 1718, ibid.
*Comete de* 1723, 305
*Comete de* 1729, 306
*Comete de* 1737, 307
*Comete de* 1739, ibid.

| | |
|---|---|
| *Comete de 1742,* | 308 |
| *Premiere Comete de 1743,* | 309 |
| *Seconde Comete de 1743,* | ibid. |
| *Comete de 1744,* | 310 |
| *Opinions sur la queue des Cometes;* | 311 |
| *Comete de 1747,* | 312 |
| *Premiere Comete de 1748,* | 313 |
| *Seconde Comete de 1748,* | ibid. |
| *Comete de 1757,* | 314 |
| *Comete de 1758,* | ibid. |
| *Comete de 1759,* | 315 |
| *Premiere Comete de 1760,* | 318 |
| *Seconde Comete de 1760,* | 319 |
| *Comete de 1762,* | 320 |
| *Comete de 1763,* | 321 |
| *Comete de 1764,* | 322 |
| *Premiere Comete de 1766,* | 323 |
| *Seconde Comete de 1766,* | 324 |
| *Comete de 1769,* | ibid. |
| *Comete de 1770,* | 327 |
| *Premiere Comete de 1771;* | 329 |
| *Seconde Comete de 1771,* | 330 |
| *Comete de 1772,* | 331 |
| *Comete de 1773,* | ibid. |
| *Comete de 1774,* | 332 |
| *Récapitulation des Notices précédentes,* | 335 |
| *Méthode relative à celle des §. 373, 374 & 375,* | 338 |
| *Usage des formules du §. 375, pour déterminer d'après la seule premiere observation, les mouvemens apparens d'une Comete dont on connoît déjà les élémens,* | 340 |
| *Usage des équations des §. 385 & suivans, pour déterminer les dimensions de la parabole de projection sur l'écliptique,* | ibid. |
| *Extrait des Regiſtres de l'Académie des Sciences,* | 343 |


Fin de la Table.

De l'Imprimerie de GUEFFIER, rue de la Harpe.

6088 1
Sscv
BIBLIOTECA NAZIONALE NAPOLI
Digitized by Google

*que ,*
*Extrait des*

De l'Imprimerie de GUEFFIER, rue de la Harpe.

6088 1
BIBLIOTECA NAPOLI